

MATLAB
仿真应用详解

MATLAB

仿真应用详解

范影乐 杨胜天 李轶 编著

MATLAB

人民邮电出版社
www.pptph.com.cn

MATLAB 仿真应用详解

范影乐 杨胜天 李 轶 编著

人民邮电出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

MATLAB 仿真应用详解/范影乐等编著.—北京:人民邮电出版社,2001.7

ISBN 7-115-09361-X

I.M... II.范... III.计算机辅助计算—软件包, MATLAB IV.TP391.75

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 032916 号

内 容 简 介

本书是一本深入细致地介绍 MATLAB 的仿真应用的书籍,它依据最新的 MATLAB6.0 写成,但也兼顾了使用 MATLAB5.3 的读者。它在介绍计算机仿真的基本概念和基本方法的基础上,概括地介绍了 MATLAB 语言的基本特点和编程技巧,并通过大量的例子,着重讲解动态系统建模工具 Simulink 的使用和建模技巧,特别是 Simulink 扩展工具 S-函数的编写方法以及用 RTW 生成实时单机代码。

本书内容详尽,讲解深入,可作为大专院校师生和科研工程人员学习、工作中的参考书;对那些想用 Simulink 对动态系统进行建模的读者,本书具有更大的帮助作用。

MATLAB 仿真应用详解

◆ 编 著 范影乐 杨胜天 李 轶
责任编辑 孙宇昊

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编 100061 电子函件 315@pptph.com.cn
网址 <http://www.pptph.com.cn>
读者热线 010-67129212 010-67129211(传真)
北京汉魂图文设计有限公司制作
北京顺义振华印刷厂印刷
新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本:787×1092 1/16
印张:22.25
字数:540 千字 2001 年 7 月第 1 版
印数:1-5 000 册 2001 年 7 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-115-09361-X/TN·1730

定价:35.00 元

本书如有印装质量问题,请与本社联系 电话:(010)67129223

前 言

这是一本介绍 MATLAB 仿真应用的参考书，适合于使用 MATLAB 或正在打算使用 MATLAB 的读者，尤其是那些想使用 Simulink 对动态系统建模的读者。

MATLAB 是一种面向科学与工程计算的高级语言，它集科学计算、自动控制、信号处理、神经网络和图像处理等学科的处理功能于一体，具有极高的编程效率。MATLAB 是一个高度集成的系统，MATLAB 提供的 Simulink 是一个用来对动态系统进行建模、仿真和分析的软件包，它支持线性和非线性系统，能够在连续时间域、离散时间域或者两者的混合时间域里进行建模，它同样支持具有多种采样速率的系统。在过去几年里，Simulink 已经成为教学和工业应用中对动态系统进行建模时使用得最为广泛的软件包。

MATLAB 的最新版本是 MATLAB6.0，对应的 Simulink 版本是 4.0，这也是本书编写所依据的版本。由于 MATLAB6.0 对用户的计算机配置要求比较高，所以有些用户仍然在使用 MATLAB5.3。本书同时也兼顾了这部分读者的需求，书中的大部分内容，在两种版本下都是适用的，对于两种版本区别较大的地方，本书都分别进行了说明。

全书共分为 10 章，各章的基本内容为：

第一章简要介绍了计算机仿真的基本概念和基本方法。第二章概括地介绍了 MATLAB 语言的基本特点和编程技巧，并以大量的例子向读者展示如何用 MATLAB 实现静态仿真。

第三章至第八章则全面细致地介绍了 Simulink 的使用。其中，第三章提供了使用 Simulink 建模的入门知识。第四章详细讲解了 Simulink 的建模技巧，包括建立子系统、封装子系统和建立条件执行模块等。第五章介绍了一些 Simulink 比较深入的主题，通过本章，读者可以了解 Simulink 工作原理及其他知识。第六章介绍如何为仿真模型设置参数和分析仿真的结果。Simulink 和其他高级语言一样也提供了调试工具，它的使用方法是第七章的主题。第八章给出了部分模块的使用参考，读者可以获得这些模块的详尽信息。

第九章系统全面讲解了如何使用 S-函数对 Simulink 进行扩展。它将教会读者如何用 M 语言、C 语言和 C++ 编写 S-函数。

第十章简要讲解了如何使用 Real-Time Workshop 软件包。经过这一章的学习，读者可以学到如何从 Simulink 模型中生成可单机运行的实时代码，如何建立外部模式等知识。

