

13 WPS: 1.28.07

第 四 章

力 学 计 量

一、质 量

(一) 基本要求

1. 掌握计量学基础知识。
2. 掌握质量计量基础理论：
 - (1) 质量、重量的基本概念；
 - (2) 衡量的基本原理及应用；
 - (3) 传递中使用的器具和受检器具的一般结构原理、特性及性能试验。
3. 熟悉质量传递系统，熟练掌握传递方法：
 - (1) 质量基准的建立；
 - (2) 全国质量量值传递系统；
 - (3) 质量单位的换算；
 - (4) 正确理解和熟悉检定规程，掌握检定方法，正确处理检定数据。
4. 了解影响衡量结果的各种因素并能进行误差分析：
 - (1) 影响衡量结果的若干因素；
 - (2) 掌握各种精密衡量方法，了解它的公式来源和特性；
 - (3) 掌握测定材料密度、空气密度的方法，能进行空气浮力对质量量值影响的修正；
 - (4) 懂得有关误差的分析和计算。
5. 熟练掌握所用器具的安装、保养和正确使用。
6. 能对所用天平、衡器进行一般故障的排除和调修。
7. 了解质量计量的国内外发展概况。

(二) 一般概念

例题 1 什么是质量？什么是重量？质量和重量的区别是什么？

解答：

(1) 质量——根据牛顿第二定律($F=ma$)，在惯性系统中任一物体受力后所得到的加速度，其大小与所受力的大小成正比，而与该物体的质量成反比，其方向与所受力的方向相同。即：

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

式中： \vec{F} ——作用于物体的力；

m ——物体的质量；

\vec{a} ——物体受外力时所获得的加速度。

由式可见，用同一大小的力，作用在任何两个不同质量的物体上，质量小的物体获得的加速度大，即速度的变化率大，也可说该物体保持原来运动速度的能力小；反之，质量大的物体获得的加速度小，即速度的变化率小。物体受力时保持原来运动速度的能力，叫做物体

的惯性。因此，这种由牛顿第二定律引出来的质量是物体的惯性量度。

根据万有引力定律：

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

式中： m_1 、 m_2 ——分别为两个物体的引力质量；

r ——两物体之间的距离；

F ——两物体之间相互作用的吸引力；

G ——万有引力常数。

可见，任何两物体之间的引力，与这两物体各自的质量成正比，与它们之间的距离平方成反比。因此，质量又可表征物体产生引力场和受引力场作用的能力。

(2) 重量——根据万有引力定律：

$$P = mg$$

式中： P ——物体的重量；

m ——物体的质量；

g ——重力加速度。

可以说，物体的重量就是物体受重力的大小，它是地球引力与地球自转而作用在物体的惯性离心力的合力。因此，在不同的地点、不同的高度，重量随重力加速度不同而变化。

(3) 质量和重量的主要区别是：

① 质量是物体所具有的一种物理属性，它可以度量物体惯性的大小和引力场相互作用的能力。而重量则是表示重力的大小，在数值上等于该物体的质量与物体所在地点的重力加速度的乘积。

② 物体在运动速度远远小于光速时，物体的质量是个恒量，不受地理位置变化的影响。如天平、台秤、地秤、案秤和木杆秤，衡量的结果是物体的质量，而重量则随地理纬度和海拔高度而异。如弹簧秤之类，衡量得的结果是重量。

例题 2 什么是力、杠杆、力臂、力矩？试述杠杆的原理和分类。

解答：力是物体间或粒子间的相互作用，作用的结果可以改变物体或粒子的机械运动状态，改变其原有的动量，还可以使物体产生变形。因而凡是能使物体或粒子动量发生改变而获得加速度或者使物体发生变形的作用就称为力。

力是一个矢量，要全面描述一个力，应该确定它的大小（力值）、方向和作用点，这就是力的三要素。

杠杆是绕固定点转动的物体，见图(4.1.1)所示。对天平来说，就是中刀刃的圆柱包围面的中线，常称为支点。

杠杆上有三个作用点，支持杠杆的定点 O 叫做支点，力 P 的作用点 A 是力点，重物 W 的作用点 B 叫做重点。从力 P 的作用线到支点 O 的距离叫做力支距（力臂），从重点力 W 作用线到支点 O 的距离叫做重支距（重臂）。

作用在杠杆某臂上的力与力臂的乘积为力矩。只有当杠杆上两力对于支点所构成的力矩和为零时，杠杆才能平衡。

设 A 、 O 、 B 三点在一水平线上，

$$Pa = Wb$$

由于支点、力点、重点在杠杆上的相互位置不同，故又分为三类杠杆；

第一类：支点位于力点和重点之间，如天平、木杆秤等；

第二类：重点位于支点和力点之间，如台秤、地秤等；

第三类：力点位于支点和重点之间，如使用镊子等。



图 4.1.1

例题 3 什么是衡量？简述衡量原理及应用。

解答：被称物体的重量和已知物体的重量，作用在支持物上进行比较叫做衡量。

衡量原理可分如下三种：

(1) 杠杆原理：

利用两力对于杠杆支点上所产生的力矩之和为零的平衡原理来衡量。如杠杆天平、台秤、案秤等都是这一原理，用以衡量质量的多少。

(2) 弹性元件变形原理：

根据物理学的虎克定律，利用弹性元件在重力作用下的变形与力的对应关系，来判断作用力的大小，如弹簧秤、扭力天平等都是这一原理，其衡量的结果是重量的大小。

(3) 液压原理：

利用液体传递压强的性质，根据液面平衡、压力相等的原理。在液压秤上衡量得到的是质量的多少。

例题 4 杠杆的平衡状态有几种？

解答：几个力同时作用在一杠杆上，如果该杠杆的运动状态没有改变，这几个力就叫相互平衡的力，此时它们的合力矩为零，该杠杆处于平衡状态。由于杠杆的重心对支点的位置不同，所以又有三种平衡状态：

