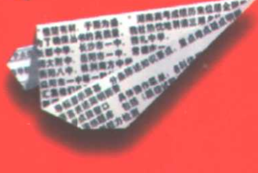
根据教育部推行的最新全日制普通中学教材编写

解析几何 高二

同步新课堂

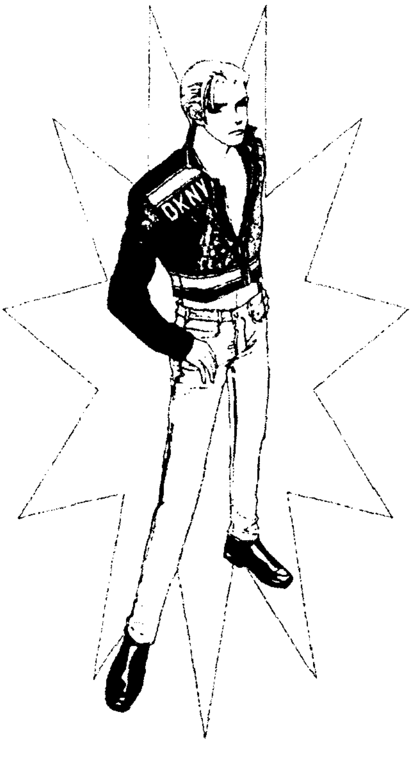
主编 陈 峰



湖南教育出版社
中南大学出版社

同步新课堂

主　编　陈　峰
副主编　黄仁寿　周建新
编　著　陈　峰　周建新　李万春
　　　　刘会成　彭永生　陈兴祥



高二解析几何

湖南教育出版社
中南大学出版社

丛书主编：刘建琼

丛书编委：刘建琼　陈　峰　高　健　扈炳芳
姚建民　陈启同　皮访贫　黄仁寿
梁高显　方陆军　丑凯三　匡志成
林伟民　沈君仁　常立新　周哲雄

同　步　新　课　堂

高二解析几何

主　　编：陈　峰

责任编辑：胡　旺

湖南教育出版社
中南大学出版社　出版发行

湖南新华书店经销　湘潭县人民印刷厂印刷

880×1230　32开　印张：9.5　字数：378,000

2001年7月第1版　2001年7月第1次印刷

ISBN 7-5355-3443-0/G·3438

定　价：10.50元

本书若有印刷、装订错误，可向承印厂调换

厂址：湘潭市城正街250号　电话：8393986

领你走进《同步新课堂》

社会发展到今天,已经越来越突出地呈现出现代性。对教育而言,表现为对人的要求愈来愈高。正如对未来研究极富权威的"罗马俱乐部"总裁奥雷列奥·佩西在他的报告《未来一百年》中所说:"无论从哪个角度去提示未来,有一点必须首肯——未来是以个人素质全面发展为基础的社会。"在人民教育走过五十几个年头的时候,有识之士已经传来呼声:社会主义市场经济体制的建立和现代化的实现,最终取决于国民素质的提高和人才的培养;并且为之付诸实践。的确,一个国家的前途,不取决于它的国库之殷实,不取决于它的城堡之坚固,也不取决于它的公共设施之华丽,而在于它的公民的文明素养,即在于人们所受的教育,在于人们的远见卓识和品格的高下,简言之,在于人的素质。人的素质是国家、集体乃至个人在发展竞争中能否获得持久优势的关键。素质来自于教育,可以这样说:素质教育,是现代化的基石。

中学教育正在朝着素质教育方向不断发展,我们想,优秀素质的培养必须建立在对过去的积累温习、对现实的认识和对未来的设想上;必须通过一定形式来检测验证。所以必要的应试,恐怕是不能缺少的,但是必须科学规范,符合教育规律,符合社会需求,有利于社会发展。新大纲的颁发,新教材的使用,课堂新思路的探觅,尤其是3+x高考模式的出现,都是这一改革形势的具体表现。我们理当充分重视这一切,迎着浪潮,做一个弄潮志士吧!《同步新课堂》就是见证。