最后给出了一个 MATLAB 常用函数的附录，它依据 MATLAB6.0 整理而成。

本书的编写得到了汪小平的大力支持，在此表示衷心的感谢。

由于时间紧迫，加上作者水平有限，书中难免有遗漏、错误与不当之处，敬请读者批评指正。

作者

2001 年 3 月

目 录

第一章 计算机仿真概论	1
1.1 计算机仿真基本概念	1
1.1.1 什么是计算机仿真	1
1.1.2 计算机仿真模型与方法	2
1.1.3 计算机仿真的步骤	3
1.2 一个实例——报童问题仿真	5
1.3 随机变量的产生	8
1.3.1 均匀分布随机数的产生	8
1.3.2 随机变量的产生	8
1.4 输入数据的分析	11
1.5 离散系统仿真	14
1.5.1 离散系统概述	14
1.5.2 离散系统仿真的基本方法	16
第二章 用 MATLAB 实现静态仿真	19
2.1 MATLAB 基础	19
2.1.1 为什么选用 MATLAB	19
2.1.2 MATLAB 基本特性	22
2.1.3 MATLAB 的三种执行方式	24
2.1.4 MATLAB 里的函数	28
2.1.5 MATLAB 里的矩阵（数组）运算	30
2.1.6 MATLAB 里的程序设计	38
2.1.7 使用 MATLAB 在线帮助	40
2.2 仿真应用：输入数据分析	43
2.2.1 随机变量的产生	43
2.2.2 输入数据的分析	47
2.3 仿真应用之输出分析	54
2.3.1 图形函数	54
2.3.2 曲线拟合与插值	59
2.4 仿真应用实例	63
2.4.1 二进制通信系统的蒙特卡罗仿真	64
2.4.2 排队系统仿真	67

第三章 Simulink 入门	75
3.1 Simulink 简介	75
3.1.1 什么是 Simulink	75
3.1.2 Simulink 模型特点	77
3.2 创建一个简单的模型	80
3.3 熟悉 Simulink 模型窗口	83
3.4 键盘和鼠标操作总览	88
3.5 模块库简介	90
第四章 Simulink 详解	95
4.1 Simulink 的模块和模块库	95
4.1.1 Simulink 里的模块	95
4.1.2 Simulink 的模块库	99
4.2 模拟方程	103
4.3 Simulink 里的数据类型	106
4.3.1 Simulink 支持的数据类型	106
4.3.2 数据类型传播	108
4.3.3 在模型里使用复数信号	109
4.4 建立子系统	110
4.4.1 建立子系统	110
4.4.2 用子系统来自定义库	112
4.5 封装子系统	114
4.5.1 子系统封装示例	114
4.5.2 initialization 页	117
4.5.3 icon 页 (图标页)	122
4.5.4 documentation 页	126
4.5.5 为封装的模块建立动态对话框	127
4.6 建立条件子系统	129
4.6.1 使能子系统	129
4.6.2 触发子系统	131
4.6.3 触发使能子系统	132
第五章 深入理解 Simulink	135
5.1 Simulink 如何工作	135
5.1.1 基本模型	135
5.1.2 进行仿真	136
5.1.3 过零检测	138

5.2	代数环	141
5.2.1	直接馈入环路 (direct feedthrough)——代数环	141
5.2.2	非代数直接馈入环路	143
5.3	离散时间系统	144
5.4	使用回调函数	148
5.4.1	回调函数基本概念	148
5.4.2	回调函数示例	152
5.5	模型文件格式	154
第六章	仿真运行和结果分析	167
6.1	使用菜单命令运行仿真	167
6.2	仿真参数对话框	168
6.2.1	Solver 页	169
6.2.2	Workspace I/O 页	174
6.2.3	Diagnostics 页	180
6.2.4	Advanced 页	182
6.3	改善仿真的性能和精确度	183
6.3.1	加速仿真	183
6.3.2	改善仿真的精度	184
6.4	从命令行运行仿真	184
6.4.1	使用 sim 命令	184
6.4.2	使用 set_param 命令	185
6.5	分析仿真结果	186
6.5.1	观看输出结果的轨迹	186
6.5.2	线性化	188
6.5.3	平衡点的分析	191
第七章	Simulink 调试器	197
7.1	使用调试器	197
7.2	增量运行模型	200
7.3	设置断点	202
7.3.1	非条件中断	202
7.3.2	条件中断	204
7.4	显示仿真有关的信息	205
7.4.1	显示模块的输入输出 I/O	206
7.4.2	显示代数环信息	209
7.4.3	显示系统状态	209
7.4.4	显示积分信息	210
7.5	显示模型的信息	210