① 稳定平衡：

杠杆的重心位于支点的下方时，当杠杆的平衡状态被扰动后，它在两个方向相反作用相等的力所形成的力偶作用下，总是力图回到原来的位置。

② 不稳定平衡：

杠杆的重心位于支点的上方，当杠杆的平衡状态被扰动后，它在两个方向相反作用相等的力之力偶作用下，将绕支点而转动，不能回到它原来的位置。

③ 随机平衡：

杠杆的重心与支点重合，杠杆的位置无论怎样改变，其重心不变，因此它可以在任何位置上静止下来。

例题 5 国际公斤基准是如何建立的？

解答：1795年4月3日法国议会公布了米突制守则，其中规定以温度为4℃时，在标准大气压下（760 mmHg）的一立方分米的纯水作为重量单位，称“公斤”。1799年6月22日公斤基准和米基准一同提交法国立法院，这就是“档案公斤”。米制在法国创立后得到各国的赞许，纷纷提出“采用米制作为国际单位制”，因此组织了国际米制委员会，成立了国际计量局，作为国际性的科学机构，并责成其保管与比较国际的和各国的基准器。

在“档案公斤”制成后，很快就发现它与“理论公斤”存在着很大的差别，不易复现，二者区别表现为：

- ① 水的纯度不同；
- ② 水中氢的同位素（氕、氘、氚）含量不一，水中的空气难以排净。
- ③ 容器灌水时产生的气泡不易消除等。

因此，决定放弃公斤的理论定义，采用法国档案局所保存的“档案公斤”作为质量单位。

1878年国际米制委员会向英国定购了三个铂(90%)、铱(10%)各自纯度为99.99%的直径和高均等于39毫米的圆柱体，分别用K I、K II、K III表示。1880年经与“档案公斤”对比后，K III与“档案公斤”的质量偏差最小，故1883年10月3日把K III确定为国际公斤原器，它的体积为46.3960cm³（测定温度相当于20.15℃）。1882年又开始制造四十个和K I、K II、K III完全一样的圆柱体，连同K I、K II共计四十二个。至1889年全部调整对比工作才完成。在国际计量大会上各国抽签领去，它的精度是 $\pm 0.000002g$ 即 $\pm 2 \times 10^{-9}kg$ 。

目前我国的公斤原器精度是 8×10^{-9} ；国家副公斤原器精度为 4×10^{-8} ；公斤工作基准精度为 1×10^{-7} ；克工作基准精度为 $1 \times 10^{-8} - 2 \times 10^{-6}$ 。

例题6 图示我国的质量量值传递系统。

解答：如图(4.1.2)所示。

例题7 质量的主单位是什么？列出各个质量单位的名称、代号及其换算关系。

解答：质量的主单位是千克（公斤）。质量单位名称、代号与换算关系如表(4.1.1)所示。

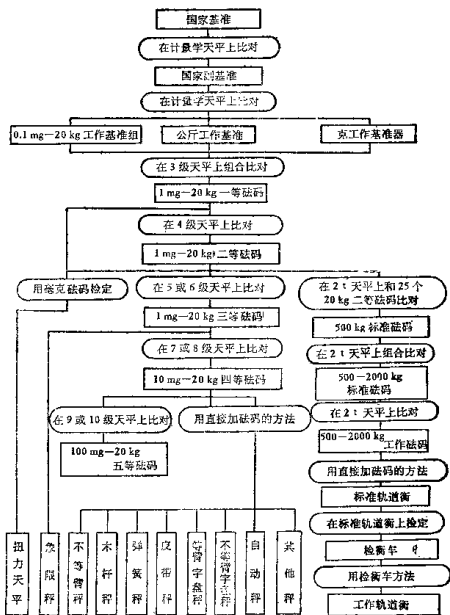


图 4.1.2 全国质量量值传递系统图

表 4.1.1

| 单位名称 | 代号 | 对主单位之比 |
|------------|-----|---------------------------------|
| 毫克 | mg | 百万分之一公斤 (1/1000000公斤) 10^{-6} |
| 厘克 | cg | 十万分之一公斤 (1/100000公斤) 10^{-5} |
| 分克 | dg | 万分之一公斤 (1/10000公斤) 10^{-4} |
| 克 | g | 千分之一公斤 (1/1000公斤) 10^{-3} |
| 十克 | dag | 百分之一公斤 (1/100公斤) 10^{-2} |
| 百克 | hg | 十分之一公斤 (1/10公斤) 10^{-1} |
| 千克 (公斤) | kg | 主单位 1 |
| 公担 | q | 公斤的百倍 (100公斤) 10^2 |
| 吨 | t | 公斤的千倍 (1000公斤) 10^3 |

