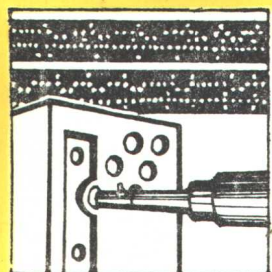


高等学校试用教材



流体力学及 叶栅理论

镇江农业机械学院刘天宝 主编



机械工业出版社

高等学校试用教材

流体力学及 叶栅理论

镇江农业机械学院刘天宝 主编



机械工业出版社

流体力学及叶栅理论

镇江农业机械学院 刘天宝 主编

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $16 \frac{1}{4}$ · 字数 392 千字

1983 年 6 月北京第一版·1984 年 3 月北京第二次印刷

印数 4,501—7,700·定价 1.70 元

*

统一书号: 15033·5422

前 言

本书是根据 1978 年 4 月在天津召开的高等学校一机部对口专业座谈会的精神,以及同年九月在兰州召开的水力机械专业教材会议拟定的教材计划和教学大纲编写的,是水力机械专业的技术基础课程教材。

针对水力机械设计制造专业的需要,本教材主要阐述不可压缩流体运动的基本规律、不可压缩流体与固体间产生相对运动时的相互作用,以及与专业有关的机翼和叶栅之一般概念、基础理论、基本解法。通过本书学习,将为学习专业课和将来从事水力机械设计制造与科学研究打下必要的理论基础。

本书由镇江农机学院刘天宝同志主编,清华大学张兆琪同志和甘肃工业大学刘守义同志参加了编写工作。本书由甘肃工业大学程兆雪同志担任主审,清华大学董增南同志参加了审稿工作。书中第一、二、五、六、十一、十二章由刘天宝同志编写,第三、四、七、十章由张兆琪同志编写,第八、九章由刘守义同志编写。书稿第二、三、四、五章由董增南同志审阅,其余由程兆雪同志审阅,第十二章手稿并请哈尔滨工业大学查森同志审阅过。

在本书编写、审定过程中,甘肃工业大学水机教研室、清华大学水利系和镇江农机学院动力系的很多同志都曾给了我们热情的支持,一机部教编室孙祥根同志对本书出版给了许多帮助,在此我们对他们表示衷心感谢。

限于编者水平,书中不妥与谬误之处在所难免,诚恳希望读者和使用本书的同志批评指正。

11960/10

本书的主要符号

符号 意义

b —翼展
 C —固体周界
 C_f —摩擦阻力系数
 C_L —升力系数
 C_x —阻力系数
 C_y —升力系数
 c —积分常数、水锤波速
 d —圆管直径
 g —重力加速度
 h —淹没深度
 h_f —沿程水头损失
 h_j —局部水头损失
 h_w —总水头损失
 J —水力坡度
 K —弹性（或流量）模数，动量
 L —升力
 l —线长、翼弦
 M —力矩
 P —总压力
 p —压力（压强）
 Q —流量
 R —合力
 S —面积
 s —弧长
 t —时间、栅距

符号 意义

U —力势函数
 u —牵连速度、圆周方向
 V —断面平均速度、体积
 v —速度
 $W(w)$ —复位势函数
 w —相对速度
 X —单位质量力 x 轴分量、阻力
 Y —单位质量力 y 轴分量、升力
 Z —单位质量力 z 轴分量
 α —冲角
 Γ —速度环量
 γ —重度、环量密度
 δ —边界层厚度
 ε —收缩系数
 ξ —局部水头损失系数
 λ —沿程水头损失系数
 μ —动力粘性系数、流量系数
 ν —运动粘性系数
 ρ —密度
 σ —面积
 τ —剪切应力
 φ —速度势函数、流速系数
 ψ —流函数
 ω —旋转角速度、过水断面面积