《同步新课堂》是一套教师教学、学生自学、家长辅导的高质量的助学丛书。在通往大学殿堂的路上,有春致秋景的招引,但也留存崎岖坎坷。它需要有暴霜露、斩荆棘的胆与识,但好风凭借力,有成就的人无不是善假于物的智者。所以,选择科学有效的助学书籍,是中学生将理想变为现实的阶梯,是由此岸抵达彼岸的船桨。但是,这需要有一双慧眼。我们应以培养创新精神和综合素质的观念来挑选帮助自己解惑答疑、巩固强化

的教学资料，具体地说，选择助学书籍着眼点在于它写什么，即材料内容；写得怎样，即编写艺术；怎么写的，即编写方法。留心这三个方面，精心揣摩，才能明白其真谛，从而作出正确评价，选择到上乘的助学书。

《同步新课堂》编写了什么？

依据素质教育的要求，近年来中学教育有两件大事：一是新高考，一是新教材。新高考这根指挥棒在导向综合素质和创新精神，新教材则在提供综合素质和创新精神的途径手段。《同步新课堂》将新高考和新教材交融一块，产生了这个兼济彼此的产品。它涉及到初中和高中的语文、数学、英语、物理、化学、生物六个学科。它以基础和能力为主线，以新考纲和新教材为背景，编写了教学目标、点拨方法、疑难释解、名题讲析、学科文化视角、厚实新颖的练习和创新能力检测，真正做到了内容夯实、材料新颖、合纲合本、形神兼备。

《同步新课堂》编写得怎样？

一言以蔽之，既科学又艺术。这套丛书以独创电脑视窗模式为纵轴，以课堂节奏的律谱为横轴，将多媒体的流水线与课堂的学习节拍结合，纵横交错，网络密集，延伸得有章有法。它循纲而发，依本而行，同步教材而又不拘纲本；源于文本而又高于文本。它比较同类的“同步辅导书”，方法性、新颖性、可读性、效果性更强。它突出同种异类的比较，解题思路的激活，推理过程的活化，思维品质的提高。它选择启发性强又有新意的各类练习题进行思路方法训练，并按“基础、提高、创新”的梯度进行合理安排。在名题讲析中，它强调分析问题的思路及推理过程，注意典型错误的化解，帮助学生学会运用知识、掌握正确的学习方法和解题技巧，提高分析问题、解决问题的能力。它注意了不同的阅读方法和解题方法，多文比较，一题多解，题目变形、扩展和引申。它重视学生视野的开拓，学习兴趣的培养，学习原动力的激发。它以特别的栏目来作艺术的表现，像各学科在“导学点拨窗口”这个大栏目中，分别设有【风景剪辑】、【漫游物理世界】、【新视角揽胜】、【视野聚焦】等，显现出了新颖、有趣、可读的优势。

《同步新课堂》怎么编写？

“惟楚有材，于斯为盛。”湖湘文化的阳光是充足的，水分是充沛的，土

壤是肥沃的。她哺育的学子，从来就有一股不屈和奋进，流淌的血液里永远都活跃着争一流的基因。她的兴盛从来就潜在她向世人透着一种文化的智慧。这种智慧呈现于教育的长廊里，熠熠闪亮。《同步新课堂》就是这种智慧的最直接表现。它的撰写者是三湘名校——长郡中学、长沙市一中、湖南师大附中、雅礼中学、岳阳市一中、常德市一中、衡阳市八中、益阳市一中、石门县一中、株洲南方中学和省市教育科学研究所的一批特级高级教师、优秀教研员。它汇集了他们处理新教材的新理念，设计新课堂的新思路，以及训练测试的新模式；它是仰仗他们多年在教育一线上的教学科研能力，重新构建、整合而成的新生代。《同步新课堂》历经过严密的教育教学的观察实验和严格的逻辑推理；对其材料与方法、讲析与训练都做过去伪存真、去粗取精、由此及彼、由表及里的筛选工作；它准确地把握了素质与创新之间的相互关系和作用，对教与学的互化思路、因果变化，形成了规律性的教育认识。它的材料运用丰富全面，事例解说客观多样，训练实践举一反三，结论重复可比、逻辑严密。

