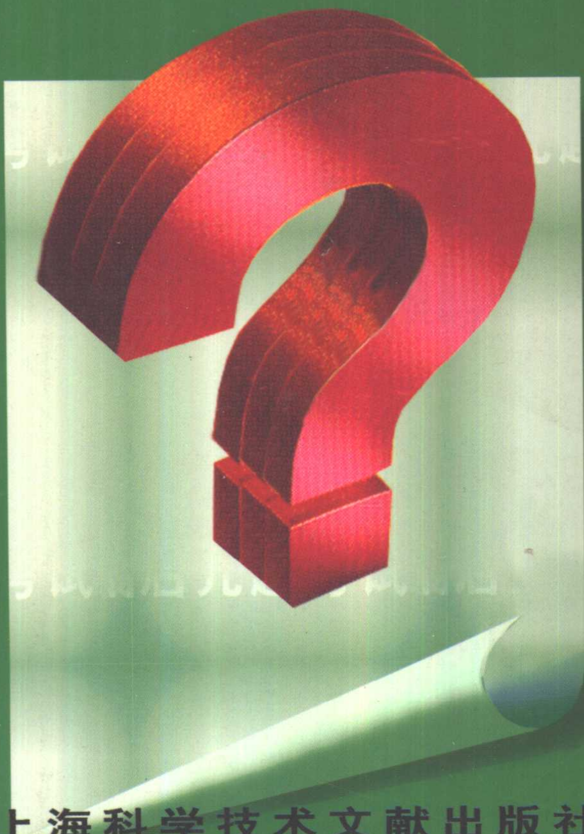
中考数学
最后几题考什么

（修订本）

潘 碚 编著



上海科学技术文献出版社

中考数学最后几题考什么

（修订本）

潘　碚　编著

上海科学技术文献出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考数学最后几题考什么 / 潘碚编著. 一上海:上海科学技术文献出版社,2000.5

ISBN 7-5439-0068-8

Ⅰ.中… Ⅱ.潘… Ⅲ.数学课-初中-升学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第15778号

责任编辑:孙璐佩

封面设计:石亦义

中考数学最后几题考什么

(修订本)

潘 碚 编著

*

上海科学技术文献出版社出版发行

(上海市武康路2号 邮政编码200031)

全国新华书店经销

上海科技文献出版社昆山联营厂印刷

*

开本787×1092 1/32 印张18.75 字数453 000

2000年5月第2版 2000年5月第1次印刷

印数:1—5 500

ISBN 7-5439-0068-8/G·271

定价:19.80元

再 版 前 言

《中考数学最后几题考什么》自 1997 年出版以来，多次重印，深受广大读者欢迎。在此谨向广大读者表示感谢。

笔者感到高兴的是：笔者曾在书中提出了试题命题的两个新动向，而后在上海市 1997 年、1998 年、1999 年的考试中都分别出现了有关这两个新动向的试题。笔者在给一些学校讲课时提到：在解有几何图形的结论探索型试题时，不妨用尺与量角器等几何工具度量，把探索性试题变为传统性试题。虹口区某普通中学初三(8)班有 48 位同学在 1997 年的考试中仅在 2 分钟内就把结论探索出来了。

下面来看看 1996 年、1997 年、1998 年、1999 年的试题与第 1 版中试题的关系。

根据不完全的统计，1996 年全国综合题选中有 11 道题与第 1 版中的题目相同，有 6 道题与第 1 版中的题目相似；

1997 年全国综合题选中有 6 道题与第 1 版中的题目相同，有 4 道题与第 1 版中的题目相似；

1997 年上海市初三数学辅导讲座(六)综合练习题共有 10 道题目，其中 6 道题与第 1 版中的题目相同，1 道题与第 1 版中的题目相似；两道题在作者的另一册书中有介绍；

