

中国科学院
水利电力部 水利水电科学研究院

科学研究论文集

第 29 集

（水力学、泥沙、冷却水）

水利电力出版社

内 容 提 要

本书为水利水电科学研究院有关水力学, 河流泥沙和火电厂冷却水方面近年来的部分科研成果。共有28篇科研论文和50篇科研论文摘要。主要包括: 明渠不恒定流, 溃坝洪水, 滑坡涌浪, 分流墩, 差动坎, 窄缝挑流, 宽尾墩-底孔-消力池联合消能工, 闸门振动, 潮汐与波浪发电装置; 水岸与河床的冲刷、淤积, 航道控制, 悬沙、抛泥和急流异重流, 河道稳定性分析; 冷却塔的流场模拟和配水优化, 火电厂利用潮汐海域循环冷却水的水力热力特性等。

本书可供从事水利水电和火电厂冷却水工程科研、设计、施工、运行的技术人员和大专院校有关专业的师生参考。

中国科学院
水利电力部水利水电科学研究院

科学研究论文集

第 29 集

(水力学、泥沙、冷却水)

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号)

各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 21.25印张 479千字

1989年9月第一版 1989年9月北京第一次印刷

印数0001—1110册 定价13.65元

ISBN 7-120-00574-X/TV·186

已公开发表的科研论文摘要目录

关于高土石坝的枢纽布置问题	张泽祯 (305)
高土石坝大流量导流、泄洪工程综述	陈椿庭 (305)
峡谷高坝大流量泄洪布置综述	陈椿庭 (306)
中、低水头枢纽泄洪布置综述	陈椿庭 (307)
我国高速水流消能技术的发展	林秉南 (307)
中国的水力学研究	林秉南 李桂芬 陈惠泉 (307)
近年中国明渠不恒定流研究趋向	林秉南 (308)
新中国35年来水工试验研究工作回顾	陈椿庭 (308)
大型水电站的大流量施工导流	陈椿庭 (309)
长江与黄河——中国两大河流	林秉南 李桂芬 (309)
明渠水流掺气的减阻增速效应	时启燧 郭志杰 (310)
陡坡收缩射流掺气特性的试验研究	时启燧 郭 军 郭志杰 (311)
河口潮流与污染扩散场的数值模拟	林秉南 何少苓 慕 京 王连祥 (311)
破开算子法在二维潮流计算中的应用	何少苓 林秉南 (312)
隐式破开算子法在二维潮流计算中的应用	何少苓 裘振瀛 林秉南 (312)
三角形网格在二维不恒定流计算中的应用	
..... 刘 智 林秉南 何少苓 戴泽衡 (313)	
管道中圆化突体的压力分布和初生空化数	周 胜 孙晓霞 高需生 (313)
关于门槽主轨空化问题的试验研究	刘长庚 (313)
二维斜滑坡涌浪的试验研究	庞昌俊 (314)
大单宽流量低佛氏数水跃消能的试验与探讨	靳国厚 黄种为 (315)
紊浮力回流数学模型研究进展	倪浩清 贺益英 王能家 张雅琪 (315)
急流在平板上的扩散	赵振国 (316)
横向风对冷却塔运行特性的影响	赵振国 石金铃 (317)
中国当前在泥沙不恒定输移方面的研究	林秉南 (318)
潮汐水流泥沙输移与河床变形的二维数学模型	
..... 林秉南 韩曾萃 孙宏斌 周志德 何少苓 王连祥 (318)	
泥石流运动机理的初步探讨	钱 宁 王兆印 (318)
高含沙水流运动机理的初步探讨	王兆印 钱 宁 (319)
高浓度泥沙悬浮液物理特性的实验研究	王兆印 钱 宁 (320)
粗颗粒高含沙两相紊流运动规律的实验研究	王兆印 钱 宁 (320)

层移质运动规律的实验研究	王兆印	钱宁	(321)
悬移质运动规律的分析	王兆印		(322)
用冲水毕多管系统量测高含沙水流的流速分布	王兆印		(322)
高含沙水流运动研究述评	钱宁	万兆惠	(323)
细颗粒含量对粗颗粒两相高含沙水流流动特性的影响	宋天成	万兆惠	钱宁 (323)
高含沙水流中的粗颗粒泥沙运动	万兆惠		(324)
黄河干支流的高含沙水流	钱宁	张仁 王兴奎 万兆惠	(324)
高含沙水流的不稳定性	F. 英格隆	万兆惠	(324)
高含沙水流中的粗颗粒泥沙运动	万兆惠		(325)
论变态动床河工模型及变率的影响	朱鹏程		(325)
峡谷区河道边壁阻力	朱鹏程	蔡今	(326)
悬移质的随机漫行与扩散	朱鹏程	叶德昌	(326)
渭河的淤积发展及其与潼关卡口、黄河洪水倒灌的关系	曾庆华	周文浩 杨小庆	(327)
引潮沟水力冲刷的近似计算方法	彭瑞善		(327)
松花江达连河江段的演变和水位变化	彭瑞善	韦安多	(328)
官厅水库淤积上延问题的初步分析	姜乃森		(328)
解决官厅水库泥沙淤积问题的途径	姜乃森		(329)
与官厅水库泥沙淤积有关的环境问题	张启舜	姜乃森 林秉南	(329)
黄龙滩水库航运问题调查	秦荣昱		(330)
丹江口水库航运问题分析	秦荣昱		(330)
柘溪水库航运问题调查和分析	秦荣昱		(331)

