

转子动力学

弹性支承

A. C. 克利宗
〔苏〕 Ю. П. 齐曼斯基 著
B. И. 雅科夫列夫

科学出版社

内 容 简 介

本书运用一般振动理论和非线性振动理论,有系统地介绍并总结了各种弹性支承(液体润滑滑动轴承、气体润滑滑动轴承、滚动轴承)的不同转子(卧式转子、立式转子、共轴转子、等刚度转子、不等刚度转子等)的动力学问题,具体地讨论了各种弹性支承转子系统的自由振动、强迫振动、自激振动和其它稳定性问题,并阐述了滑动轴承-转子系统的实验研究方法。

本书可供从事回转机械设计研究,特别是振动研究的工程技术人员和科研人员使用,也可供高等院校有关专业的教师、研究生、高年级学生参考。

A. C. Кельзон Ю. П. Циманский В. И. Яковлев
ДИНАМИКА РОТОРОВ В УПРУГИХ ОПОРАХ
«Наука», 1982

转 子 动 力 学

弹 性 支 承

A. C. 克利宗

[苏] Ю. П. 齐曼斯基 著

В. И. 雅科夫列夫

董师予 译 汪一麟 校

责任编辑 陈德义

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1987年6月第 一 版 开本:787×1092 1/32

1987年6月第一次印刷 印张:11 7/8

印数:0001—2,500 字数:267,000

统一书号:15031·820

本社书号:4889·15—3

定价: 2.80 元

序

在飞机的燃气涡轮发动机、电站的大功率汽轮发电机、离心机、压缩机和其它许多机器和仪器中,主要零件是在轴承中迴转的转子。

一般说来,转子和轴承决定着整台机器的寿命。由于转子的转速不断提高,转子与轴承间的作用力不断增大,从而使振动过载和振动位移增大,因此机器的寿命逐渐降低。为了克服这些困难,作者建议用减小转子-轴承系统刚度的办法来降低失稳起点。

作者所制定的方法不仅可以缩小不稳定区,而且能保证在允许的振幅下通过不稳定区。

采用专门设计的弹性支承能保证系统具有所需的柔度而不增加其外形尺寸,后者是这种设计方案的一大优点。本书对这种方案从本质上作了全面的说明和分析。

虽然早已明白采用弹性支承来降低固有频率谱的概念,但是作者对解决这个问题作出了很大的贡献,这不但在理论研究上(使不平衡刚性转子能自动定心、降低动力过载、缩小不稳定区和通过不稳定区),而且在参与制造寿命长、转速高的迴转机械上也显示出来了。

为此,特向从事研究、计算、设计和使用迴转机械的工程技术人员、科学研究人员、研究生和大学生推荐这本专著。

В. В. Новожилов 院士

前 言

现代机械制造的主要任务之一，是要造出寿命充分长的高速回转机械。这种机械的结构应能保证振幅小而且转轴与轴承间的作用力也小。当转速通过所谓临界转速时是特别危险的。对于安装在固定滚动轴承中的刚性转子，由于当转速接近一阶临界转速时，转轴与轴承间的作用力很大，因此要通过临界转速几乎是不可能的。但是已经查明，只要大大降低系统的刚度，在滚动轴承中回转的转子也能通过临界转速。降低转子系统的刚度可以依靠提高转子的柔度(挠性轴)或利用专门设计的弹性支承来实现。此外还已查明，由弯曲振动引起的内摩擦会破坏转子在超临界区的运动稳定性。

本书着重研究上述的第二种办法，即研究安装在弹性支承中的转子的动力学，这种早已制定的方法^[72]目前在许多国家已得到了广泛应用。

上述方法的前景首先是，通过选择支承的刚度能使工作频率处于振幅和转轴与轴承间的作用力都非常小的自动定心区内。这时，能减小机器的重量和外形尺寸，同时又能提高转速。例如，当砂轮的最大圆周速度为 150 m/s 而转速为 4000 r/min 时，СИП-1200 型磨床的重量为 16.5 t，其主轴在滚动轴承中回转，而该轴承刚性地安装在巨大的机座上。目前，它已被新的 СИП-100С 型高速磨床所取代，新磨床的主轴则弹性地安装在机座上。当砂轮的圆周速度为 180 m/s 而最高转速为 5750 r/min 时，新磨床的总重量为 5.3 t。一般说来，安装在轴承外圈与机座之间的小尺寸弹性支承已经过多年使用

