

大坝观测技术培训教材

混凝土坝观测资料分析

李珍照

DABAGUANCEJISHU
PEIXUNJIAOCAI

水利电力出版社

大坝观测技术培训教材

混凝土坝观测资料分析

李 珍 照

水利电力出版社

大坝观测技术培训教材
混凝土坝观测资料分析

李 珍 照

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号)

各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 15.25印张 344千字

1989年7月第一版 1989年7月北京第一次印刷

印数0001—2130册 定价9.85元

ISBN 7-120-00586-3/TV·193

内 容 提 要

本书为《混凝土坝观测技术培训丛书》之一。内容主要介绍处理大坝观测数据的数学方法及大坝观测各主要项目的分析技术。书中由浅入深地讲述了大坝观测资料定性和定量分析的原理、方法和步骤,列举了大量计算例题和国内外大坝观测分析实例。本书除作水电厂及水库管理部门观测人员培训教材外,亦可供从事水利水电勘测、设计、施工管理的有关科技人员参考。

前 言

解放以来，在党的领导下，我国的水利水电建设事业得到了蓬勃的发展。原型观测技术也相应地取得了可喜的进步，积累了丰富的经验。实践使人们认识到：原型观测不仅能指导施工和运行，也是开展科学研究、验证理论、发展理论的重要手段。

党的十一届三中全会以来，在尊重科学，尊重人才的方针指引下，加强科学管理，保证大坝安全，提高工程效益，受到了人们的普遍重视。从而对原型观测技术也提出了更高更迫切的要求。为了提高观测质量，开展观测研究促进观测工作的更快发展，当务之急是加强人才培养，迅速提高观测人员的科学技术水平。

从当前和今后发展的需要出发，水电部电力生产司委托武汉水利电力学院于一九八二年和一九八三年举办了两期大坝原型观测技术培训班，邀请水电部南京自动化研究所储海宁、水电部天津勘测设计院科研所赵志仁、武汉水利电力学院李珍照、叶泽荣等担任主要课程的讲授，并负责编写教材。本次出版的就是经两期培训班试用，并在广泛听取意见的基础上进行修改充实的教材，教材分《混凝土坝内部观测技术》、《混凝土坝外部观测技术》、《混凝土坝观测资料分析》等三册出版。

本教材由武汉水利电力学院陆述远主编，由五位同志分工执笔：《混凝土坝内部观测技术》储海宁；《混凝土坝外部观测技术》赵志仁、叶泽荣、王文兴；《混凝土坝观测资料分析》李珍照。水电部电力生产司组织了教材的审查工作，邀请长期从事观测技术工作的专家、教授和工程技术人员讨论，提出许多宝贵意见，由电力生产司赵振民、谷云青、杨金栋审阅定稿。

在编写、审稿和出版过程中，得到了水电部科技司、水利电力出版社以及许多同志的热情支持和帮助，提供了不少资料和宝贵意见，在此一并致谢。

由于我们水平有限，教材中难免存在一些错误和不妥之处，诚恳地希望广大读者批评指正。

编 者

1987年5月

目 录

前 言	
第一章 绪论	1
第一节 观测资料分析的目的和意义	1
第二节 观测资料分析的内容和方法	3
第三节 观测资料分析的发展概况	6
第二章 线性代数基本知识	9
第一节 行列式	9
第二节 矩阵	15
第三节 线性方程组的求解	23
第三章 数理统计基本知识	35
第一节 随机事件和概率	35
第二节 随机变量和分布函数	36
第三节 随机变量的数字特征	43
第四节 参数估计和统计检验	45
第四章 一元线性回归分析	49
第一节 回归分析的概念	49
第二节 一元线性回归方程的求法	50
第三节 一元线性回归的显著性分析	56
第四节 一元线性回归方程的精度	64
第五节 一元线性回归方程的稳定性	66
第六节 化曲线为直线的一元回归问题	69
第五章 多元线性回归分析	74
第一节 二元线性回归方程的求法	74
第二节 多元线性回归方程的求法	78
第三节 多元线性回归的方差分析	83
第四节 多元线性回归分析的相关系数	87
第五节 自变量在多元回归中重要性的考察*	92
第六节 多元线性回归分析的步骤和观测实例计算	98
第七节 化多项式回归为多元线性回归的方法	103
第六章 逐步回归分析*	111
第一节 最优回归方程的概念及其选择途径	111
第二节 逐步回归分析数学形式的标准化变换	115
第三节 逐步回归中正规方程的求解求逆运算	120
第四节 逐步回归的因子引别和整个计算步骤	123