明渠不恒定分离流的试验和计算

王 连 祥

【提要】 文中介绍了明渠不恒定分离流动的水槽试验。用色示法显示了流态发展, 激光测速仪测得回流区内流速分布。与恒定涡旋相比, 不恒定涡旋有一发展过程。在流速由低向高的发展过程中, 掺混层内有干涉涡出现; 分离流动中先后出现了三个旋涡。文中还介绍了以水槽试验为基础, 用两个计算机程序对不恒定分离流动进行的数值模拟, 讨论了物理参数及边界条件对计算结果的影响, 提出了闭边界上滑移系数的估算方法和对涡粘系数随流速变化而分时段取值的意见。

一、引 言

在河口及海湾地区常常由于地形和工程设施形成边界形状的曲折变化, 使潮流运动在该处产生不恒定分离涡旋。正确认识这种运动的特性是河口海湾开发中需要解决的问题。关于恒定的分离流动, 前人已作了许多研究工作, 但对不恒定分离流的研究还较少。由于控制方程的非线性特性及边界形状的复杂, 分析解几乎是不可能的, 模型试验与数值求解则是常用的方法。

对于机翼后沿或其他有锐缘物体在加速流动中的脱出涡旋 (Starting vortex), 普林 (Pullin) 等人 (1978, 1980年) 进行了理论分析计算和实验验证。将绕突缘的流动看成在流场中存在有一薄层雷诺数无限大的切力层的无粘势流, 切力层上集中地分布着旋度。换言之, 在无粘势流场中存在一个二维涡面 (Vortex sheet), 在穿越此面的法线方向上, 法向速度及压力是连续变化的, 而切向速度的分布是间断的。面上各点以当地速度运动。在某一段时间内, 涡的尺寸随时间增大, 而又保持着自身相似的螺旋形态, 这就是所谓的相似原则^[1]。理论分析中将绕 α 角流动的复势 $W(z)$ 表达成时间的幂函数。在求复速度时, 当 $z \rightarrow 0$, $dw/dz \rightarrow \infty$, 即原点为奇点。若引入上面所描述的涡层, 就可使在原点复速度为有限 (Kutta条件)。各点流速为势流场中流速与涡面上相应各点旋度所引起的流速之矢量和, 这样求得涡旋运动的复速度势方程。依据相似原则, 将复势无量纲化, 建立不依赖于时间变量的无量纲方程。由于该方程是非线性的, 须用数值方法求解^[1]。Pullin的计算与他后来在实验中用色示法所得涡面脉线吻合良好。

D E 阿博特 (Abbott) 和克莱恩 (Kline) 对具有单侧及双侧突扩的明渠恒定分离流动进行了试验研究^[2], 测得不同断面扩大比的渠道中流速分布图, 研究了滞水区涡旋运动的复杂形态, 得出恒定回流区长度与断面扩大比的关系, 并认为在完全紊流流动中, 雷诺数大小对分离流态无影响。

马卡格诺 (Macagno) 和黄 (Hung) 对断面突然扩大的二维管道中的加速流动 (低雷诺数层流流动) 进行了数值计算, 并与实验进行了对比^[1]。流动由静止突然加速到一定流量值。控制方程是由二维的纳维——斯托克司方程导出的流函数与旋度的传输方程。他们用有限差分法算出了在加速进程中不同时刻的流线和等旋度线图, 并指出在加速过程中先后会出现三个旋涡。除第一个主旋涡外, 凹角处曾出现一个反向弱涡。第一旋涡逐渐增大, 继而分裂出第三旋涡, 它逐步取代第一旋涡, 最终成为恒定旋涡。数值计算中出现的这种涡旋分裂现象在他们的实验中也曾观察到。

用数值求解沿水深积分的二维方程的方法来模拟浅水环流, 已在许多文献中得到报导^[4, 5, 6, 7, 8]。前人的研究导致以下几点结论:

(1) 为在数值模拟中正确地再现环流运动, 方程中必须包括对流项以及引起环流运动的其他项: 底部阻力项, 柯氏力项, 风应力项和有效切应力项 (effective shear stress) 等。有效切应力在一些工程计算中常被忽略, 现已为多人证明它是模拟浅水环流的必要因素。有时在不考虑这些项的情况下也可能算出旋涡运动, 但这往往是由于差分离散的截断误差而引起的数值粘性所造成;

(2) 有效切应力包括三部分: 分子粘滞力, 紊流切应力和流速垂向分布不均匀引起的附加切应力。其中第一部分在量值上很小, 第二、三部分则较为重要。怎样正确模拟有效切应力, 目前已有若干方法, 但都各自有其局限性, 因而在具体方法上, 还有待进一步研究;

(3) 数值求解浅水环流问题往往会碰到计算格式的非线性不稳定问题, 对此尚无严格的理论分析, 计算中解决非线性不稳定的常用方法有: 空间或时间上的光滑化, 或引入人为粘性项, 建立精度较高的差分格式也可能对抑制非线性不稳定性有一定作用;

(4) 浅水环流的数值模拟中, 边界处理对旋涡流态有很大影响, 必须重视。

本文描述了在水槽试验中观察和量测到的不恒定分离涡旋的发生、发展的过程和特征, 并以此为基础进行了数值模拟计算。

二、水槽试验

(一) 试验装置

试验在一水平槽中进行, 侧壁及槽底均光滑透明, 矩形断面的槽身总长15.2m, 其中行近水槽长10m, 宽0.4m, 接扩大水槽宽0.8m, 长5.2m。出口处为一高7cm的曲折尖顶堰, 堰顶总长2.8m, 堰前底部通入一不变流量0.016m³/s, 以维持进口无入流时槽内初始水深9.6cm。水槽略图如图1所示。入流在进口处产生小振幅的长波向下游传播, 尖顶堰处由于水位增加而使过堰流量增加, 由于堰设计成曲折形, 堰顶总长与槽宽成某一比例, 使过堰流量的变化与入流的变化大致相等, 从而使末端向槽内反射的波基本消除。