的考验。这些支承的计算和设计方法能保证其工作可靠。

目前,这种改善转子系统动态性能的方法不局限于结构方面,它不仅能用于高速轴,而且能用于机械制造中转速一般而重量较大的转轴。

进行转子的平衡,理论上可以消除静不平衡和动不平衡。目前虽然已解决了平衡精度问题,但无论从经济角度或工艺角度来看,要大大减小高速转子轴承上的压力是办不到的。只有弹性地安装轴承,并合理地选择弹性支承的刚度,才能同时使这些压力和振幅减小到允许的数值。

在刚性安装的滚动轴承中迴转的高速刚性转子,其振动谱内既包含有低频分量(其频率等于转速),又包含有高频分量。出现高频分量的原因,通常是因为滚动轴承零件有制造缺陷。把轴承弹性地安装在机座上后,就组成了转子-滚动轴承-机座系统。这时,振动谱内的高频分量消失了,而低频分量接近于谐振频率,同时其振幅也减小了。

对于在用稠油润滑和气体润滑的滑动轴承中迴转的转子,可能会发生自激振动。把转子安装在弹性支承中就可以缩小自激振动区并减小其振幅。

本书根据多年来在具有弹性支承的迴转机械的计算、设计和使用方面获得的经验进行理论研究。

机床制造中最重要的问题是提高切削速度。不建立机床系列以进行砂轮的强度试验,是不能解决磨削问题的。把转子安装在弹性支承中,就能建立这种机床系列。这些成批生产的机床可以对转速为 $72000 \sim 3000 \text{ r/min}$ 而直径为 $32 \sim 2000 \text{ mm}$ 的所有砂轮进行试验。

对用弹性支承的磨仪器轴承内孔用的电动主轴,在转速为 7200 r/min 时所作的对比试验中表明,两次分解检查之间的期限将延长 1.5 倍。

把带滚动轴承的转子安装在弹性支承中后,考虑电磁力作用而算得的转速为 8000 r/min 的发动机寿命将延长三倍。

本书 § 10.3~10.5 是由 Д. Р. Меркинъ 所写,第三章和第四章是由 Б. Ф. Клочков 所写。

作者对荣获十月革命勋章的列宁格勒高等工程海洋学校弹性轴承实验室的全体科学研究人员参加制定不同机器制造部门所采用的方法表示衷心感谢。

Б. Л. Минцберг 通读原稿并提出很多宝贵意见,作者对他表示感谢。

А.С.Кельзон

Ю.П.Циманский

В.И.Яковлев

目 录

序.....	v
前言.....	vi
第一章 在弹性支承中迴转的刚性转子的动力学.....	1
§ 1.1 在两个弹性支承中迴转的转子动力学	6
§ 1.2 在两个弹性支承中迴转的刚性转子的临界转速	13
§ 1.3 转子与支承间的作用力	17
§ 1.4 在弹性支承中迴转的刚性转子的设计与计算举例	21
第二章 同轴式转子系统的动力学.....	29
§ 2.1 问题的提出和计算简图	29
§ 2.2 同轴式转子的自由振动	30
§ 2.3 同轴式转子系统的强迫振动	32
§ 2.4 同轴式转子系统的临界转速	36
第三章 迴转的和固定的弹性支承场中各向同性转子的 动力学.....	40
§ 3.1 弹性支承中各向同性转子的运动方程	42
§ 3.2 运动稳定性	44
§ 3.3 强迫振动	53
第四章 弹性支承中的双刚度转子的动力学.....	58
§ 4.1 运动方程	61
§ 4.2 运动稳定性	65
§ 4.3 由不平衡引起的强迫振动	73
§ 4.4 由重力引起的强迫振动	81
§ 4.5 一般结论	92
第五章 液体润滑的滑动轴承油膜流体动压力的特点.....	94