《同步新课堂》的"导标显示屏幕"，是一张知识网络的交通图，这个屏幕告诉你学什么，考什么，这就是你教或学的一本谱。"导学点拨窗口"，各学科设栏同中有异，相当一位资深的导游——知识渊博，能力很强，可以领你进入知识宝库，获取知识的滋润。"能力演练题库"按"基础试题"、"提高试题"、"创新试题"三个档次拉开梯度，起点基础，路线正确，目标高远，为你提供了一个科学的训练基地。你从基础起步，尽最快的速度攀升，可直达能力发展的高峰。"创新能力检测"是为你设置的、以一个章节或单元为基本单位的、以高考或中考的试卷分值和新颖精典原创的试题为手段的检验室。走过这个检验室，让你心中有数，胸有成竹。

读《同步新课堂》，可以让你尽情吸吮"新课堂"中的缤纷景致、甘泉琼浆，你一定会满载而归。请认准向你招手的丛书"卡通同龄"符号。祝愿你书到功成。

《同步新课堂》丛书编写组

2001 年 6 月

目　录

第一章 直 线

1.1 有向线段，两点的距离

导标显示屏幕

【学习目标】

了解有向直线的概念．理解有向线段的概念、有向线段的数量及表示法，掌握数轴上有向线段的数量、长度与起点和终点坐标的关系．能推导并熟练运用平面内两点间的距离公式．

【高考热点】

能推导并熟练运用平面内两点间的距离公式.

导学内核窗口

【学法领航】

1. $\overline{AB}$表示以A为起点，B为终点的有向线段$\overline{AB}$，$\overline{AB}$与$\overline{BA}$表示不同的有向线段；$|AB|$表示有向线段$\overline{AB}$的长度，因此它是一个非负量．由于长度与方向无关，故$|AB|=|BA|$；AB表示有向线段$\overline{AB}$的数量，即把它的长度再根据AB与有向线段的方向的关系加上一个正号（相同时）或负号（相反时），因此它是一个实数．AB与BA是不同的，且$AB=-BA$（图 1－1）.

2. 数轴上有向线段的数量和长度公式．设数轴上两点A、B的坐标分别为x_1，x_2，则有向线段$\overline{AB}$的数量$AB=x_2-x_1$，有向线段$\overline{AB}$的长度为$|AB|=|x_2-x_1|$.

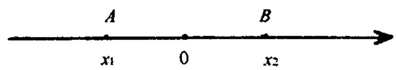


图 1－1

3. 平面内两点间的距离

平面内两点的距离公式是在数轴上两点间的距离公式的基础上，把不与坐标轴平行和垂直的线段向x轴、y轴分别投影，化斜为直后再运用勾股定理导出的．设平面上两点P_1，P_2的坐标分别为$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，则

$$|P_1P_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}.$$

它是解析几何中最基本的几个公式之一．

【网络建构】

$\boxed{\text{有向线段定义}} \xrightarrow{\text{导入}} \boxed{\text{有向线段的数量和长度公式}} \xrightarrow{\text{拓展}} \boxed{\text{平面内两点间距离公式}}$

【方法拾掇】

一、运用有向线段的数量公式和长度公式解题

例 1 设数轴上 A、B 两点的坐标分别用 x_1，x_2 表示，填写下表：

	x_1	x_2	AB	BA	$\lvert AB\rvert$
(1)	6	-2			
(2)		3	5		
(3)	1				4

解 (1) $AB=x_2-x_1=-8$，∴ $BA=8$，$|AB|=8$.

(2) ∵ $AB=5$，∴ $BA=-5$，$|AB|=5$，$5=3-x_1$，$x_1=-2$.

(3) ∵ $|x_2-x_1|=4$，∴ $x_2-1=\pm4$. ∴ $x_2=5$ 或 -3.

当 $x_2=5$ 时，$AB=4$，$BA=-4$；

当 $x_2=-3$ 时，$AB=-4$，$BA=4$.

说明：进行有向线段数量与长度有关计算时，须区别 AB 与 $|AB|$. 即由 $|AB|$ 的值求其中一点坐标时，会有两解.

二、运用平面上两点距离公式解题

例 2 若点 P 到点 $P_1(0,1)$，$P_2(7,2)$ 及 x 轴的距离相等，求 P 点坐标.

