

# 目 录

## 第一章 引言

- § 1-1 关于断裂的工程问题····· ( 1 )
- § 1-2 脆性断裂和韧性断裂····· ( 5 )
- § 1-3 小结····· ( 7 )

## 第二章 能量守恒与断裂判据

- § 2-1 Griffith 能量释放观点····· ( 10 )
- § 2-2 能量平衡理论····· ( 15 )
- § 2-3 内聚应力理论····· ( 21 )
- § 2-4 小结····· ( 25 )

## 第三章 应力强度因子

- § 3-1 裂纹基本型····· ( 27 )
- § 3-2 裂端的应力场和位移场····· ( 28 )
- § 3-3 应力奇异性和应力强度因子····· ( 31 )
- § 3-4 常见裂纹的应力强度因子····· ( 33 )
- § 3-5 叠加原理及其应用····· ( 39 )
- § 3-6 小结····· ( 43 )

## 第四章 线弹性断裂力学的基本理论

- § 4-1 应力强度因子概念和能量释放  
观点的统一····· ( 45 )
- § 4-2 柔度法····· ( 47 )
- § 4-3 断裂判据····· ( 54 )
- § 4-4 阻力曲线····· ( 56 )
- § 4-5 应变能密度因子····· ( 59 )

§ 4-6	复合型裂纹	( 65 )
§ 4-7	小结	( 72 )
<b>第五章 弹塑性断裂力学的基本概念</b>		
§ 5-1	Irwin 对裂端塑性区的估计	( 73 )
§ 5-2	Dugdale 模型	( 77 )
§ 5-3	裂端塑性区的形状	( 80 )
§ 5-4	平面应力与平面应变的塑性区	( 82 )
§ 5-5	裂纹尖端张开位移CTOD	( 84 )
§ 5-6	$J$ 积分简介	( 87 )
§ 5-7	小结	( 88 )
<b>第六章 裂纹扩展</b>		
§ 6-1	动能与裂纹扩展阻力	( 91 )
§ 6-2	失稳断裂的裂纹扩展率	( 94 )
§ 6-3	疲劳破坏	( 96 )
§ 6-4	疲劳裂纹的萌生与扩展机理	( 99 )
§ 6-5	疲劳裂纹扩展率	( 102 )
§ 6-6	裂纹闭合效应	( 107 )
§ 6-7	短裂纹的特异行为	( 109 )
§ 6-8	过载的影响与变幅疲劳	( 112 )
§ 6-9	应力腐蚀开裂与环境促进裂纹扩展	( 115 )
§ 6-10	氢脆简介	( 120 )
§ 6-11	腐蚀疲劳裂纹扩展	( 124 )
<b>第七章 断裂韧性的测试</b>		
§ 7-1	常规韧性测试方法	( 127 )
§ 7-2	平面应变断裂韧度 $K_{IC}$ 的测试和影响韧度的因素	( 131 )
§ 7-3	延性断裂韧度 ( $J_R$ 等) 的测试	( 143 )
§ 7-4	CTOD 的测试	( 153 )

§ 7-5 疲劳裂纹扩展率 $da/dN$ 的测试·····	(158)
<b>第八章 金属断口分析概述</b>	
§ 8-1 引言·····	(162)
§ 8-2 断裂类型及断裂机理概述·····	(163)
§ 8-3 过载失稳断裂断口·····	(173)
§ 8-4 疲劳断口·····	(176)
§ 8-5 应力腐蚀及氢脆断口·····	(180)
<b>第九章 断裂力学在工程上的应用原则</b>	
§ 9-1 指导材料选择·····	(183)
§ 9-2 指导结构设计·····	(186)
§ 9-3 断裂控制和防止·····	(190)
§ 9-4 破断分析·····	(192)
§ 9-5 小结·····	(195)
<b>第十章 压力容器缺陷的评定</b>	
§ 10-1 评定前的准备·····	(196)
§ 10-2 缺陷的处理·····	(197)
§ 10-3 应力和应变值的确定·····	(202)
§ 10-4 脆断评定·····	(206)
§ 10-5 疲劳评定·····	(209)
§ 10-6 应用实例·····	(212)
<b>附录 A Westergaard 应力函数法</b>	
§ A-1 线弹性力学的平面问题和反平面 剪切问题·····	(215)
§ A-2 复变应力函数·····	(220)
§ A-3 Westergaard 应力函数·····	(222)
§ A-4 基本型裂纹问题·····	(224)
§ A-5 求应力强度因子的简易公式·····	(230)