7.6	Simulink4.0 的图形调试工具	213
7.7	调试命令使用参考	215
第八章	模块使用参考	223
第九章	用 S-函数扩展 Simulink	257
9.1	S-函数综述	257
9.1.1	什么是 S-函数	257
9.1.2	S-函数如何工作	260
9.1.3	M 文件和 C MEX 文件 S-函数综述	262
9.1.4	S-函数概念	263
9.2	建立 M 文件 S-函数	265
9.2.1	如何使用模板	265
9.2.2	定义 S-函数的初始信息	268
9.2.3	输入和输出参量说明	270
9.2.4	M 文件 S-函数的几个示例	271
9.3	C MEX S-函数简介	282
9.3.1	介绍	282
9.3.2	编写基本的 C MEX S-函数	283
9.3.3	建立更复杂的 C MEX S-函数	289
9.4	建立 C++ S-函数	291
9.4.1	源文件格式	292
9.4.2	建立永久 C++ 对象	295
第十章	使用 Real-Time Workshop	297
10.1	Real-Time Workshop 综述	297
10.1.1	Real-Time Workshop 能做什么	297
10.1.2	使用前的准备工作	298
10.1.3	RTW 中的基本概念	299
10.2	生成普通的实时程序	301
10.2.1	Simulink 模型	301
10.2.2	生成实时代码	302
10.2.3	代码验证	307
10.3	代码生成和建立过程	310
10.3.1	自动程序建立	310
10.3.2	Real-Time Workshop 用户界面	311
10.4	外部模式	316
10.4.1	介绍	316
10.4.2	使用 grt (普通实时目标) 的外部模式入门	317

10.4.3	外部模式 GUI	320
10.4.4	外部模式的 TCP/IP 实现	324
10.5	RTW 代码库	325
10.5.1	Custom Code Library (自定义代码库)	325
10.5.2	使用自定义代码模块示例	327
附录	MATLAB 函数参考	331
参考文献	345

第一章 计算机仿真概论

1.1 计算机仿真基本概念

1.1.1 什么是计算机仿真

1. 仿真的定义

仿真的基本思想是利用物理的或数学的模型来类比模仿现实过程，以寻求过程和规律。它的基础是相似现象，相似性一般表现为两类：几何相似性和数学相似性。当两个系统的数学方程相似，只是符号变换或物理含义不同时，这两个系统被称为“数学同构”。事实上，相似性是一个含义比较广的概念，既有几何形状的相似，结构的相似，功能的相似，还有机理和联想的相似，后者尤其是创造性的源泉。

仿真的方法可以分为三类：

(1) 实物仿真。它是对实际行为和过程进行仿真，早期的仿真大多属于这一类。物理仿真的优点是直观、形象，至今在航天、建筑、船舶和汽车等许多工业系统的实验研究中心仍然可以见到。比如：用沙盘仿真作战，利用风洞对导弹或飞机的模型进行空气动力学实验、用图纸和模型模拟建筑群等都是物理仿真。但是要为系统构造一套物理模型，不是一件简单的事，尤其是十分复杂的系统，将耗费很大的投资，周期也很长。此外，在物理模型上做实验，很难改变系统参数，改变系统结构也比较困难。至于复杂的社会、经济系统和生态系统就更无法用实物来做实验了。

(2) 数学仿真。就是用数学的语言、方法去近似地刻画实际问题，这种刻画的数学表述就是一个数学模型。从某种意义上，欧几里德几何、牛顿运动定律和微积分都是对客观世界的数学仿真。数学仿真把研究对象（系统）的主要特征或输入、输出关系抽象成一种数学表达式来进行研究。数学模型可分为：

- 解析模型（用公式、方程反映系统过程）；
- 统计模型（蒙特卡罗方法）；
- 表上作业演练模型。

然而数学仿真也面临一些问题，主要表现在以下几个方面：

- 现实问题可能无法用数学模型来表达，即刻画实际问题的表达式不存在或找不到；
- 找到的数学模型由于太复杂而无法求解；
- 求出的解不正确，可能是由模型的不正确或过多的简化近似导致的。

(3) 混合仿真。又称为数学-物理仿真，或半实物仿真，就是把物理模型和数学模型以及实物联合在一起进行实验的一种方法，这样往往可以获得比较好的结果。

2. 计算机仿真

计算机仿真也称为计算机模拟，就是利用计算机对所研究系统的结构、功能和行为以及参与系统控制的主动者——人的思维过程和行为，进行动态性的比较和模仿，利用建立的仿真模型对系统进行研究和分析，并可系统过程演示出来。