§ 5.1	问题的提出	94
§ 5.2	轴颈与轴瓦之间润滑油不稳定流动的方程式	98
§ 5.3	润滑油运动方程的积分	101
§ 5.4	不计润滑油流惯性分力的滑动轴承油膜反力	108
§ 5.5	润滑油流惯性力对油膜流体动压力特性的影响	115
§ 5.6	考虑润滑油端泄的滑动轴承流体动压力	120
第六章	在液体润滑的弹性滑动轴承中迴转的立式转子的自振	131
§ 6.1	立轴的运动微分方程	131
§ 6.2	弹性滑动轴承中转子的稳定性	133
§ 6.3	轴的自振	143
§ 6.4	能缩小自振区的结构措施	151
§ 6.5	润滑油流惯性力的影响	154
§ 6.6	弹性支承质量的影响	170
§ 6.7	弹性滑动支承中柔性轴的自振	176
§ 6.8	系统的运动稳定性的计算	185
第七章	在液体润滑的弹性滑动支承中迴转的卧式转子的自振	188
§ 7.1	稳定平衡状态和轴承的载荷系数	189
§ 7.2	干扰运动的微分方程	191
§ 7.3	弹性滑动支承中承载轴的稳定性	194
§ 7.4	结构参数对自振区缩小的影响	199
第八章	液体润滑的滑动支承中转轴动力学的实验研究	201
§ 8.1	试验设备和振动测量法	202
§ 8.2	滑动轴承刚性固定时的实验研究结果	207
§ 8.3	滑动轴承弹性固定时的实验研究结果	213
§ 8.4	轴承刚性固定和弹性固定时实验的比较分析	219
§ 8.5	在转速间断地改变时越过三阶临界转速区	222
第九章	在气体润滑轴承的弹性支承中迴转的转子的运动稳定性	226

§ 9.1	轴颈与轴瓦间不稳定气流的方程	226
§ 9.2	气体润滑的轴承润滑膜中的动反力	234
§ 9.3	气体润滑的轴的稳定性和自振区	238
§ 9.4	气体的惯性力和端泄对弹性支承中轴的稳定性 影响	247
§ 9.5	弹性支承的质量对气体润滑轴承中的轴稳定性的 影响	255
§ 9.6	气体润滑的弹性滑动轴承中转子的强迫振动	261
第十章	在滚动轴承中迴转的轴的动力学	271
§ 10.1	滚动轴承中轴的极限转速	271
§ 10.2	滚动轴承中力与变形间的基本关系	274
§ 10.3	问题的提出和非线性滚动轴承中平衡转子的运动	278
§ 10.4	不计阻力时不平衡转子轴线的稳定运动	285
§ 10.5	阻力的影响	293
§ 10.6	弹性球轴承中刚性轴的动力学	301
§ 10.7	振动过载系数与轴承极限转速的关系	307
§ 10.8	滚动支承的非线性柔度对其寿命的影响	310
§ 10.9	在向心推力球轴承中迴转的轴的动力学	313
§ 10.10	在滚子轴承中的轴的力学	317
§ 10.11	润滑油的流体动压力对轴与滚动轴承间动压力 的影响	320
§ 10.12	中央有圆盘的无质量轴的作用力和振幅	323
§ 10.13	考虑沿轴长分布的轴质量的振动	326
第十一章	弹性支承中复杂转子系统的横向振动	330
§ 11.1	轴横向振动的微分方程及其解法	330
§ 11.2	计算精度的分析和支承刚度影响的评定	332
§ 11.3	沿纵轴布置的支承对双支承轴动特性的影响	335
§ 11.4	支承的轴向位置对三支承轴动特性的影响	342
§ 11.5	实验研究	349
参考文献		354

第一章 在弹性支承中迴转的 刚性转子的动力学

在工业和交通运输业上,高速迴转机械获得了广泛应用. 由于迴转机械效率高、单位重量小、单位功率大、能使用各种燃料、周围介质污染少(与内燃机相比)、制造和运输费用较低,因此它的应用在不断扩大. 燃气轮机和迴转式压缩机已广泛用于航空、冶金、化工、煤气、石油化工和制冷等工业. 离心机、锭子、陀螺仪、鼓风机、磨床、汽轮发电机、汽轮机和燃气轮机、电动机、分离器仅仅是构成现代工业基础的迴转机械中的一小部分.