## 附录 B $J$ 积分

- § B-1  $J$  积分的物理意义..... (234)
- § B-2  $J$  积分的线路无关性..... (240)
- § B-3  $J$  积分的能量解释..... (244)
- § B-4  $J$  积分的启裂判据..... (247)
- § B-5  $J$  积分与 CTOD 间的关系 ..... (248)

# 第一章 引 言

## § 1—1 关于断裂的工程问题

1979年5月一个晴朗的下午，一架美国麦克唐纳·道格拉斯公司制造的DC-10型宽体客机，从芝加哥国际机场起飞。突然间，地面上有人看见飞机机翼下的一个发动机脱落了。不到几秒钟的时间，飞机就从低空掉下来，飞机上二百七十多人全部遇难，美国历史上最大的空难事件就这样发生了。飞机发动机为什么会脱落？经过美国航空管理局和飞机制造公司的有关专家仔细调查后发现，原来是联接发动机和机翼的联接件发生了断裂。断裂是如此突然地发生，好象事先一点征兆都没有。其实不然，如果在飞机起飞前仔细探伤检查这个联接件，就有可能发现一条小裂纹，发展成这条小裂纹的时间恐怕并非一日。飞机每飞行一个航程，这个联接件就受到一个大循环的随机疲劳载荷。如果这个联接件在制造或安装时就已产生缺陷，则随飞机飞行次数和飞行时间的增加，缺陷就可能发展成裂纹，并且越来越长，当裂纹扩展到一定长度时，联接件就突然发生断裂。

在国外，类似DC-10型飞机失事的事故并不少见，从第二次世界大战以来，就有不少有名的例子。例如，四十年代后期美国曾建造了大约2500艘自由号型的万吨轮，在服役期间有145艘断成两截，700艘左右受到严重的损坏。此外，象海洋平台发生崩溃，压力容器发生破裂、吊桥的钢索断裂、天然气管道破裂、汽轮机叶片断裂等等事故，都是时有所闻的。在我国，这一类工业

事故也是不少的，尤其有个别电厂的汽轮机转子带着裂纹运行，不少压力容器的缺陷严重，这对用户来说都是很令人担心的。因此，从设计、制造、安装和使用的角度来说，建立评定带缺陷或裂纹运行的机械结构安全性的标准，以及如何来防止断裂事故的发生，一直是科学家和工程师所关心的事情。

近三十年来，随着宇航和航空工业的飞速发展，高强度合金，例如高强度的钢、铝和钛等合金，使用量越来越大。高强度合金的最大优点是比强度相当高，即强度与质量密度的比值较一般中低强度合金高得多。因此，用高强度合金制成的机械结构，通常体积较小、重量较轻、用料还可以大大节省。这个优点对宇航的飞行器，例如火箭、太空船、航天飞机和人造卫星等特别重要。但是，绝大部分高强度合金却比较脆，容易发生断裂；在腐蚀性环境介质中，甚至在相对湿度较高的环境中，就有可能萌生出裂纹。这些断裂问题用传统的强度理论，例如用屈服判据，是解释不了的。由高强度合金所制成的机械结构发生断裂时的应力水平，往往远低于屈服应力。因此，当机械结构带有裂纹时，判断机械结构发生断裂的时机，不能用屈服判据，而应该寻求新的断裂判据。现代断裂力学(fracture mechanics)这门学科，就在这种背景下诞生了。从五十年代中期以来，断裂力学发展很快，目前理论部分已相当成熟，而在工程方面，已广泛应用于宇航、航空、海洋、兵器、机械、化工和地质等许多领域。

从工程观点看，如何防止或减少断裂事故的发生呢？工程师们从设计和使用的角度，首先提出下列五个问题：

1. 多小的裂纹或缺陷是允许存在的，即此小裂纹或缺陷不会在预定的服役期间发展成断裂时的大裂纹？
2. 多大的裂纹就可能发生断裂，即用什么判据来判断断裂发生的时机？
3. 从允许存在的小裂纹扩展到断裂时的大裂纹需要多长时间？