目 录

第一章 绪论	1	§ 5-1 管路计算概述	77
§ 1-1 流体及其分类	1	§ 5-2 长管的水力计算	77
§ 1-2 流体力学	1	§ 5-3 短管的水力计算	79
§ 1-3 流体的连续介质假定	2	§ 5-4 管路中的水锤	80
§ 1-4 流体力学发展概况	3	§ 5-5 孔口、管嘴计算概述	83
§ 1-5 流体的物理性质	4	§ 5-6 薄壁孔口的稳定、自由出流	84
§ 1-6 流体粘性、牛顿内摩擦定律	5	§ 5-7 圆柱形外伸管嘴的稳定、自由出流	85
§ 1-7 作用在流体上的力	6	§ 5-8 薄壁孔口的不稳定自由出流	87
第二章 流体静力学	8	第六章 流体运动学和理想流体动力学 基础	88
§ 2-1 静止流体中应力的特性	8	§ 6-1 连续性方程	88
§ 2-2 静止流体微分方程	9	§ 6-2 流体微团的运动分解	89
§ 2-3 重力流体的静止	12	§ 6-3 势流和速度势函数	92
§ 2-4 重力液体作用在平面壁上 的总压力	14	§ 6-4 理想流体运动微分方程	94
§ 2-5 重力液体作用在曲面壁上的总压力、 阿基米德原理	16	§ 6-5 伯努里积分和拉格朗日积分	95
§ 2-6 旋转器皿中液体的静止	18	第七章 旋涡运动的理论基础	100
第三章 一元流动的基本方程与 相似理论	20	§ 7-1 基本概念	100
§ 3-1 流体运动的描写方法	20	§ 7-2 速度环量和斯托克司定理	102
§ 3-2 流体运动的分类	22	§ 7-3 汤姆逊定理和拉格朗日定理	105
§ 3-3 表示流体运动的几个概念	22	§ 7-4 亥姆霍茨定理	108
§ 3-4 一元稳定总流的连续方程	25	§ 7-5 旋涡对其周围理想流体的 诱导流度, 比奥-沙伐尔公式	110
§ 3-5 一元稳定总流的能量方程	26	§ 7-6 旋涡层	115
§ 3-6 一元稳定总流的动量方程和动 量矩方程	37	§ 7-7 卡门涡列(涡街)	117
§ 3-7 相似原理和量纲分析	43	第八章 理想流体平面势流	120
第四章 流动型态及水头损失	53	§ 8-1 平面流动及其流函数	120
§ 4-1 流动阻力与水头损失的分类	53	§ 8-2 流网	122
§ 4-2 流动的两种型态	54	§ 8-3 复势与复速度	124
§ 4-3 紊流流动	57	§ 8-4 基元流动	125
§ 4-4 沿程水头损失与切应力的关系	61	§ 8-5 势流的叠加	127
§ 4-5 圆管层流的水头损失	63	§ 8-6 圆柱绕流及茹可夫斯基定理	132
§ 4-6 紊流沿程水头损失的分析和计算	64	§ 8-7 椭圆柱的绕流	137
§ 4-7 局部水头损失	72	§ 8-8 断裂绕流概述	139
第五章 管路和孔口、管嘴的水力计算	77	§ 8-9 水电比拟的实验解法	141
		第九章 空间势流	144
		§ 9-1 空间势流及流例	144

§ 9-2 轴对称流动	146	§ 10-12 边界层的控制	187
§ 9-3 绕圆球流动	147	第十一章 机翼理论	190
§ 9-4 旋转体绕流	150	§ 11-1 概述	190
第十章 粘性流体的流动及边界层理论	153	§ 11-2 翼型绕流的实验结果	193
§ 10-1 粘性流体中的应力	153	§ 11-3 保角变换法解题路线	198
§ 10-2 以应力形式表示的粘性流体运动微分方程式	154	§ 11-4 茹可夫斯基翼型	204
§ 10-3 广义牛顿的摩擦定律	156	§ 11-5 薄翼理论——奇点分布法	211
§ 10-4 粘性流体中的法向应力	157	§ 11-6 有限翼展机翼理论	215
§ 10-5 粘性流体运动的微分方程式	158	第十二章 叶栅理论	224
§ 10-6 边界层流动的基本概念	161	§ 12-1 概论	224
§ 10-7 边界层平面流动的微分方程	164	§ 12-2 环量及栅前流动方向间的关系	229
§ 10-8 边界层的动量积分方程	167	§ 12-3 叶栅特征方程	230
§ 10-9 边界层的分离现象	171	§ 12-4 平面直列叶栅绕流的保角变换解法	234
§ 10-10 平板边界层	174	§ 12-5 平面直列叶栅绕流的奇点分布解法	239
§ 10-11 切面阻力的实验测定	185	§ 12-6 叶栅中三元流动解法简述	250