迴转机械的设计人员绝大多数面临着要提高转子转速而减小机器尺寸和重量的问题. 在航空燃气轮机上以及许多化工厂和冶金厂中,采用了高压缩比的压气机. 由于压气机的压力与工作叶轮的转速平方成正比,因此提高转速是压气机制造业中技术发展的主要途径. 在电动陀螺仪中,提高转速是提高陀螺仪精度的基本条件. 在磨床中,被加工表面的光洁度取决于主轴的转速,现代精密机床中,当被加工孔的直径为 1 mm 时,主轴转速可达 300000 r/min.

转子转速的提高首先受到机器中转子-轴承-机座系统动态性能的限制. 如果以前转子的转速通常低于一阶临界转速,则现代机器中多半采用“超临界”转子,其转速高于一阶(有时是二阶)临界转速. 所以,以前迴转机械的动力计算只限于求一阶临界转速,并使其远离工作转速,同时再进行转子的平衡,这样,在制造以往的迴转机械时就已经足够了. 这时,并不

考虑滑动轴承和滚动轴承的特性，不研究过渡过程特别是通过临界转速时的过渡过程，也不考虑支承结构的柔度。

为了设计和计算现代迴转机械，在造出样机以前，应研究上述各种情况。转速高于一阶临界转速的转子首先是由瑞典工程师 Лаваль 于 1884 年制成的。Лаваль 设计并试验了工作转速为 30000 r/min 的汽轮机样机，用实验方法得出了难以置信的结论，即只有把转子直径减小到销钉的尺寸才能造出能工作的汽轮机。德国学者 Förpl^[254] 经过十一年的研究，从理论上阐明了 Лаваль 的奇论。Förpl 指出，当转速无限增长时，汽轮机挠性轴将自动定心。当转速无限增长时，偏心装在挠性轴上的圆盘的惯性中心将与迴转几何轴线重合。Förpl 的解释后来被苏联学者 Е.Л.Николай^[161] 推广到所装的圆盘不仅是静不平衡而且是动不平衡的情况。但是，Förpl 和 Николай 都只研究了不计阻力的圆盘的横向振动。因此，当系统的固有频率与转速重合（即通过临界转速）时，振幅就无限地增长。所以，在这些条件下，细轴就不会折断，而且它比粗轴更好。应该指出，Лаваль 在系统中未引入任何附加阻尼，他仅仅是把轴做得细些，即降低了系统的刚度。

过去几年内，挠性轴未得到广泛应用的一些原因是：第一，在很多迴转机械中不能同时满足转子的强度高而弯曲刚度低的要求（尤其是空心轴）；第二，挠性轴在通过临界转速后，由于内摩擦的干扰作用而变得不稳定^[46]；第三，把挠性轴安装在滑动轴承中时，设计人员耽心转速超过一阶临界转速一倍时，油膜特性会引起自激振动（自振）。因此，在结构中广泛采用人造阻尼器，特别是在理论上^[210]。

这时，以质点的强迫振动频率-振幅特性为出发点。众所周知，如果增大当量阻尼系数（以 n 表示），则共振时的强迫振动振幅将减小，因而可在允许的振幅下通过临界转速。但是，

这种方法并不推荐采用,因为它会导致机器效率降低。

另一种方法就没有这个缺点。众所周知,共振时的振幅水平决定于比值 n/k , 这里 k 是系统的固有频率。降低固有频率 k , 可使此比值增大。Лаваль 就按照这个思路进行试验, 他把轴做得细些, 这样, 系统的刚度减小, 比值 n/k 增大, 因而强迫振动的振幅降低到允许值。遗憾的是, Лаваль 所得到的这种效应至今尚未解释清楚。