第五节 逐步回归的计算实例	130
第七章 观测资料分析的基础工作	137
第一节 资料的收集与积累	137
第二节 观测资料的整理与整编	137
第三节 观测资料的初步分析	140
第八章 水位及温度资料分析	145
第一节 上下游水位资料整理分析	145
第二节 气温资料分析	147
第三节 水温资料分析	153
第四节 坝体混凝土温度资料分析	157
第九章 渗透观测资料分析	167
第一节 坝底扬压力资料分析	167
第二节 坝体孔隙压力资料分析	182
第三节 坝体及坝基漏水资料分析	187
第十章 变形和应力观测资料分析	194
第一节 变形和应力观测资料的定性分析	194
第二节 定量分析的因子初选及数学模型	215
第三节 定量分析实例	222
附表	231
附表1 标准正态分布表(一)	231
附表2 标准正态分布表(二)	231
附表3 F分布表	232
参考文献	235

第一章 绪 论

第一节 观测资料分析的目的和意义

混凝土坝原体观测是掌握坝的运行状态、保证大坝安全运用的重要措施，也是检验设计成果、监察施工质量和认识坝的各种物理量变化规律的有效手段。通过观测所取得的大量数据，为了解大坝状态提供了基础。但是，原始的观测成果往往只展示了事物的直观表象。要深刻地揭示规律和作出判断，从繁多的观测资料中找出关键问题，还必须对观测数据进行分辨、解析、提炼和概括，这就是观测资料分析工作。它可以从原始数据中提取出蕴藏的信息，为坝的建设和管理提供有价值的资料。

对于观测分析的意义，还可从以下几点来理解。首先，原始观测数据本身，既隐含着大坝实际状态的信息，又带有观测误差及外界偶然因素随机作用所造成的干扰。必须经过辨析识别干扰，才能显示出真实的信息。其次，影响坝状态的多种内外因素是交织在一起的，观测值是其综合效应。为了将影响因素加以分解，找出主要因素及各个因素的影响程度，也必须对测值作分解和剖析。再者，只有将多种观测量的多个测点、多次测值放在一起综合考察，相互补充、印证，才能了解测值在空间分布上和时间发展上的联系，找出变动特殊的部位和薄弱环节，了解变化过程和发展趋势。此外，为了对大坝测值作出物理解释，为了预测未来测值出现范围及可能的数值等，也都离不开分析工作。因此，观测资料分析是实现原体观测根本目的的最后和最重要的一个环节。

通过观测分析，可以掌握坝的运行状态，为安全运用提供依据。一般来说，坝在平时的变化是缓慢和微小的，然而变化一旦呈现明显异常，往往已对安全产生严重威胁，甚至迅速发展到了不可挽救的地步。对大坝平时观测资料进行细致的分析，可以认识坝的各种变化和有关因素的关系，了解坝的各个物理量变动范围和正常变化规律。在遇到测值异常或者出现不利发展趋势时，就能及时发现问题作出判断，从而采取措施防止坝从量变发展到质变破坏。而在遇到大洪水、地震等特殊情况时，通过对观测数值的分析，如果证实坝的变化仍在正常范围之内，就可得出大坝处于安全状态的结论，做到心中有数从容调度。

在我国大坝管理中，通过观测分析有效地监控了大坝安全的成功事例是不不少的。松花江上的丰满重力坝系日伪时期修建，工程质量极其低劣，解放初期的渗漏、变形都很大。根据实测资料推算，在遇到百年一遇洪水时，坝有失去稳定的危险，于是进行了大量的加固修理，使扬压力、渗流量和位移值明显减少，有效地提高了坝的稳定性，保障了安全运用。近年来，通过坝的垂直位移观测，又发现丰满坝顶有逐年抬高现象，20余年间各坝段抬高约10~30mm，经过较深入的观测分析和调查、试验后，终于查清这种抬高是由坝上部劣质混凝土中多条水平含水裂缝结冰冻胀引起的。观测分析找出了坝顶垂直位移的变化