1998 年全国综合题选中有 5 道题与第 1 版中的题目相同，有两道题与第 1 版中的题目相似；

1998 年上海市直升考试综合题选中有 13 道题与第 1 版中的题目相同，有 10 道题与第 1 版中的题目相似；

1999 年全国综合题选中有 3 道题与第 1 版中的题目相似；

1999 年上海市直升考试综合题选中有 2 道题与第 1 版中的题目相似。

累计以上数据，1996 年至 1999 年间共有 41 道题与第 1 版中的题目相同，31 道题与第 1 版中的题目相似。

下面再来看看 1996 年、1997 年、1998 年、1999 年之间的试题的关系。

根据不完全的统计，1997 年全国综合题选中有 2 道题与 1996 年全国综合题选中的题目相同；

1997 年全国综合题选中有 1 道题相同，2 道题相似；

1998 年全国综合题选中有 1 道与 1996 年全国综合题选中的题目相同，有 1 道题与 1996 年全国综合题选中的题目相似；

1998 年全国综合题选中有 1 道题与 1997 年全国综合题选中的题目相同；

1998 年全国综合题选中有两道题相似；

1998 年上海市直升考题中有 2 道题与 1996 年全国综合题选中的题目相同，有 1 道题与 1996 年全国综合题选中的题目相似；

1998 年上海市直升考题中有 11 道题与 1997 年全国综合题选中的题目相同，有 2 道题与 1997 年全国综合题选中的题目相似；

1998 年上海市直升考题中有 4 道题相同，3 道题相似；

1999 年全国综合题选中有 3 道题与 1996 年全国综合题选中的题目相同。

1999 年全国综合题选中有 4 道题相似。

累计以上数据，1996 年至 1999 年间共有 25 道相同，14 道题相似。

由此可见，研究综合题是何等的重要。

相信以上考题，将会在今后的教学过程中起到借鉴作用。

根据三年来使用本书的情况，现决定对本书作一次修订。

修订本增加了以下内容：

1996 年全国综合题选，附有解答、提示或分析；

1997 年全国综合题选，附有解答、提示或分析；

1997 年上海市初三数学辅导讲座(六)综合练习题，附有答案；

1998 年全国综合题选，附有解答、提示或分析；

1998 年上海市直升考试综合题选，附有解答、提示或分析；

1999 年全国综合题选，附有解答、提示或分析；

1999 年上海市直升考试综合题选，附有解答、提示或分析。

为了使读者更好地了解试题热点，修订本对原来的内容作了补充和说明。

在修订本中对试题命题的新动向作了较大篇幅的补充。第 1 版曾介绍了两个动向，在这两年中又出现了新的动向，所以在修订本中介绍了五个动向。由于近两年出现了不少新的题型，所以在第 1 版中介绍动向一时，只介绍了一种类型，在修订本中，在介绍动向一时，共介绍五种类型。

如果修订本能对读者有所帮助的话，应该归功于各省、市命题的教师，在这里，我不过是借花献佛。

由于本人水平有限，修订本中可能出现错误，笔者一定虚心接受广大读者的批评指正。

一九九九年十二月

编 者 的 话

笔者在收集、整理中考试题达二十几年的过程中发现：在各地试题中，类似的、甚至一字不差的综合题重复出现的现象比较普遍。其中典型的例子是：有一道综合题在10年中考过11次。笔者认为这些试题具有直接的参考价值。在这漫长的收集、整理过程中，笔者还发现：凡是看过这些试题的普通中学的学生都能顺利地考出试题的最后几道题，笔者认为这些试题具有间接的参考价值。尤其是1995年上海试题的最后一道题具有一定的难度，失分率较高，但虹口区某普通中学看过这些综合题的学生全部做出了最后一道题，这些学生除直升本校高中外，几乎都考取市、区重点中学，其中也有以120分满分的成绩考取市重点中学的。这使我下决心把这些试题整理出来，介绍给大家。

笔者把1949年以来，尤其是近十年的试题按时间进行纵向比较，按地区进行横向比较后发现：根据知识点的分布情况，这些综合题可以分成三大类七小类。这三大类试题在中考中所起的作用是辩证的：在压轴题中并非全是双科综合题或三科综合题，也经常出现单科综合题，所以要重视单科综合题的复习；三科综合题涉及知识点的范围广，在压轴题中占有一定的比例，但并非高不可攀，经过一定量的训练会发现三科综合题的解题思路反而比单科综合题明确，恐惧心理随之消失。