分析：设出 P 点坐标，把 P 点坐标满足的条件变成方程，解方程组就可以求出 P 点坐标. 这正是解析几何的坐标思想方法的具体体现.

解 设 P 点坐标为 $P(x,y)$，由两点间距离公式，得：

$$\begin{cases}x^2+(y-1)^2=(x-7)^2+(y-2)^2,\\ x^2+(y-1)^2=y^2.\end{cases}$$

即 $\begin{cases}7x+y-26=0,\\ x^2-2y+1=0.\end{cases}$

消去 y 得 $x^2+14x-51=0$.

解得 $\begin{cases}x=3,\\ y=5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-17,\\ y=145.\end{cases}$

∴ P 点坐标是 $P(3,5)$ 或 $P(-17,145)$.

说明：$P(x,y)$ 到 x 轴、y 轴的距离分别为 $|y|$、$|x|$.

例 3 已知 $A(-1,3)$，$B(3,1)$，点 C 在坐标轴上，$\angle ACB=90^\circ$，则满足条件的点 C 的个数是（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

分析：由于点 C 在坐标轴上，计算时为了减少未知量，分 C 点在 x 轴上和 y 轴

上分别求解．

解 若点 C 在 x 轴上，设 $C(x, 0)$，由 $\angle ACB=90°$，

得 $|AB|^2=|AC|^2+|BC|^2$，

$\therefore$ $(-1-3)^2+(3-1)^2=(x+1)^2+3^2+(x-3)^2+1^2$.

解之得 $x=0$ 或 2.

若 C 点在 y 轴上，设 $C(0, y)$，由 $|AB|^2=|AC|^2+|BC|^2$，可得 $y=0$ 或 4.

其中原点计算了两次，故选 C.

说明：本题适当地采用了分类讨论，减少了计算量．但同时又要注意到不重复计算的问题．

三、解析法（即坐标思想）解证题

例 4 等腰直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，P 为 AB 边上任意一点，求证：$|AP|^2+|BP|^2=2|CP|^2$.

证明：以 AB 的中点 O 为原点，AB 所在直线为 x 轴建立如图 1－2 的直角坐标系，则点 C 在 y 轴上．

设 $A(-a, 0)$，$B(a, 0)$，$C(0, a)$，$P(x, 0)$.

$|AP|^2+|BP|^2=(x+a)^2+(x-a)^2=2(x^2+a^2)$，

$|CP|^2=(x-0)^2+(0-a)^2=x^2+a^2$，

$\therefore$ $|AP|^2+|BP|^2=2|CP|^2$.

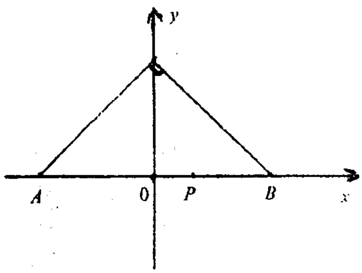


图 1－2

说明：建立坐标系时在考虑问题一般性的原则下，尽可能使点的坐标简单，如利用图形对称性等来简化计算．

例 5 M 是正方形 $ABCD$ 内一点，$\angle MDA=\angle MAD=15°$，求证：$\triangle MBC$ 是等边三角形．

分析：即证 $|MC|=|MB|=|BC|$，须确定 M 点位置（即写出 M 点的坐标）．为此，我们以 AD 所在直线为 x 轴，过 M 点垂直 AD 的直线为 y 轴建立坐标系．运用图形关于 y 轴对称性，使 M 点的横坐标为零．

证明：如图 1－3，以 AD 所在直线为 x 轴，过 M 点垂直于 AD 的直线为 y 轴建立坐标系．

设正方形边长为 $2a$ $(a>0)$，则 $B(-a, 2a)$，$C(a, 2a)$.

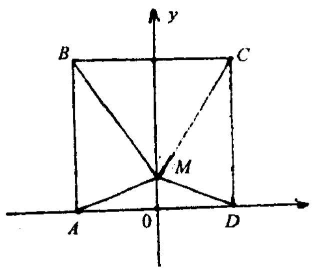


图 1－3

$\because \quad \mathrm{tg}15° = \frac{|OM|}{|OA|} = \frac{|OM|}{a}$，$\therefore \quad |OM| = (2-\sqrt{3})a$.