供水控制系统由电磁流量计, 电动阀门及讯号跟踪仪组成。入流量由电磁流量计自动检测, 讯号反馈至讯号跟踪仪, 使其按照预定的人流曲线调节电动阀的开关。进口入流是时间的正弦函数 $Q(t) = Q_m \sin \omega t$, $\omega = 2\pi/2T$, $0 \leq t \leq T$, T 为半周期, Q_m 为最大流量。

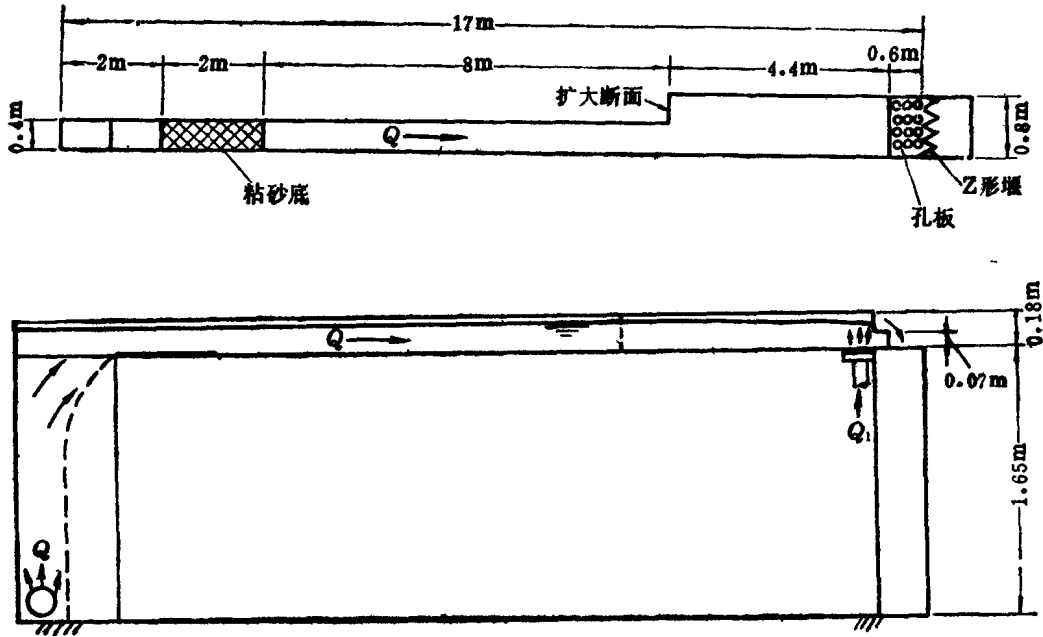


图 1 水槽试验装置

在本试验中, 行近水槽中断面平均流速最大值为 0.34m/s , 最大水深为 0.12m , 故最大雷诺数约为 2.6×10^4 。

(二) 颜色显示法

在各种水流情况下 (不同 Q_0 和 T 值), 用颜色显示法观察了分离流动的流态发展, 并拍摄了照片。试验时曾用了二种色示法

(1) 用高锰酸钾将水槽突扩段静止水体染红, 来流开始时, 清水侵入有色水体, 显示出分离旋涡发展的初始阶段。

(2) 分别从 $t = 0$ 和 $t = \frac{1}{2}T$ 开始, 在突角处连续注入染黑的牛奶, 得到分离旋涡在加速时段和减速时段的发展状态。所摄照片, 部分复制于图 2 中。

(三) 水位和流速的量测

水位的量测采用波高仪, 流速的量测采用微型旋桨式流速仪和激光测速仪 (LDV)。本实验中采用了前射正交双向氦-氖激光测速仪 (TPD-400型)。低通滤波器的截断频率为 25Hz 。光学装置的参数为 前透镜的焦距 $F = 242.5\text{mm}$; 两束激光之间距 $S = 29.6\text{mm}$ 激光波长 $\lambda = 632.8\text{nm}$; 空气中测点光束交角 $\phi = 6.985^\circ$; 光学系统转换常数 $k = \frac{2 \sin \frac{\phi}{2}}{\lambda} = 192.5\text{KHz/m/s}$ 。

试验的主要目的是研究分离区内流态发展, 因此不考虑流速的脉动值, 只量测流速两个水平分量在各时刻的时均值。为避免由于自由水面微小波动及水流的不恒定所带来的量测困难, 在水面上用一有透明底的小杯, 使激光束射入水的点位固定。测点不能过于接近小杯, 以避免小杯的扰动。流速量测在分离流动区内 145 条测线上进行, 每线布置二个