第一章 绪 论

流体通常包括液体和气体两类，鉴于水机专业的需要，本书中所谓流体主要指液体。流体力学的主要任务是研究流体运动或静止的规律，以及流体与固体之间的相互作用问题。

本书根据专业要求分编成四大部分：静力学、一元流动、多元流动、机翼和叶栅。在本章中主要讨论流体的物理性质和流体的连续介质假定。

§ 1-1 流体及其分类

流体是除固体外，物质存在的又一种形式。它不同于固体，即使很小的外力，也可使它产生变形（只要变形速度足够缓慢）。如水和蜂蜜都是流体：一杯水倾覆后，立即漫成一滩；滴在桌上的一滴蜂蜜，慢慢地它会变得更扁平。这些变形过程，并无需加什么额外的力，而只发生在自身重量的影响下。因此，流体可以说是一种容易变形（流动）的物体。各种的液体与气体均为流体。

流体从不同的角度可给以不同的分类，下述分类流体的两种方法是较常碰到的：

固体在粘稠的流体（厚油、糖浆等）中运动时，比在稀滑的流体（如水、酒精等）中运动将会遭遇到大得多的阻力作用。流体越稀滑，运动固体在其中将受到越小的阻力作用。作为无限稀滑流体的一种极限：若固体在其中运动不遭受任何阻力时，则把那种流体称为无粘性流体或理想流体；反之，把固体在其中运动会遭受到阻力作用的流体，则叫作粘性流体或实际流体。

液体和气体有个显著的差异：液体对体积的改变表现了很强的抵抗，气体则很弱。在通常压力范围内，液体体积可视为不变的，叫不可压缩流体。气体则通常是随压力而变化其体积的，叫可压缩流体。

§ 1-2 流 体 力 学

流体力学是研究流体平衡和运动的规律及其与固体间的相互作用规律的学科，同时也研究如何应用这些规律去解决工程实际问题。

根据上面对流体的分类，以它们分别作为流动介质，流体力学相应也可分成：理想流体动力学、粘性流体动力学、不可压缩和可压缩流体动力学等。

流体力学是一个独立而丰富的学科，它的成果已被广泛地应用于工程技术的各个部门，为生产实际作出了极有益的贡献。诸如，在水利工程、动力机械、航空、交通、化工等各工业部门都会遇到流体力学问题，需要用流体力学知识去分析、解决它们。对水力机械的设计与制造而言，流体力学更是一门重要的技术理论基础。

§ 1-3 流体的连续介质假定

流体也是由分子组成。因此处理流体运动的一个很自然的方法是从考虑每个分子的运动出发。但由于对分子力知道很不够,因而无法写出这些分子复杂运动的方程来;另外,也由于实际工程上所涉及的尺寸远比分子间距大,要求掌握的是大量分子的统计平均行为,而不是个别分子的微观运动规律(如桌上放一杯水,从微观上看,水分子始终在不停地运动;但从宏观的角度看,水则处于静止状态。从工程实用观点看来,只有后者才有意义)。所以人们甩开了流体的分子结构不管,而提出了流体的连续介质假定。

连续介质假定认为:流体是充满了它所占据的空间的一种连续介质,这种连续介质到处都具有流体的一切属性。

用测量仪表很容易测出的流体运动的各种特性全都是连续地随着它在流体中的位置而变化的。这就证明并支持了连续介质假定。

流体的宏观特性,如平均密度、平均压力与速度等;是随下列因素连续地变化的:(a)按考虑的流体块的大小,(b)位置,(c)时间。

就第一因素而论,如果流体块大时,流体特性是随体积而改变的。让流体块体积变小,则流体特性变化越来越小,最后趋向一个稳定值(图 1-1 a)。若流体体积小过某一极限后,流体特性将产生强烈的、不规则的变化。这是由于流体块体积小小到只包含几个分子,引起体积中分子数的统计涨落所致。在流体特性尚未发生强烈变化前的小块流体,作为考察流体运动的小单元体,叫它流体质点或流体微团。

现仅以密度这一流体特性为例说明其随体积变化的情形。(图 1-1 b)表示流体中一点 A (x, y, z) 处的小流体体积 δV , 它包含质量 δm 。让 δV 收缩到 A 点时, $\rho = \frac{\delta m}{\delta V}$ 随 δV 变化的情况如图 1-1 a 中曲线所示。由曲线看出,存在一个极限体积 δV^0 ; 当 δV 大于 δV^0 时, ρ 值有一段是稳定的。 δV 小于 δV^0 时, 由于 δV 内包含分子数目太少, 受分子数涨落的影响, ρ 开始猛烈摆动, 这时便无法确定出一个一定大小的 ρ 值来了。因此, δV^0 是能把流体处理成连续介质的极限体积, 低于此体积则流体连续介质假定不再成立。 A 点密度被定义为