例题 8 什么是秤？什么是天平？什么是衡器？

解答：凡是用来测量质量以及利用质量计量原理来检查和控制生产过程，确定物体密度等的测量仪器叫做秤，秤又统称为衡器。但人们通常把相对精度在万分之一或万分之一以上的单杆秤叫作天平，把除天平外相对精度在万分之一以下的秤叫作衡器。

(三) 砝 码

A. 例 题 与 解 答

例题 1 什么是砝码？什么是砝码的名义质量、实际质量、检定精度、修正值和质量允差？

解答：

- (1) 在衡器（天平或秤）上复现一给定质量值的一种实物量具称砝码；
- (2) 名义质量又叫标称质量，是制造或调修砝码时所要求的质量；
- (3) 砝码经过检定后，所确定的质量值称实际质量；
- (4) 检定所得砝码的实际值，只是砝码真正质量的近似值，该近似程度的大小，称检定精度；
- (5) 砝码的实际质量与名义质量之差称修正值，它在数值上与误差相等，符号相反；
- (6) 砝码在制造或调修时，允许偏离名义质量的最大制造之差，称质量允差。

例题 2 砝码是根据什么原则分等的？各等砝码之间关系怎样？试举例计算一等公斤组砝码的检定精度。

解答：砝码是根据国民经济中各种衡量的需要划分等级的，等级之间一般为，高一等砝码要比低一等砝码的检定精度高3—5倍。各种砝码的制造允差，应不少于该等砝码检定精度的两倍。

我国现行的砝码检定规程规定（按检定精度）分为五等。

砝码精度是以函数误差原理计算的，例如一等20公斤砝码的精度 ± 22 毫克怎样计算，首

先就要知道一等砝码的检定过程，一等砝码是以工作基准砝码在3级天平上用组合比较法检定。一组5、2、2、1公斤组一等砝码，经检定得出一系列等式：

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg} &= 1 \text{ kg} + a_1 \\ 2 \text{ kg} &= 1 \text{ kg} + 1 \text{ kg} + a_2 \\ 2 \text{ kg} &= 1 \text{ kg} + 1 \text{ kg} + a_3 \\ 5 \text{ kg} &= \Sigma 2 \text{ kg} + a_4 \\ 10 \text{ kg} &= \Sigma 5 \text{ kg} + a_5 \\ 20 \text{ kg} &= \Sigma 10 \text{ kg} + a_6 \end{aligned}$$

注：1 kg (公斤) 基准砝码，它的精度 ± 0.045 毫克。

用 K 表示砝码的修正值，得出计算每个被检砝码的修正值公式：

$$\begin{aligned} K_{1\text{kg}} &= K_{1\text{kg}}^x + a_1 \\ K_{2\text{kg}} &= K_{1\text{kg}}^x + K_{1\text{kg}} + a_2 \\ K_{2\text{kg}} &= K_{1\text{kg}}^x + K_{1\text{kg}} + a_3 \\ K_{5\text{kg}} &= K_{1\text{kg}} + K_{2\text{kg}} + K_{2\text{kg}} + a_4 \\ K_{10\text{kg}} &= K_{1\text{kg}} + K_{2\text{kg}} + K_{2\text{kg}} + K_{5\text{kg}} + a_5 \\ K_{20\text{kg}} &= K_{1\text{kg}} + K_{2\text{kg}} + K_{2\text{kg}} + K_{5\text{kg}} + K_{10\text{kg}} + a_6 \end{aligned}$$

根据以上公式20kg一等砝码修正值为：

$$K_{20\text{kg}} = 20K_{1\text{kg}}^x + 12a_1 + 4a_2 + 4a_3 + 2a_4 + a_5 + a_6$$

检定所用天平：

1 kg 分度值为 0.5 毫克

5 kg 分度值为 2.5 毫克

20 kg 分度值为 10 毫克

1 kg 砝码在 1 kg 天平上检定，2 kg、2 kg、5 kg 砝码在 5 kg 天平上检定，10 kg、20 kg 砝码在 20 kg 天平上检定。在检定砝码过程中因采用了精密衡量法，这就消除了不等臂性误差，实测了分度值，因此影响小 a 值的精度只包括变动性，那么，各 a 值的误差为：

$$\Delta a_1 = 0.5 \text{ 毫克}$$

$$\Delta a_2 = 2.5 \text{ 毫克}$$

$$\Delta a_3 = 2.5 \text{ 毫克}$$

$$\Delta a_4 = 2.5 \text{ 毫克}$$

$$\Delta a_5 = 10 \text{ 毫克}$$

$$\Delta a_6 = 10 \text{ 毫克}$$

根据函数原理公式 20kg 砝码的误差

$$\begin{aligned} \Delta_{20\text{kg}} &= \sqrt{(20K_{1\text{kg}}^x)^2 + (12\Delta a_1)^2 + (4\Delta a_2)^2 + (4\Delta a_3)^2 + (2\Delta a_4)^2 + \Delta a_5^2 + \Delta a_6^2} \\ &= \sqrt{20^2 \times 0.045^2 + 12^2 \times 0.5^2 + 4^2 \times 2.5^2 + 4^2 \times 2.5^2 + 2^2 \times 2.5^2 + 10^2 + 10^2} \\ &= \pm 21.5 \text{ (毫克)} \\ &= \pm 22 \text{ (毫克)} \end{aligned}$$