规律和发展趋势,指出了可能后果及采取加固措施的必要性。安徽梅山连拱坝,于1962年11月发现右岸山坡渗流量显著增加。当即对大坝进行检查,又发现右岸几个坝段已向左岸倾斜,最大达57mm,坝体也陆续出现长裂缝。经过分析,判定右岸基岩发生了部分错动。大坝处于危险状态。于是立即放空水库进行了加固处理,使大坝转危为安。安徽佛子岭连拱坝在观测分析中,发现12、13号坝基沉陷量较大且在继续发展。经调查证明,该处基岩内存在破碎带及软弱夹层,对坝基稳定十分不利。于是在1965~1966年放空水库作了地基加固。这保证了尔后该坝在遭受大洪水漫顶时仍安然屹立、未被破坏。黄河上游的龙羊峡水电站,施工中1981年8月遇到了百年一遇以上的大洪水,围堰安危事关重大。当时对埋设在围堰刚性心墙中的48支仪器进行了严密观测和分析。结果说明围堰工作是正常的,可以承受更高的水头。于是决定采取加高围堰4m的抗洪措施,最后胜利地拦截了洪水。长江葛洲坝水利枢纽,在1981年截流后首次渡汛就遇到了百年一遇洪水。由于上千支观测仪器严密监视着结构物和地基的工作状况,通过观测分析判定情况正常,使得渡汛中对枢纽的安全时时刻刻都心中有数。广东泉水拱坝在1976年蓄水前,因右岸地形单薄地质条件差且溢洪及排水洞混凝土衬砌有裂缝,担心不能承受全部设计水头。但经过观测和分析,发现应力和变形正常,裂缝开度仅受气温影响,从而敢于决定正常蓄水运用,使这个坝更好地发挥了作用。四川龚咀重力坝投入使用后,部分纵缝尚未灌浆,以致大坝未形成整体,不得限制水位运行。为了不影响工程效益,在水库蓄水条件下进行了纵缝高压灌浆。观测分析在此过程中发挥了监视安全的作用,为进一步抬高水位作出了贡献。

某些坝失事的教训,从反面说明了观测分析的重要性。法国马尔巴塞(Malpasset)拱坝的失事,就是一个著名的例子。该坝高66.5m,建成于1954年。1959年12月2日晚突然垮坝失事。洪水呈一水墙扑向下游,使400余人丧生。虽然大坝失事的原因是地基失稳,但观测不得力和分析不及时也是一个教训。早在1959年7月,坝中央区域底部的位移普遍增大了约10mm,已反映出不正常情况,却未引起重视。坝底部也没有设置测压管来监视渗透情况,否则是可以提前发现基岩中孔隙水压力的危险增大的。

对观测信息的分析和利用,在发展坝工技术上 also 具有重要意义。目前坝工设计中,对大坝未来状况的分析判断,还不能做到和工程实际完全吻合,有时还会有较大出入。由于实际情况的复杂多变和人们认识的局限性,作用于坝上的若干荷载还不能准确算出,坝身及基础各部位的物理力学参数更难以精确给定,坝工设计理论也还不够成熟完善,对结构破坏机理、安全界限等的认识都不够清楚和准确。一些设计前提带有某种程度的假定性,若干复杂因素只能简化地加以考虑。因此只有通过观测资料分析,才能检验设计是否正确,判断大坝设计情况和实际情况差别的大小,从而改变或者加深人们对有关问题的认识,改善设计和施工。

历史上通过观测资料的分析研究而推动坝工技术发展的实例是屡见不鲜的。

早期建坝时对混凝土坝底部的渗透情况缺乏了解,很多坝没有考虑扬压力。美国圣弗兰西斯(St. Francis)坝于1928年的失事,就可能与设计中未考虑扬压力有关。因该坝坝基没有设置任何防渗排水设施。一些坝的失事和对扬压力的实际观测,才使人们认识到这一重要荷载的存在。嗣后大量的实测资料,使人们对扬压力的分布数值、作用有效面积