$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V^0} \frac{\delta m}{\delta V} = f(x, y, z, t)$$

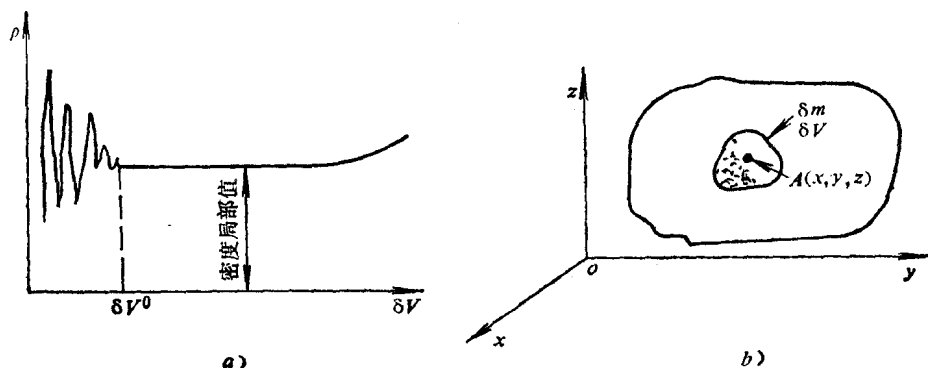


图1-1 流体密度随体积的变化

这个极限体积 δV^0 也就是流体质点的大小。由于它很小可以忽略不计，在极限过程中常用 0 代表。

流体质点的特性如视为该时刻流体质点所在空间点上的特性时，则该流体动力特性可借场的方法表出。这样一来，密度、压力、速度等就都可以表成时间和地点的连续函数了。这使我们可以应用数学分析的工具来研究流动。

§ 1-4 流体力学发展概况

流体力学是一门在近代发展比较快的、包含很多分支的、内容丰富的学科。虽然它的起源可追溯到古希腊、阿基米德发表的关于流体力学的第一篇论文——论浮体。后来伽利略、巴斯噶和牛顿等也继续作出了不少成果；瑞典科学家伯努里提出压力与流速关系的方程式，至今在流体力学中具有重要意义。但流体力学真正成为一门独立的科学，却是在瑞典学者欧拉提出理想流体平衡与运动微分方程式之后。这给理想流体力学的发展奠定了基础，他的著述很多，被誉为流体力学之父。

欧拉之后，亥姆霍茨和汤姆逊提出了关于旋涡的理论、兰根提出源和汇的概念以及瑞莱、兰姆等人的工作，使理想流体力学得到进一步发展和充实。

十九世纪工程技术的迅速进展，提出了很多流动的问题。这些实际问题，许多是理想流体力学所回答不了的。从这个理论出发，所得到的一些分析结果常常和实际现象完全不符。如象管流中的压降、流体中运动固体之阻力等问题，理想流体力学只能给出它们是零的结果。这样一来，流体力学对工程师们意义便不大了。因为一方面了解它需要大量数学知识；另外，它的结果却很少有被应用的可能。因此，工程师们——如伯努里、哈根、威司巴赫、达西、巴钦、布辛内斯克等，把注意力集中到实验数据和经验公式上去了，这便促使发展起了另一门流体力学的分支——水力学。这个分支，不同于原来的理想流体力学，它具有明显的实用性，缺乏理论分析和系统性。它是一些个别问题的集合，每个问题的解决均通过包含着待定系数的经验公式，并由实验确定公式中的系数，使适合每个具体情况。所以有人把水力学叫成系数的科学。研究实际流体流动的另一重要部分，叫粘性流体力学。1822年和1845年，在欧拉运动方程的基础上，纳维和斯托克司分别先后建立了粘性流体运动微分方程，奠定了研究实际流体运动的理论基础。粘性流体力学也已成为流体力学的一个重要分支，除纳维、斯托克司外，在这个领域作出杰出贡献的，尚有渥辛、彼德罗夫、勃兰特等人。