根据以上计算可求得所有一等砝码的检定误差。

例题 3 砝码的组合原则是什么，有哪几种组合形式，各有什么优缺点？

解答：砝码的组合原则是以最少个数的砝码能组成所需要的任何质量。

组合形式有三种：(1) 5—3—2—1 制；

(2) 5—2—1—1 制；

(3) 5—2—2—1 制。

砝码组的组合都采用了十进制，其优缺点如下：

(1) 5—3—2—1制：组合任意质量时，所用砝码个数最少，使用方便，但用料较多，组合精度低。

(2) 5—2—1—1制：组合任意质量时，所用砝码个数最多，使用麻烦，用料比较少，比5—3—2—1组合精度高。

(3) 5—2—2—1制：组合任意质量时，所用砝码个数及用料都适中，能充分利用天平的精度。

例题 4 常用的衡量方法有哪几种？哪些属于精密衡量法？精密衡量法有些什么优缺点？并用公式说明。

解答：常用的衡量法有两种：即直接衡量法、精密衡量法（包括交换衡量法、替代衡量法、门捷列夫衡量法等）。

(1) 交换衡量法是德国学者高斯提出的，又叫高斯法。操作方法是将被衡量的物体 Q 放在天平某盘，砝码 P 放在另一盘，使之平衡。设衡量两臂长分别为 b 、 a 。

$$Qb = Pa$$

然后，再将被衡量的物体 Q 与砝码 P 对换位置，在原先放物体 Q 的盘中，必须放上质量等于 $P(1+R)$ 的砝码；（ R 是微小的质量）天平才能恢复原来的平衡状态。

$$Qa = P(1+R)b$$

由上述二式相乘，得

$$Q^2 ba = P^2 (1+R) ba$$

$$Q^2 = P^2 (1+R)$$

$$Q = \sqrt{P^2 (1+R)}$$

$$Q = P(1+R)^{\frac{1}{2}}$$

将二项式 $(1+R)^{\frac{1}{2}}$ 展开为级数排列，只取前面两项，因 R^2 和 R 的高次幂各项值很小，可以忽略不计，得下式：

$$Q = P \left(1 + \frac{R}{2} \right)$$

或
$$Q = P + P \frac{R}{2}$$

或
$$Q = \frac{P + P(1+R)}{2}$$

在衡量结果中，不再含有横梁臂长的因素，物体 Q 的质量可用下式计算

$$Q = P - \frac{r}{L_1 - L_2} \left(\frac{L_1 - L_2}{2} \right)$$

式中: L_1 、 L_2 ——各为交换前后的平衡位置;
 L'_1 ——在某盘中添加 r 砝码的平衡位置;
 r ——用来测定分度值时添加的砝码质量。

如果把两盘中的物体和砝码对调以后,天平指针超出了标牌范围,则应在放砝码的盘中增加或减少砝码 R ,在此情况下计算物体质量时,必须把 R 的质量计算在内,此时计算公式为:

$$Q = P \pm \frac{R}{2} - \frac{r}{L'_1 - L_2} \left(\frac{L_1 - L_2}{2} \right)$$

式中符号不变。

(2) 替代衡量法,是法国学者波尔达提出的,又叫波尔达法。操作方法:将被衡量的物体 Q 放在某盘,另一盘放上平衡重物 T ,使之与物体平衡。设横梁两臂长分别为 b 、 a 。

$$Qb = Ta$$

即 $Q = T \frac{a}{b}$

然后,不动平衡重物,只把物体从秤盘上取下并在该盘放上砝码 P ,使之平衡。

$$Pb = Ta$$

$$P = T \frac{a}{b}$$

所以 $Q = P$

在衡量结果中,不再含有横梁臂长的因素,物体 Q 的质量可由下列公式计算。

$$Q = P + \frac{r}{L'_1 - L_2} (L_1 - L_2)$$

式中: L_1 、 L_2 ——分别为在天平某盘放重物和砝码时的平衡位置;
 L'_1 ——在某盘添加 r 砝码的平衡位置;
 r ——用来测分度值添加的砝码。

(3) 门捷列夫衡量法是苏联学者 Д.И. 门捷列夫提出的,他改进了替代法,用天平自始至终在某一固定载荷下衡量的原理,实现了不论被衡量物体的质量大小,始终在同一灵敏度下测定。操作方法是在某秤盘放上总质量等于该天平最大载荷的砝码群,并用替代物平衡。然后在放置砝码群的秤盘里放上被衡量物体,同时取下一部分砝码,使之平衡。