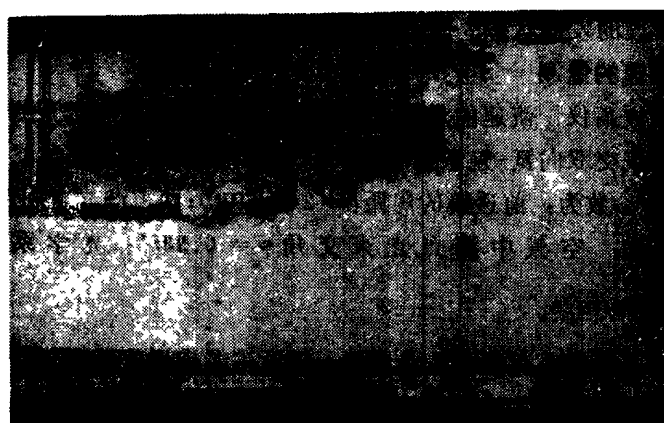
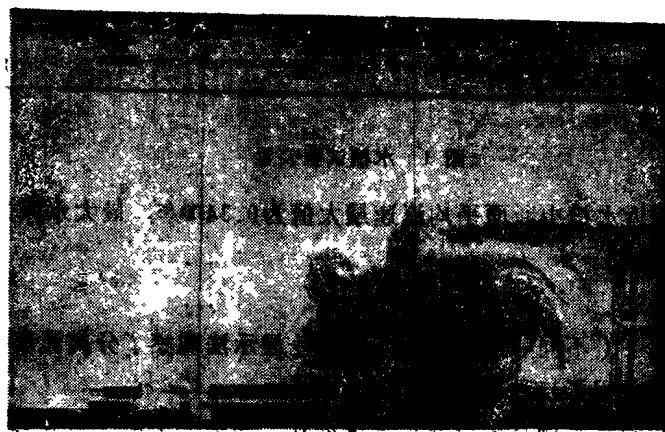
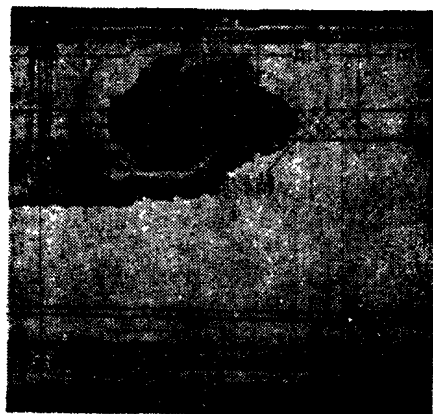
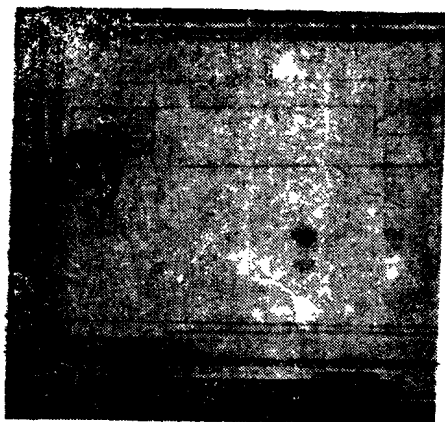


图 2 不恒定涡旋的流态变化，色示法照片

测点(水深1.6cm和7.6cm处)。试验工况为 $Q_m=0.016\text{m}^3/\text{s}$ 和 $T=75\text{s}$ 。正式试验之前,在分离区内选择若干典型测线,每线上设五点量测流速的二个水平分量,以得到沿水深平均流速 $\bar{u}(t)$ 。因为在各典型测线上有 $\frac{1}{2}(u_{1.6}+u_{7.6})=(0.9\sim 1.1)\bar{u}(t)$,可以认为 $\frac{1}{2}(u_{1.6}+u_{7.6})$ 能代表该测线上的沿水深平均流速。

水面高程的量测在分离区内16条测线上进行,得到两个断面横向水面线随时间的变化,结果绘于图3中。

(四) 结果与讨论

图4与图5是分离区内两条测线上的流速垂向分布。图6是不同时刻沿水深平均流速分布图。图7是 $t=55\text{s}$ 时旋涡分裂流态图。试验中测得的流速与水位变化均可用时间的傅立叶级数表达之,它们可作为数模计算中的边界条件。