在五十年代初期, 已利用 Лаваль 挠性轴的优点和排除其缺点而制定了高速迴转机械的新的设计方法^[72,73,93]。这时, 对转子的结构和尺寸不加任何限制, 而根据强度要求和工艺、燃料和电力计算以及其它计算来加以确定。转子被安装在弹性支承中, 支承的刚度根据迴转机械的动力计算来确定。因此, 转子-轴承-机座系统的刚度仅仅是由于引入了挠性支承而降低, 这样就可以以很小的振幅通过临界转速, 而且转子与轴承间的压力急剧减小。转子在通过三阶临界转速以前, 可看作是绝对刚体, 在上述情况下不会产生内摩擦。这时, 无需引入任何人造阻尼器。为了使共振振幅减小到允许极限, 利用机器中始终存在的天然阻尼作用就完全足够了。

因此, 机器的结构得到简化, 也不会出现由非线性阻尼器引起的强烈振动区, 同时, 由于阻尼所引起的能量散逸为最少, 因此机器的效率有所提高。

此外, 当转速无限增长时, 在两个弹性支承中迴转的刚性转子还具有同 Лаваль 挠性轴一样的良好的自动定心特性^[72,73]。

这种设计方法的一大优点是, 转子在整个转速范围内的弯曲振动减小了。现来研究用不同方法固定支承时转轴的振型。图 1.0.1 的左图表示用无限柔性支承时的振型; 中图表示用有限刚性支承时的振型; 右图表示用无限刚性支承时的振

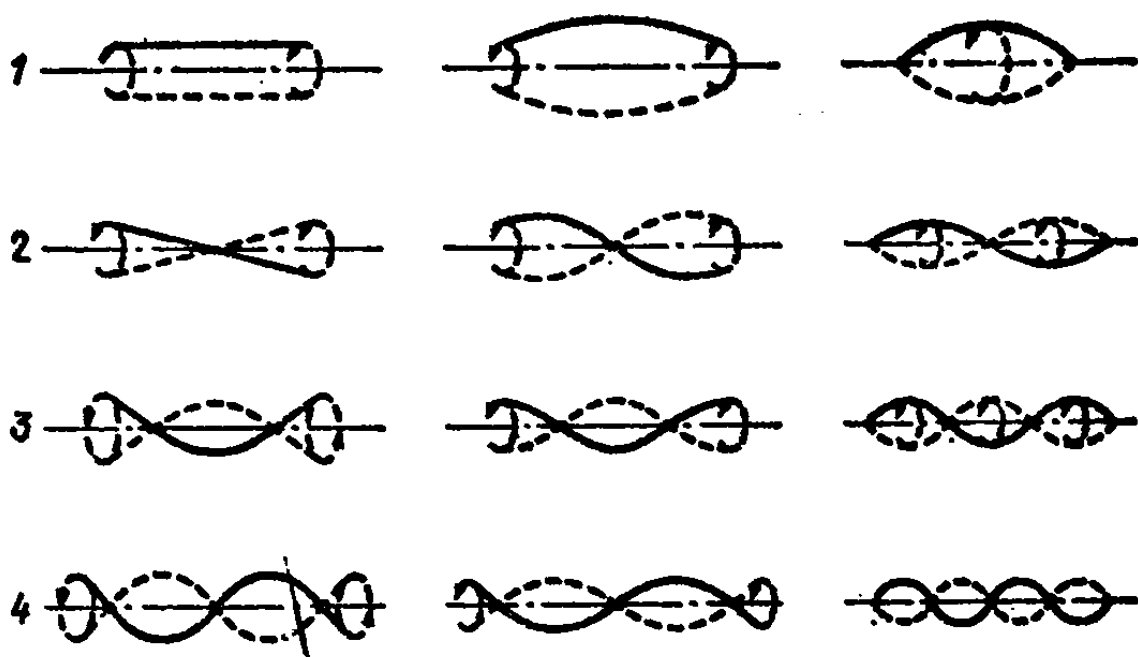


图 1.0.1 轴承柔性对转子振型的影响

1——一阶振型，2——二阶振型，
3——三阶振型，4——四阶振型

型。用刚性支承时，转轴在一阶临界转速下的振型呈弓形。用充分柔性支承(与轴相比)时，同刚性支承一样，转轴通过一阶和二阶临界转速时作圆柱形和圆锥形进动。

用新的设计方法时，把转子按上面那样分成刚性转子和挠性转子是不合适的。实质上，刚性转子是指转速低于一阶临界转速的转子。如果转速超过了一阶临界转速，则转子就称为挠性转子，因为这种转子在绝对刚性支承中回转时会发生弯曲。