$\therefore \quad M$ 点坐标为$(0, (2-\sqrt{3})a)$.

由两点间距离公式，得

$|MB| = |MC| = \sqrt{(-a-0)^2 + [(2-\sqrt{3})a - 2a]^2} = 2a$,

$\therefore \quad |MB| = |MC| = |BC| = 2a$.

$\therefore \quad \triangle MBC$ 为等腰三角形．

说明：上述证明中，关键是建立坐标系时充分利用了正方形的轴对称的本质属性．以过 M 点且垂直于 AD 的直线为 y 轴后，使 M 点坐标得以简化．

[能力发展]

坐标思想和数形结合的思想是解析几何中两大根本思想．尤其是坐标法更体现了代数手段解决几何问题这一解析几何的本质特征．

例 6 设 A、B、C、D 是同一直线上的任意四点，(1) 证明：$AB+BC+CD+DA=0$；(2) 若$\frac{AC}{CB}+\frac{AD}{DB}=0$，求证：$\frac{1}{AC}+\frac{1}{AD}=\frac{2}{AB}$.

分析：证明有关同一直线上的若干点所成的有向线段的数量成条件等式，关键是抓住"数量"这一本质，在直线上建立数轴，将有向线段的数量运用点的坐标表示，然后通过计算证明．

证明：(1) 取 A、B、C、D 四点所在直线为数轴，并设 A 为原点，B、C、D 坐标为 x_1、x_2、x_3，则

$AB+BC+CD+DA = x_1 + x_2 - x_1 + x_3 - x_2 + 0 - x_3 = 0$.

(2) $\because \quad \frac{AC}{CB}+\frac{AD}{DB}=0$，即 $\quad \frac{x_2}{x_1-x_2}+\frac{x_3}{x_1-x_3}=0$,

即 $\quad x_1(x_2+x_3)=2x_2x_3$，$\therefore \quad \frac{x_2+x_3}{x_2x_3}=\frac{2}{x_1}$.

又 $\frac{1}{AC}+\frac{1}{AD}=\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{x_2+x_3}{x_2x_3}$，且 $\frac{2}{AB}=\frac{2}{x_1}$,

$\therefore \quad \frac{1}{AC}+\frac{1}{AD}=\frac{2}{AB}$.

说明：把有向线段的数量转化为点的坐标的代数式．通过计算后获得证明，这是解析几何一种基本思想方法．

例 7 (1) 求 $y=\sqrt{x^2-10x+29}+\sqrt{x^2-6x+13}$ 的最小值；(2) 对于实数 $0\leqslant a\leqslant 1$，$0\leqslant b\leqslant 1$，求证：$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a-1)^2+b^2}+\sqrt{a^2+(b-1)^2}+\sqrt{(a-1)^2+(b-1)^2}\geqslant 2\sqrt{2}$.

分析：(1) 将 y 的表达式转化为 $y=\sqrt{(x-5)^2+(0+2)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(0-2)^2}$. 设 $P(x,0)$，$B(5,-2)$，$C(3,2)$，则上述函数可理解为 x 轴上一点 $P(x,0)$ 到两

个定点 $B(5,-2)$, $C(3,2)$ 的距离之和．其最小值可运用几何方法求之．

(2) 欲证明不等式左边可视为直角坐标系内确定的一个正方形内任一点到四个顶点的距离之和．要证明此不等式，也就是求得左边的最小值恰为 $2\sqrt{2}$.

证明：(1) 由已知得 $y=\sqrt{(x-5)^2+(0-(-2))^2}+\sqrt{(x-3)^2+(0-2)^2}$，设 $P(x,0)$, $B(5,-2)$, $C(3,2)$.

如图 1－4，由于

$|PB|+|PC|\geqslant|BC|$

$=\sqrt{(5-3)^2+(-2-2)^2}=2\sqrt{5}$.

仅当 B、P、C 三点共线时等号成立．此时可求得 P 点坐标为 $P(4,0)$，故与 $x=4$ 时，$y_{\min}=2\sqrt{5}$.