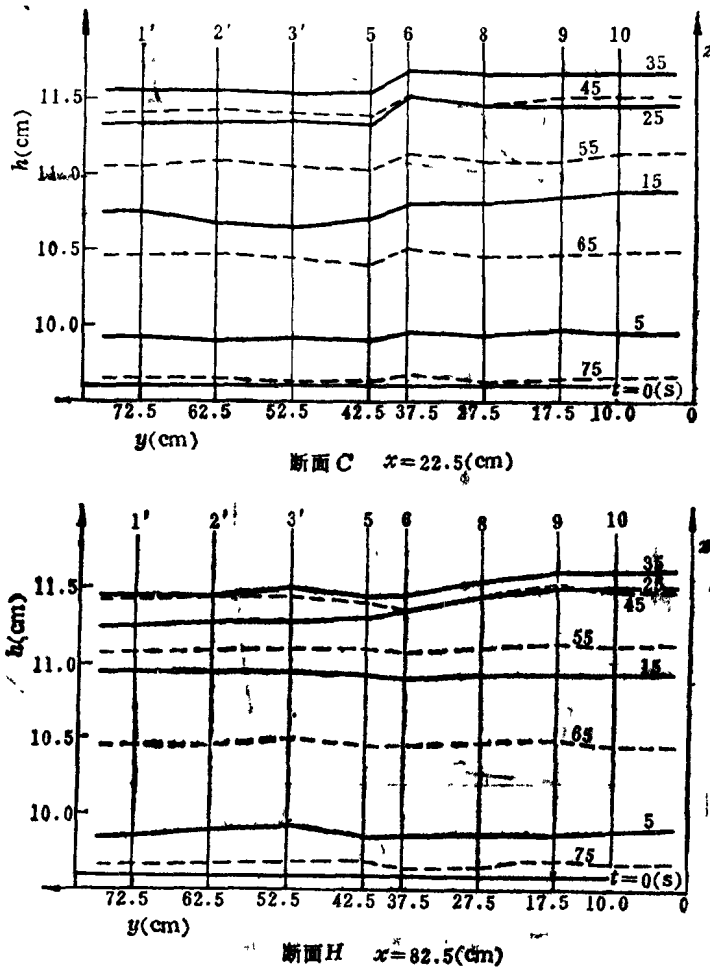


图3 分离区内两个断面上水面线变化图

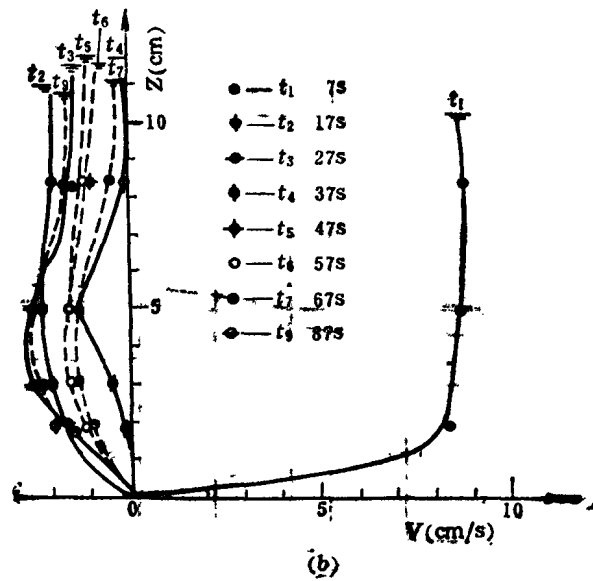
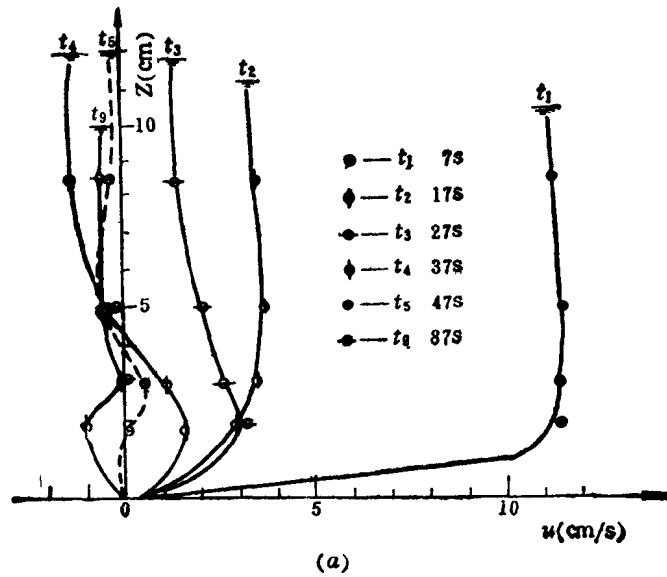


图 4 测线B5沿水深流速分布

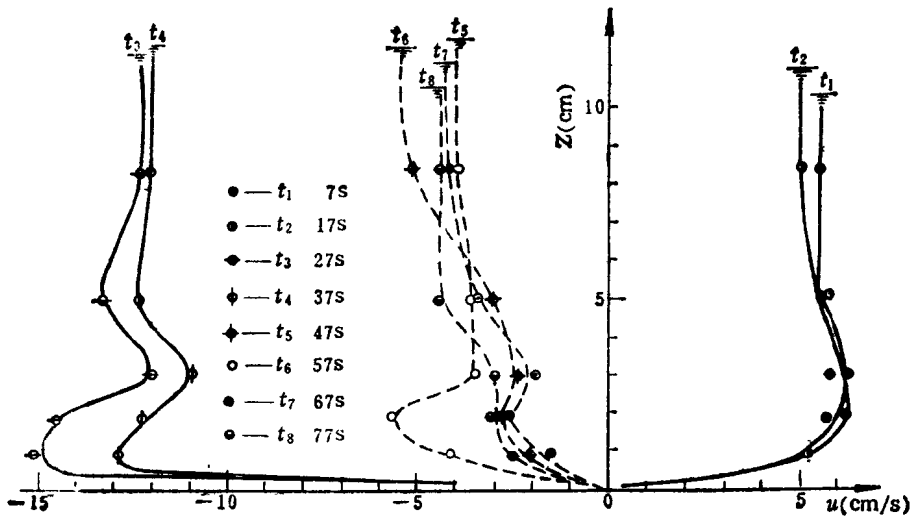


图 5 测线K2沿水深流速分布

由流态照片, 流速分布图及水面线变化, 可以得出关于不恒定分离涡旋的几点看法:

(1) 流动一开始就在实扩断面凸角处形成分离涡旋。起初流速小, 分离流呈层流状态。当流速增大时, 以凸角为起始点的掺混层逐渐明显, 在该层内, 横向速度梯度增大, 出现干涉涡旋 (Coherent eddies), 在某一时段内, 干涉涡旋的边界清晰而稳定。流速继续增大时, 干涉涡渐趋不稳定, 而变成紊流状态。

(2) 在加速时段, 涡旋随时间发展, 尺寸增大而涡心向下游移动。在减速时段, 分离涡旋继续增大, 逐渐接近明渠恒定分离涡旋的大小。在加速时段, 行近主流是驱动力, 通过掺混层向回流区传输动量和质量; 在减速时段, 情况相反, 行近流减弱, 呈受回流压迫的状态。

(3) 在分离涡旋变化过程中, 先后出现三个旋涡。第一旋涡在流动一开始就形成, 逐渐增大。而后, 在凹角出现一反向弱涡, 其线性速度约为当时刻行近主流流速的十分之一, 随后它又逐渐变得难以辨认, 这时凹角基本上为滞水区。在减速时段, 第一旋涡趋于分裂成两部分, 如图 7 所示, 这两个涡的旋转方向相反, 同时增大且向直壁作横向移动。不恒定分离流中先后出现三个旋涡的现象, 在文献[3]中也有描述。这是与恒定分离旋涡的不同之处。

(4) 分离区内水流表面起伏, 远非水平, 在掺混层内水面横向坡度较大, 在加速时段更甚, 这是由于剧烈的动量横向交换所致。掺混层向下游方向逐渐变宽, 水面渐趋平缓。