及控制措施等，逐渐有了认识。现在扬压力的计算及防渗处理，已成为混凝土坝设计中一个必不可少的部分。

美国本世纪初用拱冠梁法设计了几座中高拱坝。为了确定这种方法的可靠性，于1927年建造了高36m的斯蒂文生-克锐克(Stevenson Creek)拱坝，埋设了140支电测仪器进行实测。所取得的许多数据，对建立和发展试载法起了很大作用。美国垦务局在1967和1972年，还先后对两座拱坝开展了大规模观测研究，为进一步验证拱坝应力分布和计算方法，提供了许多宝贵数据。

人们对坝体抗震问题的认识，也是随着实测震动反应资料的分析而加深的。广东新丰江水库发生诱发地震后，国家组织了对震情和大坝状态的长期大量观测，积累了宝贵的资料，取得了水库地震及混凝土坝抗震方面的重要科研成果，有的已反映到我国水工建筑物抗震设计规范中。

对龚咀、新安江等坝的实测资料分析表明，设有竖向纵缝的混凝土坝，虽然按常规进行了冷却和灌浆处理，但在运行期季节性温度变化影响下，纵缝的局部张开仍是不可避免的。由此认识到传统的按整体断面核算坝体应力的方法值得改进，灌浆工序也宜作适当改变。

通过对刘家峡重力坝实测位移的分析及与二元理论位移值对比后发现，设有键槽但灌浆不完全的横缝在坝承受高水位水压时，可通过水平方向的荷载传递作用，减轻坝段的悬臂作用。这种由于横缝传力所引起的调整，对坝的工作是有利的。

大量事例说明，坝的观测成果蕴藏了丰富宝贵的信息，积极做好观测资料的分析工作，既有实用价值又有科学意义。使观测分析工作不断向广度和深度进军，无疑是坝工技术发展一项长期的重要的任务。

第二节 观测资料分析的内容和方法

在观测设计付诸实施、观测设备已经安装埋设投入工作以后，原型观测包括现场观测、成果整理、资料分析三个环节。能真实反映实际情况并具有一定精度的现场观测，是整理分析工作的基础和前提；而将观测数据加工成理性认识的分析成果，则是观测目的的体现；根据现场记录进行计算得到所观测的物理量的数值，并将它编列成系统的、便于查阅使用的图、表、说明的工作，通常称作“整理”。它是介于现场观测和资料分析之间的中间环节。关于现场观测和成果整理，已在本套丛书《混凝土坝内部观测技术》、《混凝土坝外部观测技术》两书中介绍。本书主要阐述成果整理以后的资料分析工作。

一、观测资料分析的内容

观测分析通常包括下列内容：

1. 认识规律

分析测值的发展过程以了解其随时间而变化的情况，如周期性、趋势、变化类型、发展速度、变动幅度等；分析测值的空间分布以了解它在不同部位的特点和差异，掌握它的分布特点及代表性测点的位置；分析测值的影响因素以了解各种外界条件及内部因素对所

测物理量的作用程度、主次关系。通过这些分析,掌握坝的运行状况,认识坝的各个部位上各种测值的变化规律。

2. 查找问题

从发展过程和分布关系上发现特殊或突出的测值,联系荷载条件及结构因素进行考查,了解其是否符合正常变化规律或是否在正常变化范围之内。分析原因,找出问题。

3. 预测变化

根据所掌握的规律,预测未来一定条件下测值的变化范围或取值;对于发现的问题,估计其发展趋势、变化速度和可能后果。

4. 判断安全

基于对已有测值的分析,判断过去一段时期内坝的运行状态是否安全正常并对今后可能出现的最不利条件组合下的大坝安全作出预先判断。

二、对观测分析的要求

对观测分析的基本要求是应正确、深入地认识大坝工作状态和测值变化规律,准确、及时地发现问题和作出安全判断,充分地利用现场观测所取得的信息,有效地为安全运行和设计、施工、科研服务。