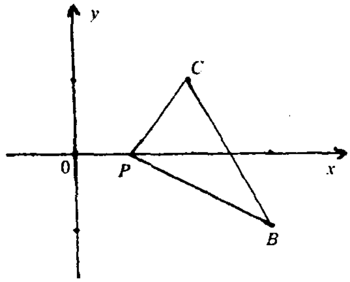


图 1－4

(2) 设点 $A(1,0)$, $B(0,1)$, $C(1,1)$, $D(0,0)$, $P(a,b)$, $0\leqslant a\leqslant1$, $0\leqslant b\leqslant1$.

如图 1－5，则 P 在正方形 $OACB$ 内部或边上．

$\because\quad |PB|+|PA|\geqslant|AB|=\sqrt{2}$,

$\quad\quad |PC|+|PO|\geqslant|OC|=\sqrt{2}$,

$\therefore\quad |PB|+|PA|+|PC|+|PO|\geqslant 2\sqrt{2}$.

当且仅当 P 在 OC 与 AB 的交点 O' 时等号成立．

由两点间距离公式得出

$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a-1)^2+b^2}+\sqrt{a^2+(b-1)^2}+\sqrt{(a-1)^2+(b-1)^2}\geqslant2\sqrt{2}$.

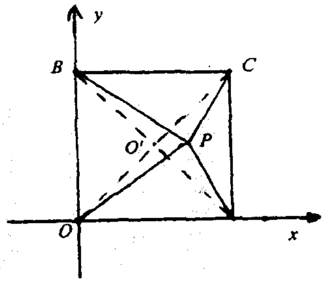


图 1－5

说明：从上面求解过程可以看出，"代数问题"与"几何问题"的相互转化是一种非常重要的思想方法，实质上它就是"数"与"形"的转换．

能力演练题库

【跟踪试题】

一、选择题

1. 已知有向线段 $\overline{AB}$，下面关系不正确的是　　　　(　　)

A. $|AB|=|BA|$　　　　B. $|AB|=|-BA|$

C. $AB=BA$　　　　D. $AB=-BA$

2. 设 A、B 是数轴上两点，则$\overline{AB}$的数量是　　(　　)

A. $AB=AO+OB$　　B. $AB=AO+BO$

C. $AB=OA+OB$　　D. $AB=OA+BO$

3. 数轴上 A、B 两点的坐标分别为 x_1, x_2，则下列式子不正确的是　　(　　)

A. $|AB|=|x_1-x_2|$　　B. $AB=x_1-x_2$

C. $AB=x_2-x_1$　　D. $AB+BA=0$

4. A、B 为数轴上的两点，点 A 的坐标为 5，$|AB|=5$，则点 B 的坐标是　　(　　)

A. 5　　B. 0　　C. 10　　D. 0 或 10

二、填空题

5. 已知两点 $P_1(\cos\alpha, \sin\alpha)$，$P_2(-\sin\alpha, \cos\alpha)$，则$|P_1P_2|$的值为__________.

6. 已知等边三角形的两个顶点 A、B 的坐标分别为$(-2, 0)$和$(2, 4)$，则顶点 C 的坐标是________.

三、简答题

7. 已知点 $P_1(a, 4)$，$P_2(1, 2a)$间距离等于 5，求 a 的值．

8. 设 $A(5, 5)$，$B(1, 4)$，$C(4, 1)$，判定$\triangle ABC$ 的形状．

【提高试题】

一、选择题

1. 已知数轴上的点 A、B 的坐标分别是 x_1、x_2，并且 $AB+BC=a$，则 C 点的坐标是　　(　　)

A. $a+x_1$　　B. $a+x_2$

C. $a+x_1-x_2$　　D. $a+x_2-x_1$

2. 已知两点 $A(a, -\sqrt{ab})$ 和 $B(b, \sqrt{ab})$，则$|AB|$等于　　(　　)

A. $a+b$　　B. $|a-b|$　　C. $-a-b$　　D. $|a+b|$

3. 在直角坐标系中，点 $P(x, y)$到 y 轴的距离是　　(　　)

A. x　　B. y　　C. $|x|$　　D. $|y|$

4. 以 $A(-1, 1)$，$B(2, -1)$，$C(1, 4)$为顶点的三角形是　　(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 等腰直角三角形