自 20 世纪 40 年代以来，用计算机方法去研究系统的特性成为科学发展的时尚。在计算机上对构成的系统模型进行试验，为模型的建立和实验提供了巨大灵活性和方便性。利用计算机，使得数学模型的求解变得更加方便、快捷和精确，能解决的问题的领域也大大扩展了。计算机仿真特别适合于解决那些规模大，难以解析化以及不确定的系统。

1.1.2 计算机仿真模型与方法

1. 系统

系统是指相互联系又相互作用的元素之间的有机组合。这里所指的系统是广义的，它包含所有的工程系统和非工程系统。电气、机械和通信系统都是工程系统，而经济、交通、管理和生物系统等都是非工程系统。

任何系统都存在三方面需要研究的内容：即实体、属性和活动。

实体：组成系统的具体对象。

属性：实体的特性（状态和参数）。

活动：对象随时间推移而发生的状态变化。

对于工厂系统而言（图 1-1），系统的实体是工厂的部门、定单和产品；它的属性是部门类型、定单数量和各部门的设备数量；它的活动则是各个部门的计划、采购、装配和销售过程。

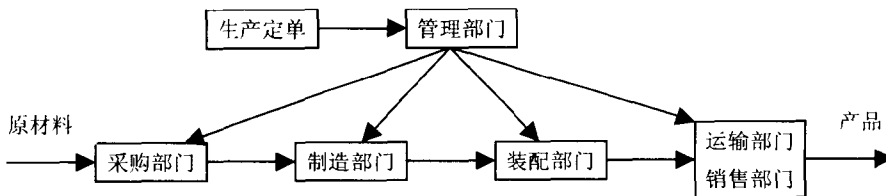


图 1-1 工厂系统组成

由于组成系统的实体之间相互作用而引起实体属性的变化，通常用“状态”的概念来描述。研究系统就是研究系统状态的改变，即系统的转变。

系统研究除了研究系统的实体、属性和活动之外，还应研究系统的环境。环境是指对系统的活动结果产生影响的外界因素。自然界的一切事物都存在着相互联系和相互影响，而系统是在外界因素不断变化的环境中演变发展的，因此，环境因素是必须考虑的。对开放的非工程系统更是如此。

系统与环境的边界往往不易确定，它们随研究的目的而异。例如：工厂系统的订货问题既可以将其视为环境对生产产生的影响，也可以将定货看作纳入系统内的活动。

系统研究包括系统分析、系统综合及系统预测等三个方面。

系统具有以下四个主要特性：

(1) 目的性。即设计和运行某一系统是为了实现一定的目的，它包括两个相互紧密联系

的含义，即实现某些特定功能和系统优化。

(2) 集合性。系统的各个组成部分（元素或子系统）之间具有一定的独立性，但它们同时构成一个有机整体。

(3) 相关性。组成系统的子系统间相互联系，相互作用，某一子系统的输入则是与之相联系的前一子系统的输出。为使系统正常运行各子系统间存在一定的逻辑关系。

(4) 环境适应性。任何系统都有确定的边界和环境，系统从外部环境接受输入（包括正常输入和随机干扰），经过系统转换再向外部环境产生输出。由于外部环境是变化的，为了使系统优化，系统生存必须进行相应调节使之适应环境的变化。

2. 模型

模型是对现实系统有关结构信息和行为的某种形式的描述。这种描述是对那些有用的和令人感兴趣的特性的抽象化与简化。模型在所研究系统的某一侧面具有与系统相似的数学描述或物理描述。