间，即机械结构的寿命如何估算？这就需要进行裂纹扩展率的测试，以及研究影响裂纹扩展率的因素。

4. 在既能保证安全，又能避免不必要的停产损失，探伤检查周期应如何安排？
5. 万一检查时发现了裂纹，该如何处理？

如果从选材方面考虑，对材料与断裂的关系则可提出下列四个问题：

1. 什么材料比较不容易萌生裂纹？
2. 什么材料可以容许比较长的裂纹存在而不发生断裂？
3. 什么材料抵抗裂纹扩展的性能比较好？
4. 怎样冶炼、加工和热处理可以得到最佳效果？

前面五个工程问题可以用断裂力学的方法来解决；后面四个问题则属于材料工程或金属学的领域。显然，断裂是与力学、材料和工程应用等有关的问题。因此，可分别从力学、材料学或工程应用等方面着手研究，也可综合几个方面来进行。但从断裂研究的背景来看，其目的主要是解决工程问题，为国民经济建设服务，为国防建设服务。

为解决上面所提的工程问题或材料问题，对于含裂纹的受力机械零件或构件，必须先找到一个能表征裂纹端点区应力应变场强度(intensity)的参量，就象应力可以作为裂纹不存在时的表征参量一样。所以如此考虑，是因为断裂的发生绝大多数都是由裂纹引起的，而断裂尤其是脆性断裂，一般就是裂纹的失稳扩展。裂纹的失稳扩展，通常由裂纹端点开始。因此，发生断裂的时机必然与裂端区应力应变场的强度有关。对于不含裂纹的物体，当某处的应力水平超过屈服应力，就要发生塑性变形；而对于含裂纹的物体，当某裂端表征应力应变场强度的参量达到临界值时，就要发生断裂。这个发生断裂的临界值很可能是材料常数，它既可表征材料抵抗断裂的性能，亦可用来衡量材料质量的优劣。

考虑含有一条宏观裂纹的构件，随着服役时间或使用次数的

增加，裂纹总是愈来愈长，如图(1-1)所示。

在工作载荷较高时，比较短的裂纹就有可能发生断裂；反过来说，在工作载荷较低时，比较长的裂纹才会带来危险。这表明表征裂端区应力应变场强度的参量与载荷大小和裂纹长短有关，甚至可能与构件的几何形状有关。依据断裂力学所提出的表征参量，此构件所具有的

储备强度(residual strength)，随着时间和裂纹长度的增长，从设计的最高强度逐渐地减少，见图(1-2)。假设在储备强度A点时，只有服役期间偶而出现一

次的最大载荷才能使构件发生断裂；而在储备强度B点时，只要正常载荷就会发生断裂。因此，从A点到B点这段期间就是危险期，在危险期中随时都有可能发生断裂。如果安排探伤检查的话，检查周期就不能超过危险期。理论上说，储备强度高于A点时，构件是安全的。问题是储备强度究竟是个什么样的参量？它与表征裂端区应力应变场强度的参量有何关系？如何计算它？如何测

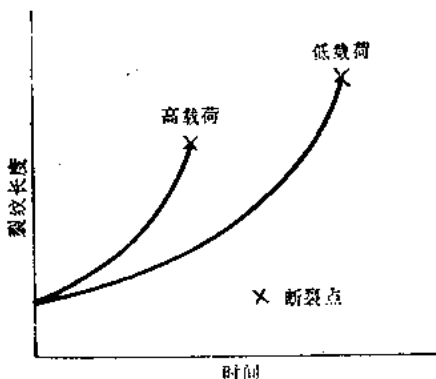


图 1-1 裂纹长度与时间的关系

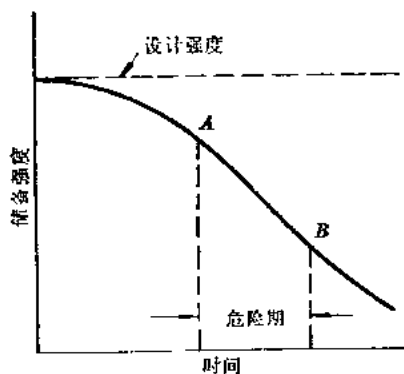


图 1-2 储备强度随时间而降低

只有服役期间偶而出现一  
次的最大载荷才能使构件发生断裂；而在储备强度B点时，只要正常载荷就会发生断裂。因此，从A点到B点这段期间就是危险期，在危险期中随时都有可能发生断裂。如果安排探伤检查的话，检查周期就不能超过危险期。理论上说，储备强度高于A点时，构件是安全的。问题是储备强度究竟是个什么样的参量？它与表征裂端区应力应变场强度的参量有何关系？如何计算它？如何测