(5) 在行近流中流速垂向分布基本上为对数规律。在分离区内, 除有一很薄的边界层外, 垂向近于矩形分布, 这说明底部阻力引起的紊动不起主导作用。边界突折造成了掺混层内速度在水平方向的梯度, 从而引起强烈的紊动, 这种紊动的强度垂向近于均布。从

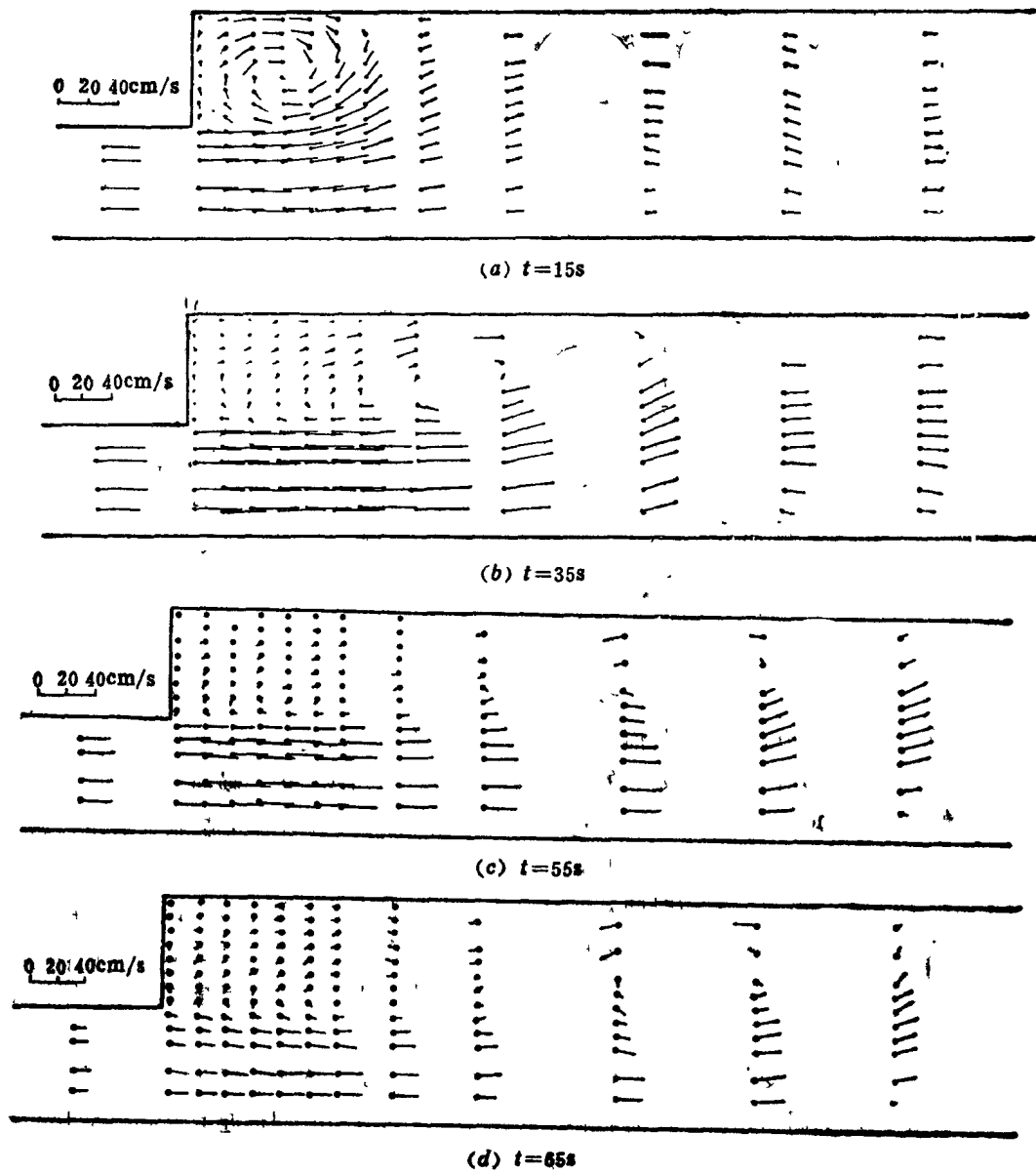


图 6 水深平均流速分布图

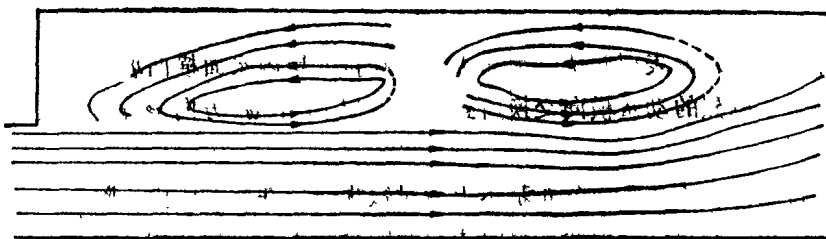


图 7 旋涡分裂流态图

图4还可看出掺混层内流速的分布随时间变化剧烈,并偶有螺旋形速度分布出现,但其量值上相对于主流流速而言很小。

三、数值模拟

要在数值模拟中重现水槽试验中的不恒定涡旋运动,可以采用计算浅水环流所用的许多方法,最常用的是用有限差分法数值求解沿水深积分而得的二维方程。在边界复杂的计算域中,常碰到两个困难:第一,方程的闭合,即如何正确反映方程中的有效应力。有人在恒定分离流计算中用一常数表征涡粘系数,得到工程上满意的结果^[8],但在不恒定分离流的计算,水流诸要素随时间而变,这就引起了新的困难。第二,为有效地控制计算中的非线性不稳定性,往往要求使用较大的人为粘性系数,但这会使涡旋的发展受到抑制。这一点在不恒定流计算中的影响尤为严重。