对观测资料的分析要客观和全面,切忌主观性和片面性,力求较正确地反映真实情况和规律。要把握测值和结构状态的内在联系,不停留在表面的描述上。在观测手段所提供的信息范围内,对坝所存在的较大问题,要找得准,既不遗漏,也不虚报;要抓得及时,在有明显迹象时就应察觉,在可能带来严重后果之前就有明确的判断。

为了做好观测分析工作,除了要具备数量上充分、质量上合乎要求的观测资料以外,还应详尽地占有坝的勘测、设计、施工、运用资料,掌握观测期坝址水文、气象、地震等资料。在这个基础上运用适当的方法,通过认真细致的工作,从资料中提炼出有用的信息来。

三、观测资料分析的方法

对观测资料进行分析加工,从途径上看有三类方法。

1. 物理方法

大坝规测的对象,如位移、应变、应力、渗压等,都是物理量。这些物理量和外界荷载(如水压力、温度等)以及坝体、坝基的几何尺寸、物理力学性能,如弹性模量、泊松比、导温系数、线膨胀系数、渗透系数等有关。通过物理理论,如材料力学、结构力学、弹塑性理论、岩石力学、土力学、热传导理论、渗透流体力学等,可以建立起它们的关系式。应用这种关系式,求出在一定条件下坝的某种物理量的数值并和观测数据联系和对比,就能得出对观测值的分析意见,这叫做观测资料分析的物理方法。坝工理论中相当一部分篇幅,介绍的就是这方面的方法。

物理方法从本质上探讨坝的结构反应和荷载的关系,概念明确,有物理根据。同时它能把坝的实际状况和设计要求联系起来,便于把一个坝的安全水平和通常采用的安全标准及其它坝的安全水平相比较。因此它是一种重要而基本的分析方法,在观测分析中得到了广泛的应用。但它也有不足之处——难以全面如实地反映工程实际。这是因为,构成大坝

地基的天然岩体，在漫长的地质年代里，曾经受过复杂的地质构造运动和风化、侵蚀等作用，不仅每一座坝下的岩体性质各不相同，就是一座坝下不同部位的岩体状态也互有差异。人们对于地下岩体的情况，只能通过有限的勘测获得其中一小部分资料，而很难掌握其全部准确细致的性态。由于各种施工因素的影响，坝体各处混凝土的性能也不是均匀一致的。取用基岩和坝体混凝土不准确的粗略参数所进行的理论计算，即使方法严密，也难以得到和实际相吻合的结果。再加之理论公式又是在一定的假设或简化条件下推导出来的，不一定和实际情况相符。因此物理方法作为观测分析的定性方法虽然很好，但用于定量分析就带有近似性。当考虑的边界条件复杂时，物理方法的计算往往十分繁难，这也给它在观测分析中的使用带来了限制。

2. 统计方法

大坝的各种测值，由于影响因素的复杂和存在难以避免的观测误差，具有某种不确定性，可以看作是随机变量。这种随机变量又具有其统计规律性，可以用随机类数学，即概率论、数理统计、随机过程论等来加工处理。我们把这种数学处理称之为观测资料分析的统计方法。

在观测分析中，较常用的统计方法有回归分析、方差分析和时间系列分析。通过这些方法，可以对观测数据进行平滑、拟合和预报。可以得到描述其变化规律的经验方程式，可以知道哪些因素对测值有影响及影响程度如何，可以分析观测误差的大小等等。总之，可以提供一些比较客观的定量的认识，建立起观测量和其它量之间的数学关系。由于这类方法很有实用价值，电子计算机技术的发展又为大规模统计计算创造了有利条件，因此近年来获得了越来越多的应用。

单纯对数据作统计加工而不考虑物理关系，往往会陷于表面性和片面性，得不到本质性的认识。因此，必须把统计分析和物理分析结合起来。通常是在对物理量之间的关系有定性认识的基础上，来选择统计方法、拟定数学模型、初步选择因子，然后用数理统计方法作计算加工，最后对得出的数学式和数据进行物理上的解释和分析，导出有用的结论。这类考虑了物理关系的方法仍以统计计算为主，所得成果仍属经验关系，因此我们还是把它归在“统计方法”类里面。