如果充分刚性的转子在两个弹性支承中回转，则它在通过一阶和二阶临界转速时也不会发生弯曲振动。因此，应该把转子分成“亚临界”转子和“超临界”转子。根据这些理由，应该舍弃以前广泛采用的转子弯曲振动一词，而改用更通用的横向振动一词。

由静不平衡和动不平衡引起的转子强迫振动无疑是最常见的。在两个弹性支承中回转的刚性转子具有能有效地降低

这种振动的特性。但是,也存在其它几种转子振动,这些振动在运转时同样呈现着很大危险性。由滑动轴承的油膜或气体润滑特性引起的自激振动、由转子材料中的内摩擦引起的振动、由滚动轴承引起的非线性振动,所有这些强烈振动区通常都发生在转速很高的时候。因此,必然会提出这样的问题:能否把刚性转子安装在弹性支承上来降低系统的总刚度以排除这些强烈振动区呢?本书将研究这个问题。

从工程观点来看,转子在转速无限增长时是可能自动定心,但因为任何转子的转速都是有限的,故重要的是,在通过二阶临界转速后不久,自动定心效应足以把转子的振幅和支承上的压力降低到允许的限度。

最后,现代迴转机械转速的不断增长,向研究人员也提出了如何通过三阶临界转速的问题,这与转子的弯曲振动有关。如果过去在制造迴转机械时主要任务是使一阶临界转速高于工作转速,即把一阶临界转速移向高转速一边,则目前应采用另一种更先进的方法,临界转速应取为较低的转速,以便同时保证轻易通过临界转速的条件。

当然也要讨论能否用同一种方法来排除任何强烈振动区。一般说来,如果过去工程师力图把强烈振动区的边界移向高转速一边,以使整个工作转速范围不超过此边界,则本书中选择了相反的、较先进的方法。

在本书所制定的方法中,强烈振动区的起点降低了,它发生在转子的转速较低时,但是同时通过这起点后所发生的过程也改变了。过去所用的提高起点的方法,强烈振动区实际上无上限,而且不可排除,而现在则变成较窄。过去振幅要超过允许极限,而现在则降低到允许值。因此,转子较易通过强烈振动区,而当转速继续提高时,转子则以较小的振幅稳定地迴转。

降低强烈振动区起点、缩小这个区和减小振幅的一般方法是降低转子-支承动力系统的刚度。为此,不改变转子的外形尺寸而采用具有计算刚度的弹性支承。凡是已知强烈振动区的都可用这种方法来加以排除。通过临界转速时所发生的强烈振动、由于滑动轴承的油膜和气膜特性而发生的自激振动、由于金属中有内摩擦和转子截面惯性矩不等而引起的与失稳有关的振动,以及由滚动轴承的非线性性能引起的振动,都可用同一方法来“根治”。