近几十年来，由于科学技术的迅速发展，使流体力学也进入了一个新的发展阶段。边界层理论、机翼与叶栅理论、紊流理论对近代流体力学发展具有特别重要的意义。边界层理论的建立使阻力问题得到合理解决。机翼与叶栅理论的研究成果，对航空及透平机械的发展有着决定性的作用。紊流是流体力学的困难课题，但近三、四十年来也取得了不少重大成就。

由于高速飞行，可压缩流动理论方面也获得巨大成就，形成了气体动力学。此外，近几十年来由于科学、技术的发展相应产生的其它流体力学分支有：电磁流体力学、化学流体力学和生物流体力学等。电磁流体力学是研究导电介质，在电、磁场作用下的流动规律的。它在天文学、核物理及宇航等部门有着越来越广泛的应用。化学流体力学是研究流体中伴随化学变化及热过程的流动问题，如化工和冶金部门的某些流动。生物流体力学则研究的是生物体中的流体运动现象。

§ 1-5 流体的物理性质

这一节我们介绍影响流体运动的两个物理性质。

一、惯性

流体也象固体一样具有惯性，用质量来度量它。研究流体运动常取出某一隔离体作为考察对象，因此引进单位容积的质量对今后的讨论是方便的。

单位容积中所含质量的多少叫做密度，用记号 ρ 表示：

$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow 0} \frac{\delta m}{\delta V}$$

δV 是流体小块的体积， δm 为其中所含流体质量。

对均质流体 ρ 在整个流体中为常数，对非均质流体则 ρ 随流体中的位置而变。

因在地球上的物质全要受到重力的作用，从而表现出具有重量。流体的重量常采用重度表示。

单位容积内所含流体重量的多少叫作流体的重度，用记号 γ 表示：

$$\gamma = \lim_{\delta V \rightarrow 0} \frac{\delta G}{\delta V}$$

δV 是流体小体积， δG 为小体积流体的重量。

由于

$$\delta G = \delta mg$$

δm 为流体小块的质量，把此式代回 γ 定义式中就得到

$$\gamma = \rho g$$

g 是重力加速度。

流体的密度与重度，随压力及温度而变化。但对液体这个变化一般很小，可忽略不计。

二、压缩性

流体的体积随压力增加而缩小的性质叫作流体的压缩性。对液体随压力改变，体积变化很小（压力发生 200 个大气压的改变时，约引起液体体积 1% 左右的变化），所以通常忽略不计。但当压力改变很大时则必须计及它的压缩性。

流体压缩性用体积压缩系数来描写。在温度不变时当压力升高一个单位流体体积的相对缩小值称为流体的压缩系数，用 β_p 记之：

$$\beta_p = - \frac{\frac{dV}{V}}{dp} \quad (1-1)$$

dp 为压力的增值， V 为流体原来占据的体积， dV 是流体体积的增量，负号使 β_p 永取正值。

下表列出 0°C 时，不同压力之下水的压缩系数值

$p(\text{ata})$	5	10	20	40	80
$\beta_p(\text{cm}^2/\text{kg})$	0.529×10^{-4}	0.527×10^{-4}	0.521×10^{-4}	0.513×10^{-4}	0.505×10^{-4}

流体压缩系数的倒数叫作流体的弹性系数，记成 K 。表以式也就是

$$K = \frac{1}{\beta_p} = \frac{-dp}{\frac{dV}{V}} \quad (1-2)$$

§ 1-6 流体粘性、牛顿内摩擦定律

当流体各部之间有相对运动出现时，在相对运动的各部分流体之间就会产生内摩擦切应力以阻止这种相对运动。流体这种阻止各部分之间进行相对运动的特性就叫作流体粘性或粘滞性。

在不同的流体中，粘性强弱不一样，相应的摩擦切应力的值大小也不相同。

在粘性流体中切应力值，是根据经过长期试验研究得出的牛顿内摩擦定律来确定的。

若在长度和宽度都很大的两块平行板面之间充满某种液体，如图 1-2 所示。使下面一块平板固定不动，而在上面一块平板上加一个向右的小力 F ，则上平板就会以很小的速度 v 向右运动。由于粘性关系，木板之间的液体将产生向右的流动。紧贴木板的液体层由于附着力的作用和木板之间不会发生相对运动。靠上板的液层具有和上板同样的向右运动速度 v ，而靠下板的液层则具有为零的速度。介于这两板之间的各层液体的速度则由下板的零速度连续增加到上板速度 v ，平板间各层速度变化曲线如图 1-2 所示。由于运动的各液体层具有不同速度，所以各层间就存在相对运动。又由于液体的粘性作用，就在各液体层间出现了内摩擦阻力。