量它？它随时间变化的规律如何？受到什么因素的影响？这一系列问题如能找到答案的话，则本节所提出的五个工程问题就有可能得到解决。断裂力学这门学科就是来解决这些问题的。

## § 1—2 脆性断裂和韧性断裂

**韧度** (toughness) 是指材料在断裂前的弹塑性变形中吸收能量的能力。它是个能量的概念，高韧度材料比较不容易断裂，在断裂前往往有大量的塑性变形。例如低强度钢，在断裂前必定伸长并颈缩，是塑性大、韧度高的金属。金、银比低强度钢更容易产生塑性变形，但是因为强度太低，因此吸收能量的能力还是不高的。玻璃和粉笔则是低韧度、低塑性材料，断裂前几乎没有变形。**脆性** (brittle) 和 **韧性** (ductile)\* 一般是相对于韧度低或韧度高而言的，而韧度的高低通常用冲击试验来测量。断裂力学发展起来后，又有断裂韧度的标准试验，这些试验方法和意义将在第七章作详细的介绍。

但有时划分脆性断裂和韧性断裂也考虑了外观的变形量和微观的断裂机制，而不是单考虑韧度高低这个因素。这三个因素有时是一致的，但也有可能是不一致的。例如图(1-3)所示的一个带



图 1-3 带环形尖锐切口的圆棒受轴向拉伸

环形尖锐切口的圆棒，受到轴向拉伸载荷的作用，在拉断时，没有明显的塑性变形，断裂面比较平坦，而且基本与轴向垂直，这

\* ductile 也被译为延性，因此，这里所谓的韧性断裂即是有些书中的延性断裂。

是典型的脆性断裂。前边提到的粉笔、玻璃、以及环氧树脂、超高强度合金等的断裂都属于这一类。反过来说，若断裂前的切口根部发生了塑性变形，剩余截面的面积缩小（即发生颈缩），断口可能呈锯齿状，这种断裂一般是韧性断裂。前边提到的低强度钢的断裂就属于韧性断裂。象金银的圆棒试样，破坏前可颈缩至一条线那样细，这种破坏是大塑性破坏，不能称为韧性断裂。同一种材料在不同的温度或不同的截面积时，也会显出不同的断裂特征。同一种材料一般是随裂纹的存在和长度的增加，以及温度降低和零构件截面积的增大，而增加脆性断裂的倾向。

从带裂纹物体的载荷——变形量关系来看，脆性断裂时的载荷与变形量一般呈线性关系，如图(1-4)。在接近最大载荷时才有很小一段非线性关系。脆性断裂的发生是比较突然的，即裂纹开始扩展的启裂点与裂纹扩展失去控制的失稳断裂点非常接近。裂纹扩展后，载荷即迅速下降，断裂过程很快就结束了。韧性断裂的载荷——变形量关系如图(1-5)所示，有较长的非线性阶段，启裂后，裂纹可以缓慢地扩展一段时间。除非变形量增到失稳断裂