3. 综合方法

把物理方法和统计方法紧密地、有机地结合为一体，就是综合方法。它兼有两种方法的优点而克服了各自的局限性，但实现的难度更大。

国外有学者用弹性理论的有限元方法，建立坝上各点的位移方程，以这种方程作为统计加工时的数学模型，令式中的若干物理力学参数为待定系数，将大量实测位移及有关因子数据以统计方法纳入方程，并求出各系数，从而求解出位移的半理论半经验方程，用它来解释坝的变化规律，据说效果很好。这就是一种“综合方法”。目前对这类方法还在研究探索中，是今后观测分析的一个发展方向。

观测分析方法从成果的形式看，还可以分为定性分析和定量分析两种。前者所得的认识较粗略，是分析的初级阶段；而后者则有数量的概念，认识前进了一步。但定性分析是定量分析的基础，对定量分析的质量好坏直接影响，因此也应给予足够的重视，把它切

实做好。

第三节 观测资料分析的发展概况

大坝原型观测的历史，可以上溯到本世纪初，但它的迅速发展，则主要在近30年。随着观测仪器和方法的进步以及人们对观测工作的日益重视，现场观测逐步趋向系统和严密，测值精度不断提高，分析工作也有了长足的进步。以下介绍有关观测分析方面的一些简略的、不完全的发展情况。

一、国外观测分析发展概况

国际上大坝观测分析的学术交流，主要通过国际大坝会议（ICOLD）进行。

早在1939年于瑞典召开第一届国际大坝会议时，第一个议题中就有“重力坝的内部温度及变形问题”。但40年代、50年代原型观测及其分析发展不快，直到1958年在美国举行的第六届国际大坝会议上，才再次出现有关议题：第21号议题（议题编号从第一届开始累计）“坝的应力和变形观测”。这两次讨论都着重实测成果与模型试验值相比较，原型观测还没有提高到应有的重要地位上来。

1959年法国马尔巴塞拱坝的失事，引起了社会上对大坝安全的巨大关注，提高了人们对观测重要性的认识。1963年意大利瓦依昂（Vajont）拱坝的漫顶，更促使人们重视观测及其分析。1964年在英国举行的第八届国际大坝会议上，议题29就是“各种坝型观测成果及其分析”。会议强调了原型观测与大坝安全的密切关系。指出坝工理论尚不够科学严密，模型试验尚难完全切合实际，原型观测资料是认识大坝情况的重要依据。

此后，第九届国际大坝会议（1967年，土耳其）的议题32“从地基看坝体安全和水库岸坡稳定问题”，议题34“坝的性态和老化”，第十届会议（1970年，加拿大）的议题38“运行中的坝及水库的管理”，第十二届会议（1976年，墨西哥）的议题45“渗漏调查研究与坝体及基础的排水”，第十三届会议（1979年，印度）的议题49“大坝的损坏或失事”，第十五届会议（1985年，洛桑）的议题56“大坝的监测与安全”等均和大坝安全和观测分析问题有关。这些国际学术活动交流了观测分析的成果，也推动了观测分析工作的发展。现在，国际大坝委员会中设置有“大坝及基础监测”专门委员会，负责大坝安全监测的学术组织工作，已出版了一些专题报告和建议书。

从分析方法看，50年代以前主要是对测值的定性描述和解释。1955年第五次国际大坝会议上，开始出现了对拱坝位移实测值定量分析的论文。意大利的托尼尼（D.Tonini）首次把影响大坝位移的因素分为温度、水压及时效变化三类，分别用多项式或指数式表示三类因素所造成的位移值，并用最小二乘法求解各项的系数。这以后，葡萄牙、意大利、奥地利、苏联等国的学者相继对观测值的定量分析进行研究，在学术会议和刊物上发表了一系列成果。50年代、60年代欧洲学者的观测分析方法，基本上是最小二乘拟合。但他们采取了各有特色的因子处理方式，在探讨测值变化规律上作了多种尝试。