第一次衡量: $\Sigma P_{\max} \cdot b = Ta$

第二次衡量: $(\Sigma P_{\max} - \Sigma P + Q)b = Ta$

因为此二式右端相等,故

$$\Sigma P_{\max} \cdot b = (\Sigma P_{\max} - \Sigma P + Q)b$$

于是 $Q = \Sigma P$

式中: ΣP_{\max} ——最初放在秤盘上砝码群的质量;
 ΣP ——从秤盘中取下的砝码质量。

在衡量结果中,不再含有横梁臂长的因素,此衡量法较前两种速度稍快。计算 Q 的公式为:

$$Q = \Sigma P - \frac{r}{L_2 - L_3} (L_1 - L_2)$$

在最后的衡量结果中，三种衡量法都能消除天平不等臂性引起的系统误差，因此称为精密衡量法。

例题 5 什么是砝码材料的统一名义密度？它与砝码的真实质量之间有什么关系？

解答：要解决用不同材料的砝码衡量同一物体所得结果不一致问题和使得砝码的检定程序简化，最理想的是所有砝码均用同一种材料制造，但由于条件所限，这是不易实现的。于是就利用一种换算的方法，把不同材料砝码的量值，统一在某一个共同约定的密度数值的基础上。这个共同约定的密度值为 8.0 克/厘米³，叫做砝码材料的统一名义密度。它与真实质量之间有个换算关系。

一个砝码与另一个材料密度为 8.0 克/厘米³ 的砝码在密度为 0.0012 克/厘米³ 的空气中相平衡时，后者的质量值称为前者的换算质量值，即：

$$M = M_0 \left(1 - \frac{0.0012}{D} \right) / \left(1 - \frac{0.0012}{8.0} \right)$$

式中： M ——砝码的换算质量值；
 M_0 ——砝码的真实质量值；
 D ——砝码的材料密度(单位：克/厘米³)。

需要求砝码的真实质量时可按下公式：

$$M_0 = M \left(1 - \frac{0.0012}{8.0} \right) / \left(1 - \frac{0.0012}{D} \right)$$

例题 6 为什么要进行空气浮力的修正？如何修正？

解答：因为所有物体都在空气中衡量，而在空气中衡量时，总要受到空气浮力的作用。根据阿基米德原理，浮力的大小等于物体排开同体积空气的重量，而重量又等于质量乘以重力加速度的值。所以在空气中衡量物体的质量时计算公式为：

$$a(m_1 g_0 - V_1 \rho_a g_a) = b(m_2 g_0 - V_2 \rho_a g_b)$$

式中： a 、 b ——天平横梁左右臂的长度；
 m_1 、 m_2 ——物体 1 和物体 2 的质量；
 V_1 、 V_2 ——物体 1 和物体 2 的体积；
 g_a 、 g_b ——天平左右盘处的重力加速度；
 ρ_a ——衡量物体时的实际空气密度。

对于等臂天平： $a = b$ ，对于同一检定地点重力加速度是一样的。

则公式可化为：

$$m_1 - V_1 \rho_a = m_2 - V_2 \rho_a$$

所以 $m_2 = m_1 + (V_2 - V_1) \rho_a$

如果物体 1 和物体 2 的材料密度相同，那么

$$m_2 = m_1$$

如果两物体材料密度不同，它们在空气中失去的重量也不相同。为了消除这项误差，应对物体在空气中衡量结果进行空气浮力修正。

例題 7 如何測定砝碼或物体的材料密度?

解答: 为了測定材料密度, 必须先測定物体和砝碼的体积。为此, 应按具体情况配备适当秤量和精度的液体静力天平。

液体静力天平可利用普通天平改装。方法是: 在天平的某一秤盘的底面焊上一小钩, 以细金属丝自由地通过天平底板的特设小孔, 将受试的砝碼或物体挂于此金属丝上。对着小孔的下面放有盛着蒸馏水的容器。測定程序如下:

(1) 将挂于小钩上的金属丝尾端浸入盛有蒸馏水的容器中, 金属丝尾端应有一活套环, 以便受试砝碼或物体挂于其上。

随后将已经清洗干净的受试砝碼或物体 A 放于焊有小钩的天平盘上, 并在另一盘加放平衡重物 T , 使之平衡。

(2) 自盘中取下受试砝碼或物体 A , 挂在预先已浸入水中的细金属丝的活套环上。为了恢复在这种情况下遭到破坏的平衡, 需在该盘中加上一定数量的标准砝碼, 记下它的实际质量 B 和体积 V_B , 然后測定分度值。

(3) 測定容器中水的温度 t 精确至 0.1°C 。

根据所得数据, 依照下式计算出受试砝碼或物体在试验温度下的体积 $V_{A,t}$ 。

$$V_{A,t} = \frac{B - V_B \rho}{E_t - \rho}$$

式中: $V_{A,t}$ —— 受试砝碼或物体在 $t^\circ\text{C}$ 时体积;

V_B —— 标准砝碼体积;

E_t —— 在试验温度下蒸馏水的密度;

ρ —— 空气密度。

受试砝碼或物体在标准温度 20°C 时的体积 V_{20} 。按下式计算:

$$V_{20} = V_{A,t} [1 + \beta(20 - t)]$$

式中: β —— 待测砝碼的体积膨胀系数 ($\beta_{\text{铂}} = 0.000057/^\circ\text{C}$, $\beta_{\text{钢}} = 0.000035/^\circ\text{C}$)。

计算得到砝碼的体积后, 利用该砝碼的质量, 按照下面公式计算砝碼的密度:

$$D = \frac{m}{V_{20}}$$

例題 8 砝碼檢定中如何測定和计算空气密度?