5. 对于数轴上的三点 P、Q、R 有　　(　　)

A. $PQ-RQ=PR$　　B. $PQ+RQ=PR$

C. $PQ-QR=PQ$　　D. $PR-PQ=RQ$

6. 已知点 $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$，$Q(\cos\beta, \sin\beta)$，则$|PQ|$的最大值是　　(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. 4　　D. 不存在

7. 已知两点 $A(5, 1)$，$B(-2, 2)$，第三个点 C 在 x 轴上，则$|CA|+|BC|$取最小值时 C 点坐标是　　(　　)

A. $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$　　B. $(5, 0)$

C. $(-2, 0)$　　D. $\left(\frac{8}{3}, 0\right)$

8. 已知两点 $A(1, 3)$，$B(-1, -5)$，在直线 $2x+3y+1=0$ 上有一点 P，使 $|PA|=|PB|$，则 P 点坐标为　（　　）

A. $\left(\frac{8}{5}, -\frac{7}{5}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{5}, -\frac{3}{5}\right)$

C. $(2, -1)$　　D. $(5, 0)$

二、填空题

9. 已知 A，B，C 为数轴上三点，A 的坐标为 a，B 点坐标为 b，且 $AC=20AB$，那么 C 点的坐标是______．

10. $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$A(2, 2)$，$B(1, 3)$，$C(7, a)$，若 $\angle A=90°$，则 a 值为______．

11. 点 $P(2\cos\theta, 3\sin\theta)$，到 $A(0, -\sqrt{5})$，$B(0, \sqrt{5})$ 两点的距离的和是______．

12. 已知 $A(2, 3)$，$B(4, 5)$，在 y 轴上找一点 P，使 $|PA|+|PB|$ 最小，则 P 点坐标是______．

三、解答题

13. 已知 A，B，C 是数轴上任意三点．

(1) 若 $AB=5$，$CB=3$，求 AC；

(2) 若 $|AB|=5$，$|CB|=3$，求 $|AC|$．

14. 已知：以 $\triangle ABC$ 的一边向外作矩形 $BCDE$，用解析法证明：$AB^2+AD^2=AC^2+AE^2$．

15. 求与 x 轴和 y 轴的距离之比为 $3:4$，且与两点 $A(1, 2)$，$B(-3, 4)$ 等距离的点 P 的坐标．

【创新试题】

1. 对于 $a\in R$，确定 $d=\sqrt{a^2+a+1}-\sqrt{a^2-a+1}$ 的取值范围．

2. 已知 $x<0$，两点 $A\left(x+\frac{1}{x}, x-\frac{1}{x}\right)$、$B(1, 0)$，求 $|AB|$ 的最小值．

【参考答案】

跟踪试题答案

一、选择题

1. C　2. A　3. B　4. D

4. 提示：由 $|x_B-5|=5$，得 $x_B-5=\pm 5$，∴　$x_B=0$ 或 10．

二、填空题

5. $\sqrt{2}$　　6. $(2\sqrt{3}, 2-2\sqrt{3})$ 或 $(-2\sqrt{3}, 2+2\sqrt{3})$

三、简答题

7. 由已知得 $\sqrt{(1-a)^2+(2a-4)^2}=5$，即 $5a^2-18a-8=0$，解之得 $a=4$ 或 $-\frac{2}{5}$．

8. 由距离公式得 $|AB|=\sqrt{(5-1)^2+(5-4)^2}=\sqrt{17}$, $|BC|=\sqrt{(1-4)^2+(4-1)^2}$ $=\sqrt{18}$, $|CA|=\sqrt{(4-5)^2+(1-5)^2}=\sqrt{17}$. 故$\triangle ABC$为等腰三角形.

提高试题答案

一、选择题

1. A 2. D 3. C 4. D 5. A 6. B 7. D 8. A

7. 提示: 当 A、C、B'三点共线时, $|CA|+|BC|$达最小值, (其中 $B'(-2,-2)$ 是 B 关于 x 轴的对称点,)经验证可知应选 D.

8. 提示: 设 $P(a, b)$, 则有 $\begin{cases}2a+3b+1=0,\\(a-1)^2+(b-3)^2=(a+1)^2+(b+5)^2.\end{cases}$

解之得 $a=\frac{8}{5}$, $b=-\frac{7}{5}$. 故选 A.