模型建立的任务是要确定模型的结构和参数。建立模型有三种途径：

(1) 对内部结构和特性清楚的系统，即所谓的白箱（多数的工程系统都属于这一类），可以利用已知的一些基本规律，经过分析和演绎导出系统模型。

(2) 对那些系统结构和特性不清楚或不很清楚的系统，即所谓的黑箱或灰箱，如果允许直接进行试验性观测，则可以先猜想模型再通过试验验证和修正之。

(3) 对那些系统结构和特性不清楚或不很清楚但又不允许直接实验观测的系统（非工程系统多属于这一类），则采用数据收集和统计归纳的方法来假设模型。

在选择模型结构时，要以方便达到模型研究的目的为前提。通常遵循下述原则：

(1) 相似性。即模型与被研究系统具有相似的数学描述或物理特征。相似原则是选择模型最重要的原则。

(2) 简单性。一般而言，在实用的前提下，模型越简单越好。

(3) 切题性。模型应该针对研究目的的有关方面，而不是一切方面。

(4) 吻合性。模型结构的选择，应尽可能对利用的数据作合理的描述，通常其实验数据应尽可能由模型来解释。

(5) 综合精度。它是模型框架、结构和参数集合的一种指标。若有限的信息限制了模型的精度，则应进行各方面精度的平衡和折中。

(6) 可辨识性。模型结构必须选择可辨识的形式。若一个结构具有无法估计的参数，则此结构无实用价值。

1.1.3 计算机仿真的步骤

计算机仿真，概括地说是一个“建模—实验—分析”的过程，即仿真不单纯是对模型的实验，还包括从建模到实验再到分析的全过程。因此进行一次完整的计算机仿真有以下步骤：

(1) 列举并列项目

每一项研究都应从说明问题开始，问题由决策者提供，或由熟悉问题的分析者提供。

(2) 设置目标及完整的项目计划

目标表示仿真要回答的问题、系统方案的说明。项目计划包括人数、研究费用以及每一阶段工作所需时间。

(3) 建立模型和收集数据

模型和实际系统没有必要一一对应，只需描述实际系统的本质。因此，最好从简单的模型开始，然后建立更复杂的模型。

(4) 编制程序和验证

利用数学公式、逻辑公式和算法等来表示实际系统的内部状态和输入/输出的关系。建模者必须决定是采用通用语言如 FORTRAN、C 还是专用仿真语言来编制程序。在本书中，我们的选择是 MATLAB 和其动态仿真工具 Simulink，在以下的章节中，我们会逐步展示使用 MATLAB 的好处。

(5) 确认

确认指确定模型是否精确地代表实际系统。它不是一次完成，而是比较模型和实际系统特性的差异，不断对模型进行校正的迭代过程。

(6) 实验设计

确定仿真的方案、初始化周期的长度、仿真运行的长度以及每次运行的重复次数。

(7) 生产性运行和分析

通常用于估计被仿真系统设计的性能量度。利用理论定性分析、经验定性分析或系统历史数据定量分析来检验模型的正确性，利用灵敏度分析等手段来检验模型的稳定性。

(8) 文件清单和报表结果

(9) 实现

图 1-2 是整个计算机仿真的程序图。

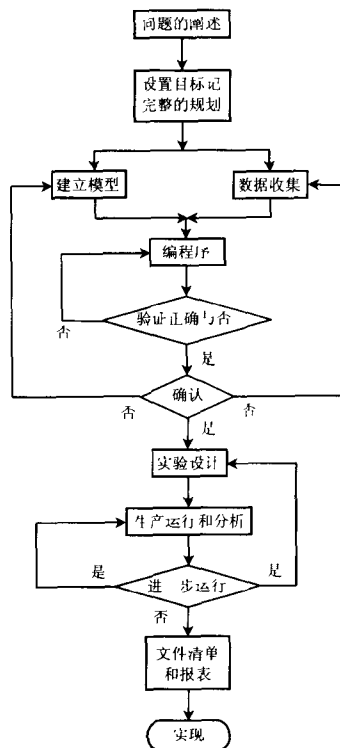


图 1-2 计算机仿真程序流程图

1.2 一个实例——报童问题仿真

报童问题是一个古典的概率统计分析问题，虽然问题本身并不复杂，但作为一个演示实例，可以反映出计算机仿真的很多特征。

1. 报童问题

一报童从报刊发行中心定报后零售，每卖一份报纸可赚钱 a 元，若定报后卖不出去，则可再退回发行处，此时每退一份报要赔钱 b 元。虽然每天卖出报的份数是随机的，但报童可根据以往卖报情况的统计来获得每天卖 k 份的概率 $p(k)$ ，试求报童每天期望受益达到最大的定报量 z' 。