观测分析做得较深入的日本，在定量分析中首次引进了多元回归分析方法。中村庆一等人所建立的位移观测值统计方程，从众多的可能有关因子中挑选出对位移有显著影响的

因子，并对方程的有效性进行统计检验，使观测分析前进了一大步。

近年来，把统计方法和理论分析有机结合起来的方法也开始出现。意大利的范耐里（M.A.Fanelli）等提出了以有限元计算为基础的确定性数学模型，用实测位移资料以最小二乘法来确定数学模型中各项调整参数，建立位移方程。用这种方法已得到了比较满意的结果，并用之与实测值比较来控制大坝安全。

二、我国观测分析发展概况

我国的观测分析工作，是在解放后才发展起来的。初期的观测分析，主要是查找大坝缺陷，判断运行安全性，对观测值作定性解释。1964年举行的水工建筑物原体观测学术讨论会上交流的一些分析成果，代表了当时观测分析的发展水平。

随着大坝数量的增加及观测资料的积累，观测分析工作有了不断的进展。若干管理单位根据观测资料分析结果和运行中的实际情况，先后举行了大坝鉴定会议。混凝土坝中有丰满（1958、1964、1973）、珠窝（1963）、云峰（1975）、桓仁（1975）、新安江（1975）、新丰江（1977）、丹江口（1981）等举行过运行鉴定。这些活动有力地推动了观测分析工作的发展。水电部门和学术团体还召开了一系列有关观测分析的技术会议。如1975年在丹江口召开的大坝观测应变计组资料整理分析技术讨论会，1977年在广东乳源召开的全国拱坝观测技术经验交流会等。1981年11月由水力发电工程学会在杭州召开的水电站运行管理学术讨论会和同年12月由水利学会在南宁召开的大坝安全学术讨论会，观测分析都被作为议题之一在会上作了讨论交流。1982年3月在南京举行的混凝土坝工建筑物原型观测学术讨论会以及1983年12月和1984年10月举行的两次观测情报网的“内部观测”、“外部观测”技术交流会等活动，交流了近年来原体观测及其资料分析的许多新方法、新成果，反映了我国观测技术发展的新面貌。

在外部观测资料分析方面，有关水电厂在60年代就采用最小二乘法对新安江和丰满大坝的位移资料作过拟合。1974年山西省水利勘测设计院采用回归分析方法分析恒山拱坝观测资料，是我国应用电子计算机作观测分析计算的第一次尝试。1975年浙江大学及新安江电厂对新安江大坝位移测值分析中，首次应用了逐步回归分析的方法。1977年华东水利学院对响洪甸重力拱坝观测资料所作的分析，细致地将逐步回归分析成果作了解释讨论。在此前后，成都工学院等对四川长沙坝观测资料的分析，长办对丹江口大坝位移实测值的分析，丰满发电厂对丰满大坝垂直位移资料的分析等，都采用了逐步回归分析电算技术，取得了有意义的成果。近几年来，华东水利学院、武汉水利电力学院、水电部南京自动化研究所等单位，结合对刘家峡、丰满、安砂、新安江等坝性态的分析，探讨了非线性参数估计、冰胀因子的数学模型、多种方案的最优统计方程的连续自动计算、变形观测数据的处理和预报等问题，推动了观测分析向更深的方向发展。

在内部观测资料分析方面，不少坝的数据处理采用了电子计算机来计算。水电部南京自动化研究所、水电部成都勘测设计院科学研究所、长办科学院、水电部天津勘测设计院科学研究所、广东省水科所、东江工程指挥部等单位，对泉水、龚咀、刘家峡、葛洲坝、牛路岭、凤滩等坝观测资料进行的整理分析，深化了人们对大坝结构性态的认识，在施工和运用中都发挥了有效的作用。

我国大坝数量多、分布广，还有许多坝已积累了多年实测资料，尚未得到及时的整理分析。某些坝虽已作过若干分析，仍有进一步分析的必要，观测资料分析的任务是很繁重的。在分析方法上，也需要更多更好地吸收数学、力学、水工结构等学科的最新成果，不断补充和完善分析手段，并且充分利用现代电子计算机的计算、控制技术，使观测分析更加有效、及时地解决大坝安全监测和设计、施工、科研问题。可以期望，经过全国广大观测工作者的持续努力和生产、科研、高等学校等部门的紧密协作，我国观测分析工作一定会不断取得新的进展。