解答: 測定空气密度一般用气压计法和质量再測定法 (体积法)。在檢定中通常采用气压计法, 其计算公式如下:

$$\rho_A = \frac{1.29305}{1 + 0.00367t} \cdot \frac{P - 0.3779h}{1013.25}$$

式中: ρ_A —— 檢定时的空气密度, 单位毫克/厘米³;

P —— 檢定时的大气压力, 单位毫巴;

h —— 檢定时绝对湿度, 单位毫巴;

t —— 檢定时空气温度, 单位 $^\circ\text{C}$ 。

空气密度是从理想气体状态方程推导的,

根据理想气体状态方程：在一个系统中，一定量的气体在某个状态下压强跟体积的乘积与它的绝对温度的比值是个常数。

即：
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = (\text{恒量})$$

式中： P_1 、 P_2 ——状态 1 和状态 2 时的气体压力；
 V_1 、 V_2 ——状态 1 和状态 2 时的气体体积；
 T_1 、 T_2 ——状态 1 和状态 2 时的气体绝对温度。

1 克分子的任何气体，在标准状况 ($P_0 = 1$ 个大气压， $T_0 = 273^\circ\text{K}$)，体积都是 $V_0 = 22.4$ 升，所以对于 1 克分子的气体：

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = R$$

式中 R 叫普通气体恒量。

根据盖·吕萨克定律：一切气体在压强不变时，其体胀系数都相等。体胀系数

$$\alpha = \frac{1}{273} = \frac{1}{T}$$

假设在某系统中，有分子量为 M 的 m 克理想气体。根据气态方程：

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{m}{M} R$$

得：
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{m}{M} P_0 V_0 \alpha$$

因为
$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1}$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2}$$

$$\rho_0 = \frac{M}{V_0}$$

所以
$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$$

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$$

$$V_0 = \frac{M}{\rho_0}$$

式中： ρ_1 、 ρ_2 、 ρ_0 ——分别为状态 1 和状态 2 及标准状况下气体的密度。

将它们代入上式得：

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} = \frac{P_0 \alpha}{\rho_0}$$

所以在状态 1 时，理想气体的密度 ρ_1 为：

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{1}{T_1 \alpha} \cdot \frac{P_1}{P_2}$$

又因为

$$T_1 = T_0 + t_1 = 273 + t_1$$

即

$$T_1 = \frac{1}{\alpha} + t_1$$

因此得:

$$\rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha t_1} \cdot \frac{P_1}{P_0}$$

干空气是接近理想气体的气体,可以用理想气态方程推导空气密度公式计算。但是实际的空气并不是干燥空气,而包含着一定数量的水蒸气,由于水蒸气的存在,就必须进行相应的修正,因此 P_1 应换成 $P_1 - 0.3779 h$

将:

$$\rho_0 = 1.29305,$$

$$P_0 = 1013.25,$$

$$\alpha = 0.00367,$$

$$P_1 = P_1 - 0.3779 h.$$

代入之后得:

$$\rho_1 = \frac{1.29305}{1 + 0.00367 t_1} \cdot \frac{P_1 - 0.3779 h}{1013.25}$$

去掉 P_1 、 t_1 的脚标,将 ρ_1 的脚标换成 K 就得到状态 K 时的空气密度计算公式。

$$\rho_k = \frac{1.29305}{1 + 0.00367 t} \cdot \frac{P_1 - 0.3779 h}{1013.25}$$

空气密度对全国来说,各地都不一样,就是同一个地方,由于气候的变化和其它因素的影响,每时每刻也在变化。一般说,一年之中冬天大,夏天小,春秋两季适中。

采用气压计法,实验室应配备气压计、湿度计,使用方法可参照产品说明书。根据气压计读取的气压值,考虑温度、纬度、高度、仪器的影响,修正后为所测气压数,再根据湿度计读取的温度、湿度值,经过计算得出绝对湿度用公式计算(具体修正值可查气象常用表)。

例题 9 简述各等砝码的检定程序。

解答:

(1) 一等砝码的检定:

- ① 一等砝码以工作基准砝码在 3 级天平上用组比较法检定;
- ② 成组砝码的组比较,首先以工作基准砝码同与其名义质量相当的一组被检砝码比较,然后依次将被检砝码组中,每个砝码与相当其名义质量较小的一组被检砝码比较;
- ③ 一等砝码组中,每个砝码的检定方法按照交换法或替代法程序重复进行一次(分度值不必重复);
- ④ 一等砝码必须由两人分别各检一次,互相相对其结果(两人所得的 α 值之差不出所用天平的一个分度值,在 2 克天平上不出 5 个分度值,否则需复检),取两人检定结果的算术平均值为最终结果。

(2) 二、三等砝码的检定,均采用与高一等标准砝码相比较的方法进行。二等砝码由二人分别检定一次,取其算术平均值作最终结果。二人检定结果之差,不得大于规定的检定精

度，否则须复检。作标准用的二等砝码，由一人重复检定两次，取其算术平均值作为最终结果（两次检定结果之差要求同前）。工作用三等砝码由一人检定一次。

(3) 四、五等砝码的检定是按替代法进行检定，若被检砝码较轻，可在被检砝码盘加放负允差砝码；若被检砝码较重，可将正允差砝码放入对面盘中；若被检砝码大于或小于正、负允差视为不合格。四、五等砝码由一人检定一次。