(一) 方程和离散格式

这里介绍用两个程序计算的结果,一个是TIDES(德尔夫特工业大学土木系),另一个程序是MINIWAQUA(G.S.Stelling)^[9]。

沿水深积分的不恒定流运动方程是:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} \tau_{bx} - \frac{1}{\rho h} \left[\frac{\partial}{\partial x} (hT_{xx}) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} (hT_{xy}) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{1}{\rho h} \tau_{by} - \frac{1}{\rho h} \left[\frac{\partial}{\partial x} (hT_{xy}) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} (hT_{yy}) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

u 、 v ——沿水深平均的流速水平分量;

x 、 y ——笛卡尔坐标;

z ——水面高程;

h ——水深;

τ_{bx} 、 τ_{by} ——底部切应力;

T_{xx} 、 T_{xy} 、 T_{yy} ——有效切应力,它们为:

$$\left\{ \begin{aligned} T_{xx} &= \frac{1}{h} \int_b^z \left[2\rho\nu \frac{\partial u}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} - \rho(\underline{u} - u)^2 \right] dz \\ T_{xy} &= \frac{1}{h} \int_b^z \left[\rho\nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} - \rho(\underline{u} - u)(\underline{v} - v) \right] dz \\ T_{yy} &= \frac{1}{h} \int_b^z \left[2\rho\nu \frac{\partial v}{\partial y} - \rho \overline{v'^2} - \rho(\underline{v} - v)^2 \right] dz \end{aligned} \right. \quad (4)$$

式中 ν ——分子运动粘滞系数;
 u', v' ——速度沿 x, y 的紊动分量;
 u, v ——水平向流速分量的垂向座标函数;
 z_b ——床底高程。

底部切应力仍沿用恒定均匀流的阻力公式:

$$\tau_{bx} = \rho(g/c^2)u(u^2 + v^2)^{1/2}$$

$$\tau_{by} = \rho(g/c^2)v(u^2 + v^2)^{1/2}$$

式中 c ——谢才系数。

关于有效切应力的三部分,从水槽试验的结果可以看出:分子粘滞力在量值上很小,速度的垂向分布不均匀性也较弱,因而均暂被忽略,而紊动切应力则起主导作用,故有效切应力可写为^[1],

$$\varepsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \text{ 和 } \varepsilon \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

式中 ε ——涡旋粘滞系数。

程序TIDES中的差分格式是林德兹(1967)格式的改进形式, h, u, v 及 z_b 的计算点在空间上错开布置,ADI法求解,水深在每半时间步上求算, u 和 v 交替在相间的半时间步上求算。这样除了空间上的抹平作用,在时间上也有光滑作用,这对计算稳定有帮助,也增加了格式的数值粘滞性。

程序MINIWAQUA的计算格式精度较高,除了 $\partial u / \partial y$ 及 $\partial v / \partial x$ 以外,各项均采用中心差分,而这两项采用三阶精度的迎风差分格式,目的在于尽量减小非线性不稳定性^[1]。计算实例表明,无需添加人为粘性项,仍能得到良好的计算稳定性。

(二) 边界处理

(1) 有两类边界。在闭边界(固壁)上有两个假定条件,

1) 边界上流速的法向分量为零,即 $u_n = 0$ 。 (5)

2) $(1-\alpha)u_n + \alpha \cdot d \cdot \frac{\partial u_t}{\partial n} = 0$, $0 \leq \alpha \leq 1.0$, (6)

式中, n 为边界的法线方向; u_n 为边界上速度法向分量; u_t 为边界上速度切向分量; d 为边界点与最近网格点的距离; α 为滑移系数。当 $\alpha = 0$, 为无滑移边界; 当 $\alpha = 1$, 为完全滑移边界; $0 < \alpha < 1$, 为部分滑移边界。实际上由(6)式可推得 $u_n = \alpha u_t$, 这里 u_t 为近壁网格点上的流速。

在实际水流(粘性流动)中,边壁上切向流速分量为零。但由于边界层很薄,远小于数值模型中的网格尺寸,因而无论是无滑移或完全滑移的边界条件都不能正确反映实际水流情况。在水槽试验的数值模拟中,无滑移边界使回流区侧边旋度过强,抑制了分离涡旋的发展,使得回流区内反向流速过小。完全滑移边界又使得侧边旋度不足,也影响了分离涡的性状。因此要正确模拟回流区涡旋的发展,有必要采用部分滑移边界。对 α 值的估算,可作如下分析。

边壁摩阻力可以表达成:

$$\tau_w/\rho = f_w u |u|$$

这里 τ_w 和 f_w 分别为边壁切应力和边壁摩擦系数。在控制方程中一般不包括边壁阻力项,却含有紊流切应力项 $\varepsilon(\partial^2 u/\partial y^2)$ 。在沿壁的计算单元中,该项作用在单元水体上与边壁平行的侧面上,起到边壁摩擦阻力的作用,因此有,

$$\tau_w/\rho = -\varepsilon(\partial u/\partial y)$$

这样水流中的边壁摩擦阻力可在数值模型中得到反映,即

$$-\frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{f_w}{\varepsilon} u |u|$$

$$1 - \alpha = \frac{u_1 - u_n}{u_1} = -\frac{\partial u}{\partial n} \frac{d}{u} = \frac{f_w}{\varepsilon} d |u|$$