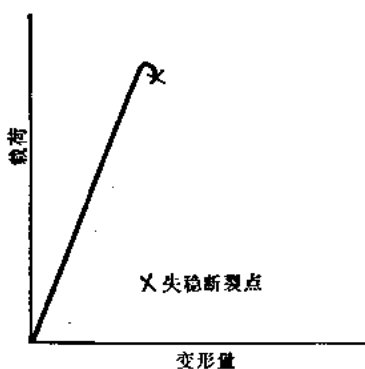


图 1-4 脆性断裂的载荷——变形量关系

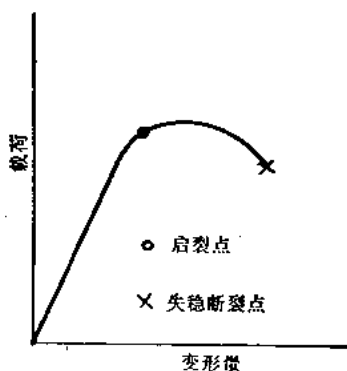


图 1-5 韧性断裂的载荷——变形量关系

点，否则就不会发生失稳断裂。对于金、银等延展性相当好的材料，受载时可以发生很大的变形，但承载能力较低，不易立即发生失稳断裂，这不属于断裂力学的范围。

断裂力学研究的对象主要是具有图(1-4)和图(1-5)两种性质的材料，尤其着重金属材料。许多用金属材料制造的零构件，当存在裂纹时，其载荷——变形量关系可以随测试温度或零构件截面积不同而不同。低温或较大截面积都可增加脆性，其规律与表现的塑性变形程度一般是一致的。线弹性断裂力学(linear elastic fracture mechanics)是线弹性力学的一门分支，它能解决具有图(1-4)关系的脆性断裂。另一方面，弹塑性断裂力学(elastic-plastic fracture mechanics)则是弹塑性力学的一门分支，它能解决具有图(1-5)关系的韧性断裂。过去三十年的发展，线弹性断裂力学的理论和工程应用已形成一套成熟、完整的体系；而弹塑性断裂力学也已接近成熟的阶段。它们在工程上的应用越来越广泛，并且取得了巨大的成功。

### 课 外 作 业

请观察并记录带有裂纹的橡皮筋、建筑用钢筋和有机玻璃的长条形试件在受拉时的载荷——变形量关系。试件一端固定，一端受拉伸。变形量是指加载点的延伸量。

### § 1—3 小 结

如果用长度的量级来划分，如图(1-6)，从原子尺寸到大型结构，都与断裂有关。在原子物理方面( $10^{-8}$ 米以下)的断裂研究比较少也比较困难。在 $10^{-8}$ 到 $10^{-4}$ 米的微观方面是属于材料科学的领域，主要是研究金相组织、夹杂物、晶相粒子、晶粒大小等等与微裂纹、裂纹扩展和断裂的关系。从 $10^{-4}$ 到 $10^0$ 米就是

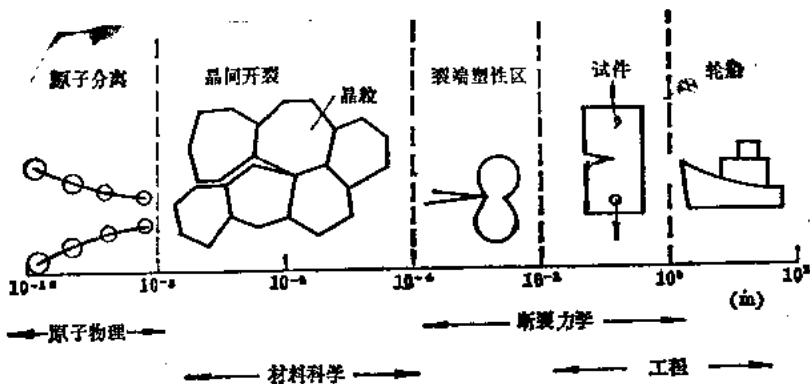


图 1-6 长度量纲与断裂有关学科的划分

断裂力学的研究范围，包括小至高强度合金的裂端塑性区，大至断裂力学实验试样。更大的尺寸就完全属于工程范围。

按照裂纹扩展速度来分，断裂力学可依静止的裂纹、亚临界裂纹扩展以及失稳扩展和止裂这三个领域来研究。亚临界裂纹扩展和断裂后失稳扩展的主要区别，在于前者不但扩展速度较慢，而且如果除去使裂纹扩展的因素（例如卸载），则裂纹扩展可以立即停止，因而零构件仍然是安全的；失稳扩展则不同，扩展速度往往高达每秒数百米以上，就是立即卸载也不一定来得及防止最后的破坏。在静止的裂纹方面，我们主要对裂纹问题作应力分析，即计算表征裂端应力场强度的参量，例如计算象应力强度因子、能量释放率这一类的力学参量。为了确定某种材料何时才发生失稳断裂，我们必须测量断裂韧度。由裂纹问题的应力分析和已知此材料的断裂韧度，就可以基本解决 §1-1 所提的第一和第二个工程问题，即计算出在某载荷下断裂时的裂纹大小。由亚临界裂纹扩展实验可以推测出此材料允许存在的微小缺陷以及零构件的寿命。材料本身的成分、冶炼、加工、热处理等因素，又影响着材料本身的机械性能，即影响着断裂韧度和亚临界裂纹扩展

速度。

从上面的论述可知，与断裂有关的学科相当广泛。本书主要是介绍与断裂力学有关的理论和工程应用，但也适当介绍材料与断裂的关系。通过本章的介绍，读者当能大略了解断裂力学的内容以及其他许多有关的问题。

### 参 考 文 献

- [1] Anderson, W. E.: *An engineer views brittle fracture history*, Boeing Report (1969).
- [2] Biggs, W. D.: *The brittle fracture of steel*, Mc Donald and Evens (1960).