本书所制定的研究迴转机械动力学的方法能同时减小外形尺寸和重量特性、延长寿命、提高转速。专著中所作的理论研究已不止一次地在迴转机械的试验样机和成批样机中实现过。

§ 1.1 在两个弹性支承中
迴转的转子动力学

现来讨论水平布置的轴对称刚性转子,它以角速度 ω 在刚度系数分别为 c_1 和 c_2 的两个弹性支承 O_1 和 O_2 中迴转。以

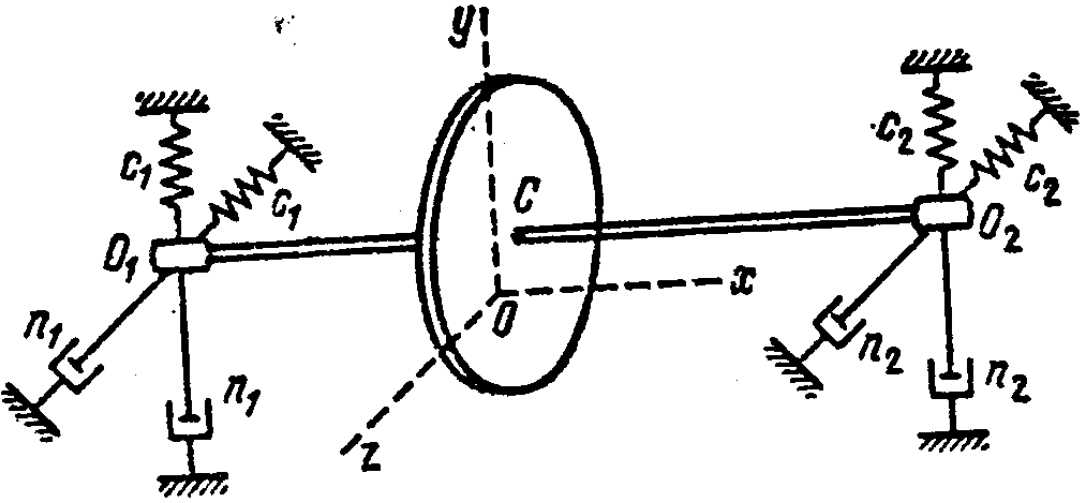


图 1.1.1 在两个弹性支承中迴转同时又承受粘滞摩擦力的
水平刚性转子。重心位于两支承之间

A 表示转子的主中心轴惯性矩, B 表示赤道惯性矩, 以 M 表示转子质量. 支承中要考虑粘滞摩擦力^[83], 而摩擦系数分别为 n_1 和 n_2 (图 1.1.1).

现选取定坐标系 $Oxyz$, 其原点 O 在不迴转时转子的重心处, 这时, 使轴 Ox 的方向沿着平衡状态下的迴转轴线. 根据结构上的理由可以认为, 在其中一个支承上不存在迴转轴线沿轴 Ox 的位移. 于是, 迴转轴线在空间的位置可根据弹性支承上相应两点的坐标 y_1, z_1 和 y_2, z_2 来定. 以后取这些值为一阶微量, 同时在另一个支承上, 沿轴 Ox 的位移可略去不计.

现来研究转子由其静不平衡和动不平衡引起的强迫振动. 静不平衡是由于重心对迴转轴线偏移 e 而造成的, 动不平衡是由于中心惯性轴与迴转轴线不重合而造成的.

设 D 是通过重心 C 并垂直于中心惯性主轴 Cx'' 的平面与迴转轴线的交点; l_1 和 l_2 是点 D 到支承的距离, 且 $l = l_1 + l_2$. 再设 δ 是轴线 Cx'' 对迴转轴线 Dx' 的微小倾角(图 1.1.2) (δ 用轴线 Cx'' 与平行于轴线 Dx' 的轴线 Cx''' 表示). 此外, 还引入角 ε 如下: 在平面 δ 内, 作第二主中心赤道轴 Cy'' , 于是 ε 是第三轴线 Cz'' 与方向线 DC 间的夹角.