在书中，笔者通过大量的例子把这七小类综合题进行分类导析，在导析中对试题之间的异同点进行比较、归纳和小结，以

达到举一反三的目的。

在分类导析的基础上给出两部分试题选：一是“1984 年到 1995 年上海市综合题选”；二是“1995 年全国综合题选”。全国综合题选共 43 套(不包括上海市综合题)，其中省级试题(包括省会城市级试题)35 套。对这些试题，均给出解答、提示或分析。有的省出现两套省级试题，其中一套是义务教材的试题。

笔者根据这些综合题在试题中出现的频率，归纳出近三年试题中的 7 个热点，这 7 个热点在今后三年中仍然不会消失。

经过进一步的剖析还能发现：试题中压轴题的类型还在变化与发展，有两类题目，虽然目前还未形成热点，但离形成热点已为期不远，这是试题命题的动向，望引起大家的注意。

如本书能对大家起到一定作用的话，请大家千万不要忘记这些试题的命题老师，笔者在这儿仅仅是借花献佛。每套试题都是经过这些老师的反复推敲而定的，从这个角度看，本书又是一个小的精品题库。“精品”两字是对这些老师的最好评价。

本书所用的 330 余道综合题全部都是中考试题，对其中个别题目，根据需要，对这个大题中的某个小题作了删减。

为使全国各地都能用这本书，笔者在试题解法上作了如下的技术处理：考虑到有的省、市删去了“解斜三角形”一章，所以在涉及到有关三角知识的综合题时均给出两类解法：①用解直角三角形的方法解；②用解斜三角形的方法解。另外，考虑到有的地区删去了“圆幂定理”的内容，所以凡遇到有这些知识点的考题，均给出两类解法：①用相似形的判定定理和性质定理来解；②直接运用圆幂定理解；再则，考虑到有的地区删去了“二次不等式”和“三角形内、外角平分线定理”的内容，笔者在解这些综合题时亦作了相应的说明。

收集、整理中考试题，不仅是教学的需要，而且还具有文献

价值。研究试题的热点的形成和命题的动向尤为重要，还要经常注意试题题型的演变过程。

限于本人水平，本书中的错误在所难免，敬请广大读者提出宝贵意见，在此表示感谢。

一九九六年三月

潘碚毕业于华东师大数学系，高级教师职称，上海市数学会会员，上海市数学教学研究会会员，上海市中专数学学科中心组成员，全国中职数学教材编写组成员。在各类杂志上发表过有独特见解的论文十余篇。翻译的《苏联数学家康脱洛维奇传记》发表在中国科学院数学研究所的《数学译林》杂志上。编著《中考数学最后几题考什么？》。任《中考失分1000个为什么？》数学分册主编，《三校生高考复习指导丛书》副主编兼数学分册主编。

目 录

综合题的分类……………………………………………… 1
综合评述 ………………………………………………… 11
一、间接的和直接的参考价值 ……………………………… 11
二、要重视单科综合题的复习 ……………………………… 22
三、三科综合题并非高不可攀 ……………………………… 29
分类导析 ………………………………………………… 33
一、单科综合题 …………………………………………… 33
1. 代数………………………………………………… 33
2. 几何………………………………………………… 54
3. 三角………………………………………………… 81
二、双科综合题 …………………………………………… 92
1. 代数与几何…………………………………………… 92
2. 代数与三角 ………………………………………… 130
3. 几何与三角 ………………………………………… 141
三、三科综合题…………………………………………… 158
代数、三角、几何…………………………………………… 158
上海综合题选(1984—1995)………………………………… 173
上海综合题选　解答或提示………………………………… 179
1995 年全国综合题选 ……………………………………… 205
1995 年全国综合题选　解答、提示或分析 ……………… 235
近三年试题热点分析………………………………………… 311
试题命题的新动向…………………………………………… 319

1996 年全国综合题选与 1996 年以前试题对照表 ………… 322
1996 年全国综合题选 ……………………………………… 323
1996 年全国综合题选　解答、提示或分析 ………………… 342
1997 年全国综合题选与 1997 年以前试题对照表 ………… 370
1997 年全国综合题选 ……………………………………… 371
1997 年全国综合题选　解答、提示或分析 ………………… 389
1997 年上海市初三数学辅导讲座(六)综合练习题 ……… 423
1998 年全国综合题选与 1998 年以前试题对照表 ………… 425
1998 年全国综合题选 ……………………………………… 426
1998 年全国综合题选　解答、提示或分析 ………………… 444
1998 年上海市直升考试综合题选与其他试题对照表 …… 487
1998 年上海市直升考试综合题选 ………………………… 490
1998 年上海市直升考试综合题选　解答、提示或分析 …… 497
1999 年全国综合题选 ……………………………………… 500
1999 年全国综合题选　解答、提示或分析 ………………… 516
1999 年上海市直升考试综合题选 ………………………… 551
1999 年上海市直升考试综合题选　解答、提示或分析 …… 557
再谈近三年试题热点分析………………………………… 567
再谈试题命题的新动向…………………………………… 574