二、填空题

9. $20b-19a$ 10. 7 11. 6 12. $\left(0, \frac{11}{3}\right)$

11. 提示: 不妨设 $P(x_0, y_0)$, 则 $x_0=2\cos\theta$, $y_0=3\sin\theta$. 由此可得 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{9}=1$. 不妨设 $u=\sqrt{x_0^2+(y_0+\sqrt{5})^2}+\sqrt{x_0^2+(y_0-\sqrt{5})^2}=|PA|+|PB|$, 即 $u^2=2x_0^2+2y_0^2+2\times5+2\sqrt{(x^2+y^2+5)^2-20y^2}=2\left(4-\frac{4}{9}y_0^2)\right)+2y_0^2+2\times5+2\sqrt{\left(9-\frac{5}{9}y_0^2\right)^2}=\cdots=36$.

故 $u=|PA|+|PB|=6$.

12. 提示: 作 A 关于 y 轴对称点 A', 则 $A'(-2, 3)$, 当 A、P、B 三点共线时, $|PA|+|PB|$达最小.

三、解答题

13. (1) $AB=x_B-x_A$, $CB=x_B-x_C$, $AC=x_C-x_A$.

$\therefore$ $AC=(x_B-x_A)-(x_B-x_C)=5-3=2$.

(2) 当点 C 在线段 AB 上时, $|AC|=|AB|-|CB|=2$.

当点 C 在线段 AB 延长线上时, $|AC|=|AB|+|BC|=8$.

14. 略

15. $\begin{cases}\frac{|y|}{|x|}=\frac{3}{4},\\(x+3)^2+(y-4)^2=(x-1)^2+(y-2)^2\end{cases}\Rightarrow P(-4, -3)$或$\left(-\frac{20}{11}, \frac{15}{11}\right)$.

创新试题答案

1. 原式表示当 $P(a, 0)$在 x 轴上移动时, 求 P 到两定点 $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$、$B\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$的距离之差的变化范围.

由$||PA|-|PB||<|AB|=1$知,原式的值在$(-1,1)$内变化．

2．$|AB|=\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}-1\right)^2+\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}=\sqrt{2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\left(x+\frac{1}{x}\right)-3}$.

设$x+\frac{1}{x}=t$，∵ $x<0$，∴ $t\leqslant -2$（$x=-1$时取等号）.

∴ $|AB|=\sqrt{2t^2-2t-3}=\sqrt{2\left(t-\frac{1}{2}\right)^2-3\frac{1}{2}}$.

∴ $t=-2$时（$x=-1$），$|AB|_{\min}=3$.

1.2 线段的定比分点

导标显示屏幕

【学习目标】

理解定比分点的概念，弄清分比λ的涵义．掌握λ的值与定比分点P的位置之间的关系．掌握定比分点坐标公式、中点公式的推导及运用．

【高考热点】

理解有向线段定比分点的概念并能灵活运用线段定比分点公式和中点坐标公式.

导学点拨窗口

【学法领航】

1．点P的位置确定λ的值

(1) 当点P在线段P_1P_2上时，$\lambda>0$且$\lambda=\frac{P_1P_2}{PP_2}=\frac{|P_1P|}{|PP_2|}$；

(2) 当点P在线段P_1P_2的延长线上时，$\lambda<-1$，且$\lambda=\frac{P_1P}{PP_2}=-\frac{|P_1P|}{|PP_2|}$；

(3) 当点P在P_1P_2的反向延长线上时，$-1<\lambda<0$，且$\lambda=\frac{P_1P}{PP_2}=-\frac{|P_1P|}{|PP_2|}$.

2．定比分点坐标公式和中点坐标公式

设$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P(x,y)$．点P分$\overline{P_1P_2}$的数量比为$\lambda(\lambda\neq-1)$，

则$\lambda=\frac{P_1P}{PP_2}=\frac{x-x_1}{x_2-x}=\frac{y-y_1}{y_2-y}$，

从而有 $\begin{cases} x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}, \\ y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}. \end{cases}$ $(\lambda\neq-1)$