第二章 线性代数基本知识

在大坝观测资料分析过程中,无论是采用物理方法还是采用统计方法,都会经常遇到求解线性方程组的问题。因此,首先介绍研究线性函数的数学工具——线性代数的基本知识。限于篇幅,本章只介绍线性代数的基本概念、定理、以及和观测分析有关的一些计算方法,而不作严格的理论推导。有兴趣的读者,可以参阅有关的专门书籍。

第一节 行 列 式

一、行列式的概念

多元一次联立方程组,是观测分析中经常用到的一种数学式。例如

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \quad (2-1)$$

就是一个二元一次联立方程组。式中, x_1 和 x_2 称为未知量, b_1 、 b_2 是常数项,亦称右端项或自由项, a_{ij} 称作 x_j 的系数,第一个脚标 i 表示它在第 i 个方程,第二个脚标 j 表示它是第 j 个未知量的系数。 x_1 和 x_2 的次数都不高于 1, 所以又称作线性代数方程组,或简称为线性方程组。

对于 (2-1) 式,用消去法消去 x_1 得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = a_{11}b_2 - b_1a_{21}$$

同样,消去 x_2 得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - a_{11}b_2$$

当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时,有

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - a_{11}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \quad x_2 = \frac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \quad (2-2)$$

引进记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (2-3)$$

式 (2-3) 称作 2 阶行列式。它有两行、两列。横写的叫做行, $a_{11}a_{12}$ 和 $a_{21} a_{22}$ 分别称作此行列式的第 1、第 2 行。竖写的叫做列, $a_{11} a_{21}$ 和 $a_{12} a_{22}$ 分别是第 1、第 2 列。数 a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} 称作行列式的元素,简称为元。如 a_{21} 就是在第 2 行第 1 列上的元。行列式中从左上角到右下角的对角线叫主对角线,从右上角到左下角的对角线叫次对角线。

由式 (2-3) 知, 2 阶行列式是主对角线上两元的乘积与次对角线上两元乘积取负号后的代数和。

若记

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

则式(2-2)可写成

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

这就是用行列式表示的二元线性方程组的解。它直观易记，比式(2-2)更方便一些。

【例 2-1】 求解线性方程组 $\begin{cases} 3x + y = 14 \\ x - 2y = -7 \end{cases}$

【解】 $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -7, \quad D_1 = \begin{vmatrix} 14 & 1 \\ -7 & -2 \end{vmatrix} = -21, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 3 & 14 \\ 1 & -7 \end{vmatrix} = -35$

所以 $x = \frac{-21}{-7} = 3, \quad y = \frac{-35}{-7} = 5$

以下再考查三元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (2-4)$$

通过消去法可得

$$x_1 = \frac{1}{D} (b_1 a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} b_3 + a_{13} b_2 a_{32} - b_1 a_{23} a_{32} - a_{12} b_2 a_{33} - a_{13} a_{22} b_3) \quad (2-5)$$

$$x_2 = \frac{1}{D} (a_{11} b_2 a_{33} + b_1 a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} b_3 - a_{11} a_{23} b_3 - b_1 a_{21} a_{33} - a_{13} b_2 a_{31}) \quad (2-6)$$

$$x_3 = \frac{1}{D} (a_{11} a_{22} b_3 + a_{12} b_2 a_{31} + b_1 a_{21} a_{32} - a_{11} b_2 a_{32} - a_{12} a_{21} b_3 - b_1 a_{22} a_{31}) \quad (2-7)$$

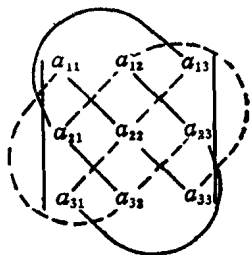


图 2-1 3 阶行列式展开式的图示

式中 $D = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$

同样，引进记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31} = D \quad (2-8)$$

式(2-8)称作 3 阶行列式。它有 3 行、3 列，是 6 个项的代数和。利用图 2-1 所示，我们较容易记忆这 6 个项：实线上 3 个元的乘积构成的 3 个项都取正号，虚线上 3 个元的乘积则取负号。