综合题的分类

中考试卷最后几题安排的是带有一定难度或复杂程度的综合题，以便拉开档次，使那些基础扎实、有较强的分析问题、解决问题能力的考生脱颖而出。因此，要想在考试中成绩突出，就要在解带有选拔性的综合题上狠下功夫。

初中数学由代数、几何、三角三门分科组成。由每门分科的两个或两个以上的重要知识点构成的综合题称为单科综合题；由两门不同分科的知识点构成的综合题称为双科综合题；由三门不同分科的知识点构成的综合题称为三科综合题。下面分别举例予以说明：

一、代数单科综合题

[**例 1**]　1988 年安徽省考题

已知方程 $2x^2-5mx+3n=0$ 两根之比为 $2:3$，而方程 $x^2-2nx+8m=0$ 两根相等（m、n 为不等于零的实数）求证：k 为任何实数时，方程

$$mx^2+(n+k-1)x+(k+1)=0$$

恒有实数根。

分析：该题是由代数中的两个重要知识点综合而成的：(1) 一元二次方程的根与系数的关系；(2) 一元二次方程的根的判别式（两次用到）。

证明：设方程 $2x^2-5mx+3n=0$ 的两根为 $2a$、$3a$，则

$$\begin{cases}2a+3a=\dfrac{5m}{2}\\[2ex]2a\times 3a=\dfrac{3n}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{m}{2}\\[2ex]4a^2=n\end{cases}$$

$$\Rightarrow m^2=n \tag{1}$$

又∵方程 $x^2-2nx+8m=0$ 的两根相等，判别式

$$\triangle=(-2n)^2-4\times 8m=0$$

$$\therefore\quad n^2-8m=0 \tag{2}$$

由

$$\begin{cases}m^2=n & (1)\\ n^2=8m & (2)\end{cases}$$

解得 $m=2, n=4$ （$m=n=0$ 舍去）

因此方程

$$mx^2+(n+k-1)x+(k+1)=0$$

即为 $2x^2+(k+3)x+(k+1)=0$

这个方程的判别式

$$\begin{aligned}\triangle&=(k+3)^2-4\times 2(k+1)\\&=k^2-2k+1=(k-1)^2\geqslant 0\end{aligned}$$

故这个方程恒有实数根。

该题属代数单科综合题。

二、几何单科综合题

［**例 2**］ 1986 年南昌市考题

如图 1，以 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 为直径作⊙O，G 为⊙O 上一点，过点 G 作 AB 的垂线，分别交 AB、AC 和 BC 的延长线于 D、E、F，求证：$DG^2=DE\cdot DF$。

分析：该题是由几何中的 4 个重要知识点综合而成的：(1)射影定理；(2)直径所对的圆周角是直角；(3)三角形相似的判定定理；(4)三角形相似的性质定理。

提示：连结 AG 和 GB，则 $DG^2=AD\cdot DB$；再设法证明$\triangle ADE\backsim\triangle FDB$，得$\dfrac{DE}{BD}=\dfrac{AD}{DF}$，即 $DE\cdot DF=AD\cdot DB$，根据等量代换，可得：$DG^2=DE\cdot DF$

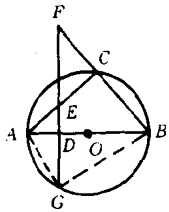


图 1

该题属几何单科综合题。

三、三角单科综合题

［**例 3**］ 1985 年黑龙江省考题

如图 2：在山项上有一座电视塔，在塔顶 B 处测得地面上一点 A 的俯角 $\alpha=60°$，在塔底 C 处测得 A 的俯角 $\beta=45°$。已知塔高 $BC=60$ 米，求山高 CD(精确到 1 米，$\sqrt{3}\approx1.732$。如果用到 $\sin15°$时，注意：$\sin15°=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$)。