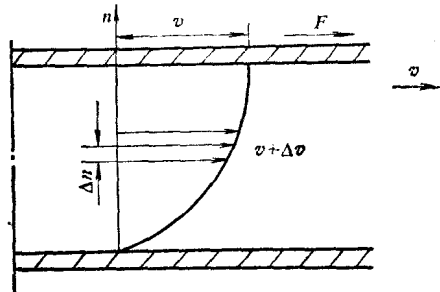


图1-2 流体层间的摩擦力

经过长期研究，牛顿提出当液体作层流运动时，各层间内摩擦力可由下列四条规则来表征：

- (1) 内摩擦力正比于各液体层运动的相对速度；
- (2) 内摩擦力正比于这些层的接触面积（ S ）的大小；
- (3) 内摩擦力随液体性质而变化；
- (4) 内摩擦力与正压力无关。

各液体层间的相对速度是用沿接触面法线方向的速度梯度 $\frac{dv}{dn}$ 表示的（图 1-2）。这么一来，牛顿根据实验所总结出的上述四条表征内摩擦力的规则（常称为牛顿内摩擦定律）可用数学式子表示如下：

$$T = \pm \mu S \frac{dv}{dn} \quad (1-3)$$

因而切应力就是：

$$\tau = \pm \mu \frac{dv}{dn} \quad (1-4)$$

公式（1-3），（1-4）中的 μ 是随液体物理性质不同而改变其大小的一个系数，叫动力粘

性系数。

公式中的正负号规定取为使 τ 永为正值。如 $\frac{dv}{dn}$ 为正时取正号, 若 $\frac{dv}{dn}$ 为负时其前符号也取负号。

从上面可以看出, 这个定律和固体的摩擦定律不同。对固体, 摩擦力正比于正压力, 而与运动的相对速度则关系甚小, 和上述液体情况正好相反。

§ 1-7 作用在流体上的力

这一节我们来说明作用在任一流体块上的力的问题。为此, 在流体中隔离出一个流体块, 界面是 S 、体积为 V (图1-3)。作用在此流体块上的力可分成两大类: 表面力和质量力。

一、表面力

流体块通过表面 S 要受到周围接触流体 (或固体) 对它的作用力。这类通过接触界面作用于流体块上的力叫表面力。如容器壁作用于所盛流体上的力和大气作用于液体界面上的力均属于此类力。

表面力常用应力来表示: 设界面 S 上包含某一点 A 的微元面积 ΔS , 作用在它上面的表面力为 ΔP (图 1-3), 当 ΔS 收缩到 A 点面积趋向零时比值 $\frac{\Delta P}{\Delta S}$ 的极限记成 p_n :

$$p_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

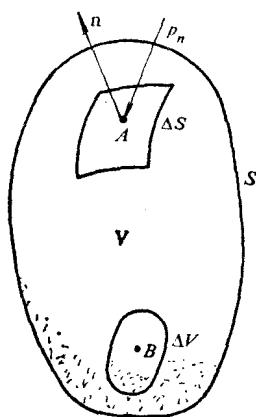


图1-3 流体上的作用力

这就是作用在 S 面上 A 点处的应力。下标 n 指 S 面在 A 点处的法线方向。一般应力 p_n 是随空间位置和时间而变化的。

为了分析上的方便, 常把这个应力分解成两个分力: 一个沿着表面法线方向的法向应力 (就是常说的流体压力); 一个沿着表面切线方向的切应力 (也就是内摩擦切应力)。

作用在微元面积 ΔS 上的表面力可以表示成

$$\Delta P = p_n \Delta S$$

可见它是正比于面积的, 与面积是同阶的无穷小量。从而它与线性尺寸相比为一个二阶的无穷小量。

二、质量力

直接作用在被隔离的流体块中各个质点上的力, 叫做质量力, 这类力是非接触力。重力、惯性力等都是质量力的例子。

流体力学中常以作用在单位质量流体上的质量力来表示这类力。设 ΔV 为包围流体块中任一点 B 的某一微元体积, 它包含的流体质量 Δm 、所受的质量力 ΔF , 作比 $\frac{\Delta F}{\Delta m}$, 令 ΔV 收缩到 B 点时的极限

$$f = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta m}$$

称为 B 点处单位质量流体所受的质量力。

单位质量流体所受的质量力、在直角坐标系中三个坐标轴方向的分量常用 X , Y , Z 表示:

$$\left. \begin{aligned} X &= f_x = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta m} \\ Y &= f_y = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta m} \\ Z &= f_z = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta m} \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