涡粘系数 ε 可表达成^[10]

$$\varepsilon = \alpha_* \cdot d \cdot \Delta u,$$

在平面流掺混层中 $\alpha_* = 0.01$ 。代入上式得,

$$(1 - \alpha) = (f_w/\alpha_*)^{1/2} \quad (7)$$

在水槽试验中,估算 $f_w = 0.01$,则 $\alpha = 0.68$ 。

(2) 在开边界(水边界)上,一般只要给定水位或流速,或两者的关系式。在水槽试验中,水流为以流量控制的单向不恒定流。数模中在上游边界的流速和下游边界的水位,均按试验中实测资料设定。为了模拟试验水槽中弱反射的出流条件,数模的下游边界条件还可根据特征关系推得弱反射的关系式。当水槽为无限长时或出流无反射时,数模中设定的下游边界离回流区足够远,边界断面中流速呈均匀分布,则边界上与计算域下游未扰动区有一特征关系(水平底,不计摩阻力);

$$u - 2\sqrt{gh} = u_0 - 2\sqrt{gh_0} \quad (8)$$

式中 u , h 为计算域边界上的流速和水深, u_0 , h_0 为下游未扰动水流的流速和水深。当 $(h - h_0)/h_0 \ll 1$,有

$$u - u_0 = \sqrt{g/h_0}(h - h_0)$$

若分时段求解时,可写为

$$u^n - u_0 = \sqrt{g/h_0^{n-1}}(h^n - h_0) \quad (9)$$

式中上标 $n-1$ 和 n 为时段标志。这一关系式称为弱反射边界条件。在数模上它对计算域内并不是完全无反射。其反射系数 R_r 为反射波波幅与出流波波幅之比,是底部摩阻力,长波的周期,流速及水深的函数。估算公式为^[11],

$$R_r = \lambda/4\omega \quad (10)$$

上式右端的两个参数在本试验中分别为, $\lambda = (g/c^2)(u^2/h) = 0.085$, $\omega = 2\pi/2T = 0.042$,故 $R_r = 0.05$ 。当控制方程为拟线性方程时, R_r 的计算较为复杂^[11],因此(10)式在这里只是一个粗略的估计。

在数值计算中,还可以用下述方式来离散特征关系式(8)。在计算域边界上,在 $t = (n-1)\Delta t$ 时,有

$$u^{n-1} - 2\sqrt{gh^{n-1}} = u_0 - 2\sqrt{gh_0}$$

在 $t = n\Delta t$ 时, 也有

$$u^n - 2\sqrt{gh^n} = u_{n-1} - 2\sqrt{gh_{n-1}}$$

因此得,

$$u^n - u^{n-1} = \sqrt{g/h^{n-1}} (h^n - h^{n-1}) \quad (11)$$

只要 $(h^n - h^{n-1})/h^{n-1} \ll 1$, 实际上 (11) 式的误差较 (9) 式小。这是因为对于 (8) 式, 从 $t=0$ 到 $t=\Delta t$, 有

$$\begin{aligned} u^1 - u^0 &= 2\sqrt{g/h^0} (\sqrt{h^1/h^0} - 1) \\ &= \sqrt{g/h^0} \left(\eta + \frac{1}{4}\eta^2 - \frac{1}{4}\eta^3 + \dots \right) \end{aligned}$$

这里 $\eta = (h^1 - h^0)/h^0$ 。当 $\eta \ll 1$, 取括号内第一项, 即为 (11) 式。第一时间步的误差为

$$\begin{aligned} (\delta u)^1 &\leq \sqrt{g/h^0} \cdot \frac{1}{4}\eta^2 \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{g} (h^0)^{-3/2} (h^1 - h^0)^2 \end{aligned}$$

第 n 时间步的误差为

$$\begin{aligned} (\delta u)^n &\leq \frac{1}{4} g^{1/2} (h^{n-1})^{-3/2} (h^n - h^{n-1})^2 \\ &\leq \frac{1}{4} g^{1/2} (h^n)^{-3/2} (h^n - h^{n-1})^2 \end{aligned}$$

因为 $h^n \leq h^{n-1}$, 从 $t=0$ 至 $n\Delta t$, 应用 (11) 式的误差积累为:

$$\sum_{k=1}^n (\delta u)^k < \frac{1}{4} g^{1/2} h_0^{-3/2} \sum_{k=1}^n (h^k - h^{k-1})^2$$

若用 (9) 式计算, 在第 n 时间步, 其误差为

$$\delta u < \frac{1}{4} g^{1/2} (h_0)^{-3/2} (h^n - h_0)^2$$

很显然

$$\sum_{k=1}^n (\delta u)^k < \delta u$$

(三) 涡粘系数值选择

涡粘系数的选取困难的原因有三: 第一, 实际水流的涡旋粘滞性较难估算准确, 第二, 有些数模由于其计算格式等带来的非线性不稳定性, 要求计算时采用人为粘性系数, 它往往大于实际水流的涡粘系数, 这必然会影响计算结果; 第三, 在不恒定分离流动中, 涡粘系数和流速一样, 是时间和空间座标的函数, 这增加了数值模拟的复杂性。

系数的取值, 有许多文献给出了形式各异的计算公式。在二维分离流动中, 紊动主要由于水平向的速度梯度所引起, 根据罗迪 (Rodu) [10],

$$\varepsilon = \alpha_s \delta |u_{max} - u_{min}|$$

本实验中, $\alpha_s = 0.01$ (对平面掺混层), $\delta = 0.1$ 至 0.2m (掺混层宽), $|u_{max} - u_{min}| = (0.1 \sim 0.4)\text{m/s}$ (掺混层两侧的速度差), 则得 $\varepsilon = (1 \sim 8) \times 10^{-4} \text{m}^2/\text{s}$ 。