例题10 怎样调修砝码？

解答：生产和使用的砝码，达不到精度要求时需调修。调修时应垫上洁净柔软的鹿皮或戴上细纱手套，调修后应重新清洗，并在检定室存放一段时间方可检定。

对实心的砝码质量调修时，只能在研磨抛光和修圆棱边过程中进行，有镀层的砝码在抛光后，不得再行加上调整。有调整腔的砝码，在腹腔内加放的材料应与砝码材料相同，四、五等砝码，还允许用铅，其添加物的总质量对大于和等于50克的砝码，不得超过其名义质量的二十分之一，对于小于和等于20克的砝码，不得超过其名义质量的十五分之一。

例题11 对砝码的材料、结构有什么要求？

解答：

(1) 目前我国制造的砝码，一般选用的材料是非磁性不锈钢和铜合金等，为了保证砝码的量值稳定，因此砝码的材料应合乎以下要求：

- ① 稳定性好，应具有物理和化学方面的稳定性，不易受周围介质的腐蚀作用；
- ② 具有良好的抗磁性，磁化率非常小，对磁场作用不敏感；
- ③ 有一定硬度，坚固耐磨；
- ④ 材料组织紧密，没有孔隙，以减小因气体或水分吸收所带来的影响。

(2) 砝码结构：为了减少水分子层吸附在砝码表面给衡量结果带来的影响、保证砝码在使用周期中量值的准确，砝码的外形做成球形，其表面积最小，底部受磨损也少，但这种形状放置不稳，又不好夹持，所以把质量的基准砝码外形定为直径与高度相等的正圆柱形，这样表面积也较小，比球形的易于夹持。对于精度低的，在保证精度、方便使用的前提下，还可制成带顶圆柱形，带顶的截面圆锥体，顶面带把手的正六面体，沿半径方向开有缺口并全部凸起的正圆形，以及具有90°折角的方片形等。

(3) 在制造结构上分为：

① 实心砝码：用一整体材料加工制成，没有调整腔。因是实心，可实测体积进行浮力修正，所以基准砝码和一等砝码是这种结构。

② 空腔砝码：砝码头与砝码体之间是以螺纹连结，在砝码体内有一个空腔，可加放填充物调整质量。因是空腔，不能浸在液体中实测体积，填充物又易氧化，此结构只适用于二等及以下精度的砝码。

例题12 砝码检定中的数据如何处理？

解答：根据近似计算的经验法则，对砝码检定工作中测定的数据，一般按以下原则处理：

(1) 天平标牌读数只估读一位数字。根据标牌读数计算的平衡位置，其保留的末位数字

的位数与标称读数相一致；

(2) 天平平衡位置之差(即 $L_{Dn} - L_{A0}$, $L_A - L_B$ 或 $L_{i+1} - L_i$)有几位有效数字,天平标称分度值取几位数字;

(3) 用组合比较法在3级天平上检定一等砝码时, α 值保留的位数应比所用天平名义分度值多一位小数;

(4) 砝码检定结果中保留的末位数字的位数,应与砝码的检定精度相一致,一般最多只保留一位估读数字;

(5) 在质量计量中,所有的数据都采用四舍五入的偶数法则计算。

例题13 简述影响衡量结果的误差因素有哪些?

解答:影响衡量结果的因素一般有四个方面:

(1) 人员误差:由于测定人员的反应速度、熟练程度、操作和观测习惯差别,以及由于不谨慎而造成的失误都属于人员误差。

(2) 设备误差:

① 砝码对被测物体所带入的系统误差;

② 被测样品的稳定性所带来的误差;

③ 天平的灵敏性、正确性、示值不变性所带来的误差。

(3) 衡量法误差:因采用不同的衡量方法所带来的误差也不一样。

(4) 环境误差:由于空气浮力、温度、湿度、气压、气流、磁场、重力加速度、环境污染程度等所引起的误差。

例题14 砝码的正确使用和维护保养有哪些规则?

解答:砝码的使用和保养规则:

(1) 各等砝码应按检定系统表的规定使用。

(2) 不得用手直接拿取砝码,使用镊子夹取砝码时,注意不要损伤或跌落砝码。

(3) 质量较大的砝码,可用洁净柔软的麂皮、真丝绸布或戴上细丝手套拿取。拿取时要轻拿轻放,不得互相碰撞,不能对着砝码呼气。

(4) 使用砝码时,一般先用带点的,砝码表面不得有镀层脱落和生锈现象。若表面发生氧化或镀层脱落,应立即停止使用。

(5) 砝码必须放置在干燥、洁净而无剧烈变动的房间内,一、二等砝码应放在专用的玻璃干燥器皿中。

(6) 应保持砝码表面的清洁,对于有调整腔的砝码,在清洗时,严防洗液进入腔内,调整箱盖只允许调修时才能打开。

(7) 使用砝码时,待砝码温度与室内温度一致后方可使用。

(8) 砝码使用完毕,应立即放入砝码匣内相应的位置上。几组砝码同时使用时,切勿混杂。

(9) 寄运砝码,应逐个包以软纸,置入砝码盒内相应的位置上,然后将盒扣紧,放入足够坚固的包装箱内。箱内填充防震的软料,箱外标有“小心轻放”字样。

B. 思考题

1. 试推导测定砝码体积公式。
2. 金属丝的直径大小对测砝码体积有何影响？纯水脏了之后，表面张力减少时，对测定体积有何影响？
3. 要求体积测定精度达到 ± 0.1 厘米³时（不考虑其它因素），应选用精度多高的天平？
4. 若要求测定空气密度的精度达到 ± 0.01 毫克/厘米³时，应选用精度多高的气压计、温度计、湿度计？
5. 砝码调整腔中附加物的材料如果与砝码的材料不一致，对质量的准确度会带来多大的影响？试详述之。
6. 测定砝码时，有哪些主要系统误差？如何尽量减少？
7. 为什么说算术平均值是真值的最佳估计值？
8. 如何测定砝码质量的稳定性？
9. 除现在广为使用的砝码组合比较法以外，还有哪几种组合比较法？
10. 试推导 5—2—2—1制“传统的”砝码比较法的计算公式。
11. 对于500公斤以上大砝码是怎样检定和维护的？

C. 检定规程索引

1. 砝码检定规程

JJG 99—72

(四) 天平

A. 例题与解答

例题 1 什么是天平的稳定性？写出空秤时天平的稳定平衡条件，并说明每个符号的含义及影响天平稳定性的主要因素是什么？

解答：天平的稳定性就是指天平在受到扰动后，能自动恢复到原平衡位置的能力。

只有当 $[(Q_0 + P_0)m + Rs + Gn] > 0$ 时，空秤天平才能处于稳定平衡状态。

在上面的不等式中：

Q_0 、 P_0 ——为挂在横梁上左、右两边的吊挂系统的质量；

m ——三刀之间的吃离线量；

R ——横梁的质量；

s ——横梁的重心距；

G ——游砝码的质量；

n ——游砝码的重心距。

从上式可见，对一般的天平来说， m 、 s 和 n 是影响天平稳定性的因素。因重量及 n 值是很小的，因而 Gn 值也很小，对天平的稳定性影响甚微，可忽略不计。 m 也是天平的一个微小量，因此 $(Q_0 + P_0)m$ 也是很小的，仍可忽略不计。但当天平承受载荷时 $(Q_0 + Q +$

$P_0 + P)m$ 的影响就要大些。这样，在天平的稳定条件中，就剩下横梁重心到支点的距离 s 。因此，天平的稳定性主要决定于横梁重心的高低。当 s 值越大，即重心在支点之下越远，天平就越稳定；反之，天平的稳定性则越差或根本不稳定。

例题2 什么是天平的正确性？它的特征是什么？什么是不等臂性误差？写出它最简的表达式并说明符号含义。

解答：天平的正确性就是指横梁的左、右两臂具有正确固定的比例而言。

天平正确性的特征是在空秤时和秤盘上加有相等的载荷时的平衡位置相同。如果平衡位置不同了，那就是天平的臂比不正确。

对于等臂天平来说，横梁两臂的长度必须严格相等，如果不相等就认为该天平不正确。由于使用臂比不正确的天平测量而引入的误差就叫做不等臂性误差。

天平不等臂性误差的最简表达式为：

$$y = Q \cdot \frac{\Delta a}{a}$$

式中： y ——天平的不等臂性误差；
 Q ——天平的载荷；
 Δa ——天平的两臂长度之差；
 a ——天平的臂长值。

例题3 影响天平正确性的主要因素有哪些？试举例说明。

解答：影响天平正确性的主要因素有两个：

(1) 由于制造时选用的材料不稳定、材料的老化处理、生产工人的装配技术水平以及装配应力的释放的差异，使得两臂比例不能严格达到的比例要求。

(2) 温度变化或两臂不均匀受热，致使天平的臂比改变，也是天平不正确的重要原因。

例如：已知横梁重量为 R ，臂长为 a ，秤盘上荷重为 Q ，设横梁为矩形，且沿着横梁全长的断面面积都是一样的，而横梁每一臂的重量将集中在距支点 $\frac{a}{2}$ 处。如果天平原先是平衡的，现因右臂的平均温度比左臂高 0.2°C ，为使天平恢复平衡，须在左盘中添加小重物 P ，这时的平衡方程式为：

$$\frac{R}{2} \cdot \frac{a}{2} + (Q + P)a - \left[\frac{R}{2} \cdot \frac{a}{2} (1 + \alpha \cdot \Delta t) - Q \cdot a (1 + \alpha \Delta t) \right] = 0$$

那末，

$$P = \left(\frac{R}{4} + Q \right) \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

设 $R = 128\text{g}$, $Q = 100\text{g}$ $\Delta t = 0.2^\circ\text{C}$
 $\alpha = 0.000019$ (黄铜材料的线胀系数)

则 $P = \left(\frac{128}{4} + 100 \right) \times 0.000019 \times 0.2 = 0.5(\text{mg})$