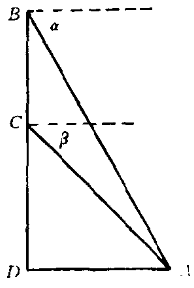


图 2

分析：该题是由三角中的两个重要知识点综合而成的：(1)俯角的概念；(2)三角函数中正切的定义。

解：

在 $Rt\triangle ACD$ 中，

$$\because\quad \angle DAC=\beta=45°$$
$$\therefore\quad CD=AD\cdot \mathrm{tg}45°=AD$$

在 $Rt\triangle ABD$ 中，

$$\because\quad \angle DAB=\angle\alpha=60°$$
$$\therefore\quad DB=AD\cdot \mathrm{tg}60°=\sqrt{3}\,AD$$

又　　　　　　$\because \quad DB = CD + 60, AD = CD$

$$\therefore \quad CD + 60 = \sqrt{3}CD$$

$$\therefore \quad CD = \frac{60}{\sqrt{3}-1} = 30(\sqrt{3}+1) \approx 82(\mathrm{m})$$

答：山高约等于 82m。

该题属三角单科综合题。

四、代数和几何双科综合题

［**例 4**］　1989 年西安市考题

如图 3：已知两点 $A\left(0,\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$ 和 $B\left(\frac{1}{2},0\right)$，以线段 AB 为边，在第一象限内作正$\triangle ABC$，过点 C 作 AB 的平行线 l，交 X 轴于 D，交 y 轴于 E。求：(1)$\triangle ABC$ 的面积；(2)线段 OE 及 BD 的长；(3)直线 $l(y=kx+b)$的关系式；(4)若 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABP}$，且点 $P(a,4\sqrt{3})$ $(a>0)$，求 a 值。

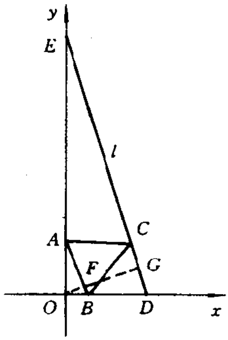


图　3

分析：该题是由代数中的两个知识点和几何中的 5 个知识点综合而成的。这些知识点是(1)一次函数的表达式；(2)如果点在直线上，则点的坐标适合直线的函数式；(3)勾股定理；(4)面积公式；(5)三角形相似的判定定理；(6)三角形相似的性质定理；(7)等积。

解：

(1) $\because$　$\triangle ABC$ 是正三角形，又

$$AB^2 = OB^2 + OA^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 = 4$$

$$\therefore \quad S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot \sqrt{3}=\sqrt{3}$$

(2) 引 $OF\perp AB$ 于 F,并延长交 DE 于 G,则

$$FG\perp DE, OF=\frac{OB\cdot OA}{AB}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{15}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{15}}{8}$$

又 $AB /\!/ DE$,

∴ FG 与$\triangle ABC$ 的高相等,

$$FG=\sqrt{3}, OG=\frac{\sqrt{15}}{8}+\sqrt{3}$$

又 $\triangle EGO\backsim\triangle AOB$,

$$\therefore \quad OE=\frac{OG\cdot AB}{OB}=\frac{\sqrt{15}}{2}+4\sqrt{3}$$

又 $\triangle AOB\backsim\triangle EOD$, $OD=\dfrac{OE\cdot OB}{OA}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

$$\therefore \quad BD=\frac{4}{5}\sqrt{5}$$

(3) 设直线 l 的关系式为 $y=kx+b$,

∵ 点 $D\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{4\sqrt{5}}{5},0\right)$ 和点 $E\left(0,\dfrac{\sqrt{15}}{2}+4\sqrt{3}\right)$ 在 l 上,于是

$$k=-\sqrt{15}, b=\frac{\sqrt{15}}{2}+4\sqrt{3}$$

$$\therefore \quad y=-\sqrt{15}x+\frac{\sqrt{15}}{2}+4\sqrt{3}$$

(4) ∵ $S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABC}, a>0$

∴ 点 P 必在直线 l 上,把点 $P(a,4\sqrt{3})$的坐标代入直线 l 的解析式,可得