一般在流体内各处质量力并不相同, 同一点在不同时刻质量力也可以变化。因此, X , Y , Z 一般是空间坐标和时间的函数。

由上述可知作用在任一流体体积 ΔV (具有质量 Δm) 上的质量力就应该是

$$\Delta F = \Delta m f = \rho \Delta V f$$

可以看出质量力与体积成正比, 即说明质量力是与体积元素同阶的无穷小量, 与线元相比它是三阶的无穷小量。

第二章 流体静力学

流体静力学主要研究流体静止的规律和这些规律的实际应用。

所谓流体静止是指流体对选用的坐标系无相对运动而言，所选坐标系可以是惯性系，也可以是非惯性系。如流体相对于惯性系处于静止状态时叫绝对静止；流体相对于非惯性系处于静止状态时，则叫相对静止。

本章除讨论流体静止的一般规律外，将进一步具体讨论几种流体绝对静止和相对静止的情况。

流体处于静止状态时情况较为简单，便于数学处理。而且流体静力学的分析方法具有一定代表性，其结果也可当作研究流体运动问题的基础，所以把静力学放在流体力学的开始来讨论是适宜的。

§ 2-1 静止流体中应力的特性

由 § 1-6 知道，流体中的应力是空间点的函数并和作用面的方位（即法线方向 n ）有关。而且一般说来应力可以具有法向应力和切向应力两个分量。但在静止流体中应力情况特别简单。

一、静止流体中应力作用的方向是沿着作用面的内法线方向

在静止流体中的流体不运动，根据牛顿内摩擦定律切应力为零。又由于流体的内聚力很小，流体质点之间几乎不能承受拉力，因此静止流体中就只能存在指向作用面内法线方向的应力——压力（也叫压强）。

如在静止流体中隔出的流体外，在它的界面 S 上的 A 点外法线方向为 n ，则 S 面上在该点的压力可表示成：

$$p_n = -n p_n$$

式中 p_n 为在 A 点压力值的大小。

压力既指流体中作用于单位面积上的力，所以它的量纲是[力]/[长度]²而单位则有 N/m^2 或 Pa （国际单位制）， kgf/cm^2 （工程单位制）， b/in^2 （英制）等。

二、静止流体中的应力大小与作用面的方位无关

以上说明了在静止流体中的应力只能是指向作用面内法线方向的压力。还可以进一步证明：这个压力的大小与作用面的方位无关，而仅仅是空间位置的函数。

设 A 是静止流体中的任意一点，过 A 隔离出一个正四面体流体微元体 $ABCD$ ，使它的

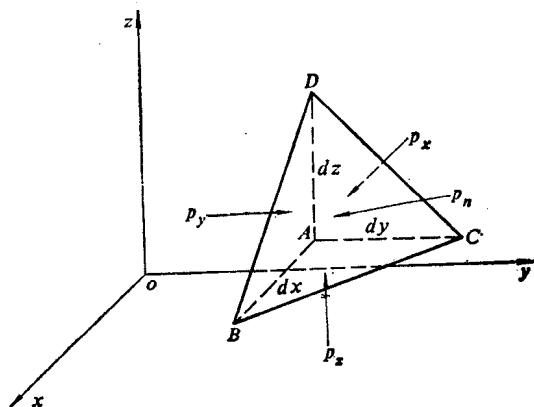


图2-1 压力与作用面无关

互相垂直的棱与座标轴平行并分别等于 dx , dy , dz (图 2-1), 则可以证明来自四面体四个侧面的压力 p_x , p_y , p_z , p_n 是彼此相等的。

考虑作用在四面体 $ABCD$ 上的各力在 x 轴方向的分量:

(一) 表面力 只有 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 两面上的表面力在 x 轴方向有分量。由于面积很小, 力可认为是均匀分布的, 因此上述两个侧面上的表面力在 x 轴方向分量可计算如下:

面积 $\triangle ACD$ 上: $p_x 1/2 dy dz$

面积 $\triangle BCD$ 上: $-n p_n \triangle BCD \cdot \mathbf{i} = -1/2 p_n dy dz$

(二) 质量力

四面体很小所以可认为质量力在四面体中均匀分布, 令单位质量力在 x 轴方向的分量为 X , 则作用在四面体上总质量力在 x 方向的分量是 $X \rho \frac{1}{6} dx dy dz$ 。

由于四面体是静止的, 所以合力

$$1/2 p_x dy dz - 1/2 p_n dy dz + 1/6 \rho X dx dy dz = 0$$

也就是:

$$p_x - p_n + 1/3 \rho X dx = 0$$

当 $\triangle BCD$ 平行于自身地缩向 A 点而令四面体体积趋向零取极限时, 就得到在 A 点成立的下列第一式并同理可得到第二、三式:

$$p_x = p_n$$

$$p_y = p_n$$

$$p_z = p_n$$

(2-1)

斜面 $\triangle BCD$ 的方位是任意取的, 因此这就证明了开头提出的论断: 在静止流体内, 任一点的流体静压力与作用面的方位无关, 而只是空间点的位置的函数。

§ 2-2 静止流体微分方程

本节建立流体静止时的力平衡方程式, 也就是压力分布和质量力所应满足的关系式。并在此基础上讨论静止流场的几个特性。

一、流体静止微分方程

任何物体处于静止状态的必要条件之一是: 作用在其上的各种外力之和应等于零。在静止流体中, 隔离出一微小流体块作为考察对象, 分析其受力并把上述静止的必要条件应用于其上, 即可得出所要的关系式。

设在静止的流体中建立一个直角坐标系 $oxyz$, 并 $A(x, y, z)$ 是静止的流体内部的任意一点, 以 A 为中心隔离出一个平行六面体流体微团使其棱与座标轴平行且长度分别为: dx , dy , dz (图 2-2)。这个微团所受的外力在 x 轴方向的分量为:

(一) 表面力

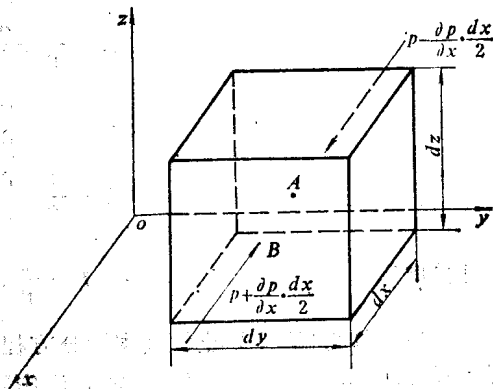


图 2-2 静止流体微团的受力

微元体上所受的表面力就是作用在六个表面上的压力。而且只有以 x 轴为法线的前、后二面上才有表面力的 x 轴向分量。

设点 $A(x, y, z)$ 压力

$$p = p(x, y, z)$$

则前侧面中点 $B\left(x + \frac{dx}{2}, y, z\right)$ 压力 (方向见图) 大小应该是:

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

由于表面积很小, 此压力可以看成是前侧面上的平均压力, 故该侧面上的总压力为:

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) dydz$$

后侧面上总压力类似可以得出:

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) dydz$$

表面力总和在 x 轴方向的分量:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

(二) 质量力

设作用在所划出的流体微元质心 A 上的单位质量力在 x 轴向的分量为 X , 因为六面体很小, X 可看成作用在整个六面体上的平均单位质量力在 x 轴向的分量。从而作用在整个六面体上总的质量力的 x 轴向分量为

$$X \rho dx dy dz$$

引用物体静止的必要条件则

$$X \rho dx dy dz + \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = 0$$

经过整理可得下列第一式并同理可得第二、三式:

$$\left. \begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

或写成向量形式

$$\mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p = 0 \quad (2-2)'$$

(2-2) 就叫作流体静止的基本微分方程, 它表明: 流体静止时, 作用在每个流体微元上的表面力与质量力要互相平衡。或者说作用在静止流体中的质量力将引起流体的沿该力作用方向的压力梯度。

方程组 (2-2) 是流体静力学的基本方程, 在不同边界条件之下求方程组 (2-2) 的解, 我们就可以得到静止流体的各种解。下面从 (2-2) 出发先来讨论静止流场的几个一般性质。