再来看图 1.1.3. 按照分段公式, 点 D 坐标与支承坐标的

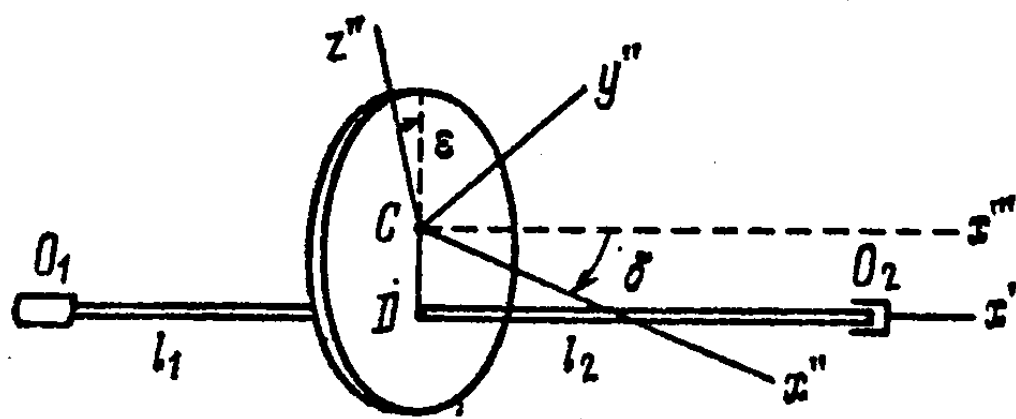


图 1.1.2 角度 δ 和 ε

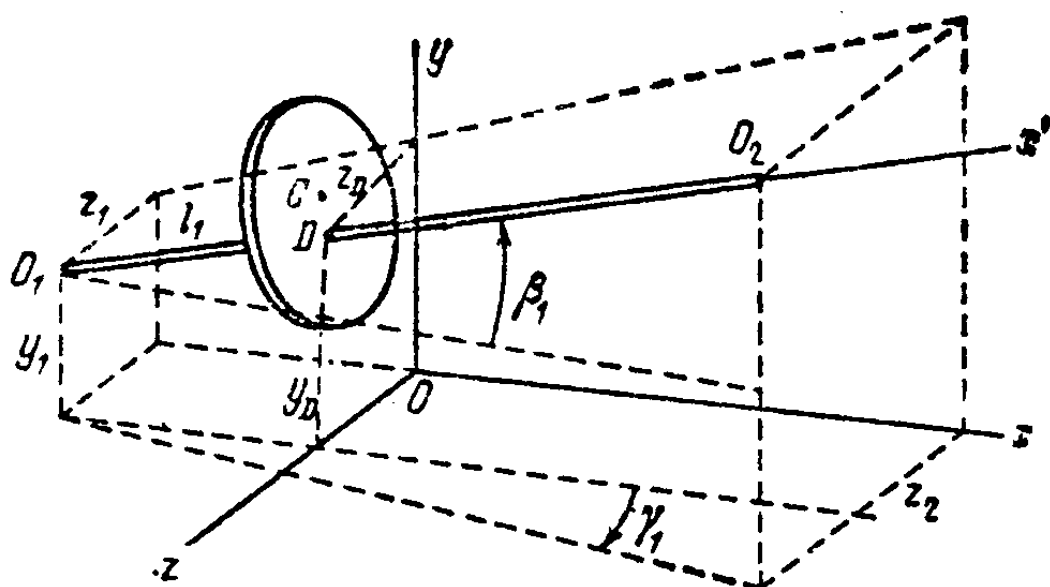


图 1.1.3 决定刚性转子轴线在空间中位置的量

关系式为:

$$y_D = \frac{l_1 y_2 \pm l_2 y_1}{l} \quad z_D = \frac{l_1 z_2 \pm l_2 z_1}{l} \quad (1.1.1)$$

而精确到一阶无穷小的 Резаль 角 β_1 和 γ_1 公式为:

$$\beta_1 = \frac{y_2 - y_1}{l} \quad \gamma_1 = \frac{z_2 - z_1}{l} \quad (1.1.2)$$

今后, 式中 l_2 前的“+”号适用于重心位于两支承之间的情况, 而“-”号适用于重心位于支承之外的情况 (“悬臂”情况). 可以证明, 对于中心主轴 Cx'' 和重心 C 的坐标, 在同一精度下, 角度 β 和 γ 与 β_1 、 γ_1 和 y_D 、 z_D 的相应关系式为:

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_1 + \delta \cos(\omega t - \varepsilon) \\ \gamma &= \gamma_1 + \delta \sin(\omega t - \varepsilon) \\ y_C &= y_D + e \cos \omega t \\ z_C &= z_D + e \sin \omega t \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

为了建立转子的运动微分方程, 利用关于惯性中心运动的理论和在相对运动中对于惯性中心的力矩理论, 不难得出运动力矩在通过惯性中心并与之一起作往复运动的轴上投影