## 第二章 能量守恒与断裂判据

在现代断裂力学建立以前，机械零构件是根据传统的强度理论进行设计的，不论在机械零构件的哪一部分，设计应力的水平一般都不得大于材料的屈服应力，即

$$\sigma \leq \frac{\sigma_{ys}}{n} \quad (2-1)$$

这里  $\sigma$  是设计应力； $n$  是安全系数，其值大于 1； $\sigma_{ys}$  是屈服应力，在等截面物体受到单向拉伸时， $\sigma_{ys}$  即为单向拉伸的屈服强度  $\sigma_s$ 。

要解决第一章第一节所提出的工程问题，(2-1) 式的传统设计方法是不能满足要求的。断裂力学的一大特点是，假定物体已经带有裂纹。现代断裂力学就能对此带裂纹物体的裂纹端点区进行应力应变分析，从而得到表征裂端区应力应变场强度的参量。然而，在本世纪五十年代以前，可用来进行裂端区的应力应变分析的手段尚不成熟。本章介绍的是在现代断裂力学发展以前，科学家根据能量守恒定律而建立的断裂判据，相对于现代断裂力学，这可称为经典的断裂理论。

### § 2—1 Griffith 能量释放观点

Griffith 是本世纪二十年代英国著名的科学家，他在断裂物理方面有相当大的贡献，其中最大的贡献要算提出了能量释放 (energy release) 的观点，以及根据这个观点而建立的断裂判据。本节要介绍的是根据 Griffith 观点而发展起来的弹性能释放理论。此理论在现代断裂力学中仍占有相当重要的地位。

为了说明方便起见，考虑图(2-1)的 Griffith 裂纹问题(即无限大平板带有穿透板厚的中心裂纹，且受到无穷远处的单向均匀拉伸的裂纹问题)，以及图(2-2)的矩形平板带有单边裂纹

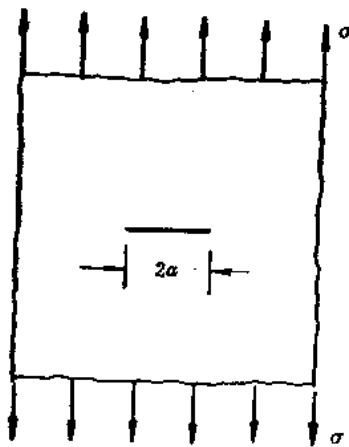


图 2-1 Griffith 裂纹

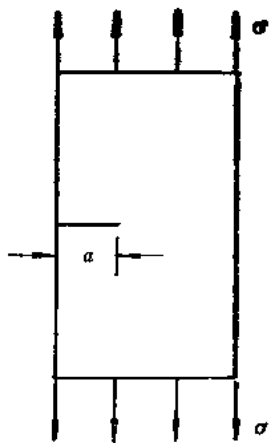


图 2-2 带有单边裂纹的矩形板  
受到单向均匀拉伸

(single edge crack)的问题。设两平板的厚度均为  $B$ ，Griffith 裂纹长度为  $2a$ ，单边裂纹的长度为  $a$ 。由于对称关系，现在只考虑图(2-1)中右边的裂纹端点。在拉伸应力的作用下，此裂纹端点是向正前方扩展的。根据 Griffith 能量释放观点，在裂纹扩展的过程中，能量在裂端区释放出来，此释放出来的能量将用来形成新的裂纹面积。因此，定义裂端的能量释放率(energy release rate)如下：能量释放率是指裂纹由某一端点向前扩展一个单位长度时，平板每单位厚度所释放出来的能量。为了纪念 Griffith 的功绩，用其姓的第一个字母  $G$  来代表能量释放率。由定义可知， $G$  具有能量的概念。其国际制单位(SI 单位制)一般用“百万牛顿/米”(MN/m)。

材料本身是具有抵抗裂纹扩展的能力的，因此只有当拉伸应力足够大时，裂纹才有可能扩展。此抵抗裂纹扩展的能力可以用表面自由能 (surface free energy) 来度量。表面自由能定义为材料每形成单位裂纹面积所需的能量，其量纲与能量释放率  $G$  相同。若只考虑脆性断裂，则裂端区的塑性变形可以忽略不计。因此，在准静态的情形下，裂纹扩展时，裂端区所释放出来的能量全部用来形成新的裂纹面积。换句话说，根据能量守恒定律，裂纹发生扩展的必要条件是裂端区要释放的能量等于形成裂纹面积所需的能量。对图 (2-1) 和 (2-2)，设每个裂端的裂纹扩展量为  $\Delta a$ ，则由能量守恒定律有

$$G(B\Delta a) = \gamma_s(2B\Delta a) \quad (2-2)$$

这里  $\gamma_s$  是表面自由能。等号右边括号内的  $2B\Delta a$  刚好是裂纹新增的面积 (因为裂纹有上下两个表面)。约去  $B\Delta a$  后，(2-2) 式可改写成

$$G = 2\gamma_s \quad (2-3)$$

(2-3) 式就是著名的 Griffith 断裂判据。Griffith 假定  $\gamma_s$  为一材料常数，剩下的问题就是如何计算带裂纹物体裂端的能量释放率  $G$ 。若此  $G$  值大于或等于  $2\gamma_s$ ，就会发生断裂；若小于  $2\gamma_s$ ，则不发生断裂，此时  $G$  值仅代表裂纹是否会发生扩展的一种倾向能力，裂端并没有真的释放出能量。

现在考虑的是带有裂纹的弹性体，在拉伸载荷作用下，若裂纹仍然维持静止，则此弹性体所储存的总应变能  $U$  要比在没有裂纹时所储存的总应变能  $U_0$  大，两者之差用  $U_1$  表示。可以说  $U_1$  是裂纹存在而附加的应变能。假想裂纹发生了准静态扩展 (或称拟扩展)，裂端所释放的能量是由总应变能的一部分转化过来的，因此，比较裂纹扩展前后的总应变能就可以得到能量释放率。对图 (2-2) 的单边裂纹，设扩展量为  $\Delta a$  时的总应变能为  $U(a + \Delta a)$ ，扩展前的总应变能为  $U(a)$ ，则根据能量守恒定律和能量释放率的



定义, 可得

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{B} \frac{U(a+\Delta a) - U(a)}{(a+\Delta a) - a}$$

即 
$$G = \frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a} \quad \text{单边裂纹} \quad (2-4)$$

同理, 对图(2-1)的 Griffith 裂纹, 由于对称关系, 系统所释放的能量将均等地分配到两个裂端, 使每个裂端的裂纹扩展量为  $\Delta a$ 。因此, 裂纹两端将具有相同的能量释放率, 其表达式将为(2-4)式的一半, 即

$$G = \frac{1}{2B} \frac{\partial U}{\partial a} \quad \text{对称中心裂纹} \quad (2-5)$$

必须注意, 图(2-1)和(2-2)中, 单边裂纹的长度是  $a$ , Griffith 裂纹的长度则是  $2a$ 。若裂纹具有不对称的两个裂端, 则两裂端的能量释放率一般是不相等的。

由于没有裂纹时的总应变能  $U_0$  与裂纹长度无关, 故(2-4)和(2-5)两式可改写成

$$G = \begin{cases} \frac{1}{B} \frac{\partial U_1}{\partial a} & \text{单边裂纹} \\ \frac{1}{2B} \frac{\partial U_1}{\partial a} & \text{对称中心裂纹} \end{cases} \quad (2-6)$$

由(2-4)、(2-5)和(2-6)三式可知, 要得到能量释放率  $G$ , 必须先算出  $U$  或  $U_1$ , 而在 Griffith 的时代, 要进行这样的计算却很不容易办到。Griffith 所能找到的算例是, 受到单向均匀拉伸的无限大平板, 带有穿透板厚的中心裂纹问题。于是, 此裂纹问题就以 Griffith 裂纹命名。Griffith 利用 Inglis 的无限大平板带有椭圆孔的弹性解析解\*, 得到了因裂纹存在而附加的应变能  $U_1$ , 其表达式为

\* 当椭圆孔的短轴趋近于零, 而单向均匀拉伸应力的方向又与椭圆的长轴垂直时, Inglis 问题就成为 Griffith 裂纹问题。