2. 数学模型

设报童每天订报 z 份，而报纸每天卖出 y 份，我们假设 y 的分布为

$$p(y=k) = p_k \quad k=0, 1, 2, \dots$$

考虑到报童每天的损失有如下两种情形。

(1) 供过于求。因退货造成的平均损失为：

$$c_1 = b \sum_{k=0}^{\infty} (z-k) p_k$$

(2) 供不应求。因缺货造成的平均损失为：

$$c_2 = a \sum_{k=z+1}^{\infty} (k-z) p_k$$

所以，每天的期望损失费（也可以从总收益的角度来考虑）为

$$C(z) = c_1 + c_2$$

现在我们的目标是求出使得每天期望损失最小的定报量，换言之，就是使报童的每天期望总收益达到最大。写成一个目标函数的形式

$$z' = C_{\min}^{-1}(z)$$

约束条件如 z 的取值范围，要受到报童的资本多少的影响。

只有在特殊的概率分布情况下，我们才可以推导出 $C(z)$ 的解析形式，并通过求极值的方法来求解。但在实际的应用中，这样的思路往往是行不通的。可以通过枚举所有可能的订报量，求出对应的平均损失，进行比较求出满足条件的 z ，这里搜索域通常是有限的。上面说的就是一个比较简单的计算机仿真方法。

3. 报童问题的计算机仿真

对于给定每一订报量 Z 值，利用离散随机变量采样算法产生给定分布的随机数 R ，用来表示报童当天卖出的报纸数，从而可以计算出一天的损失以及一个阶段的平均损失。这里比较关键的一点是如何产生服从给定分布的随机变量，这个内容在本章的第二节会有详尽的介

绍。而且在实际的应用中，分布并非总是给定了的，需要我们收集数据，并从中辨识分布，进行参数估计，这部分的知识将在本章的第三节讨论。图 1-3 是根据上述思路设计出的仿真流程图。

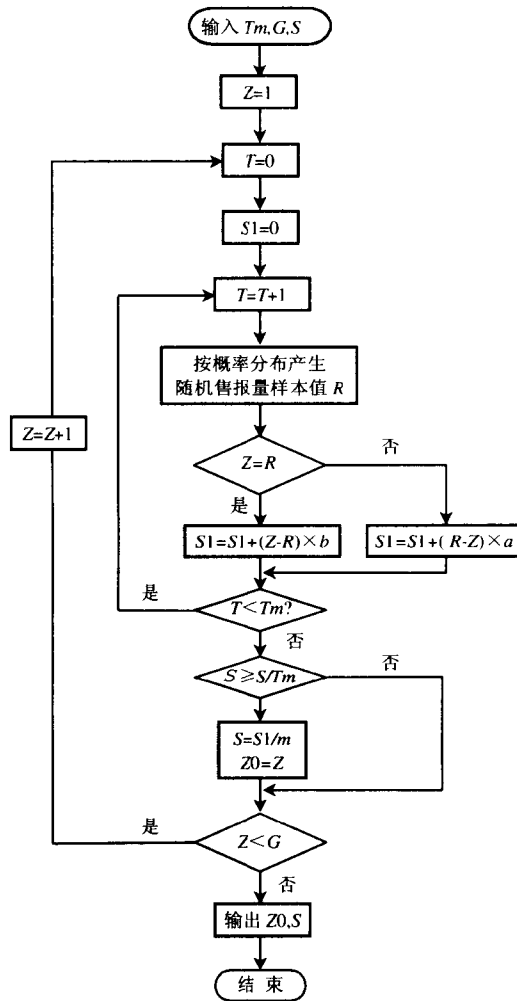


图 1-3 报童问题计算机仿真流程图

其中各变量含义如下：

T_m ——一轮试验的预定模拟天数

T ——一轮实验的仿真天数累计值

Z ——订报量

Z' ——最优订报量

G ——定报量 Z 之上界

S_1 ——损失值之累计值

S ——最小损失值

这里， a 和 b 是这个问题的两个参数。

4. 计算机仿真程序

根据图 1-3 所示框图，我们不难写出报童问题的仿真程序，其 MATLAB 源码附在下面，供读者参考。如何用 MATLAB 来编写仿真程序，不是这一章的重点。

```

function [superz,supers]=baotong (tm,g,a,b)
z=1;
supers=1000;
while z<g
    % r=poissondis (5,1,tm) ;
    r = round (2*randn (1,tm) +5) ;
        % 产生均匀分布随机数

    t = 1;
    s = 0;
    dv = z>r;
    s = sum (((z-r)*b).*dv);
    s=s+sum(((r-z)*a).*(1-dv));
    aver_s = s/tm;
    if supers >= aver_s;
        supers = aver_s;
        superz = z;
    end;
    z = z+1;
end;

```

上面的代码，是在均匀分布的假设下编写的，对于其他的分布，读者只要用相应的随机数发生器进行替换即可，本章的第二节将会介绍生成不同分布的随机数的方法，而在第二章则会讨论如何在 MATLAB 里产生随机数。

5. 仿真结果和输出数据分析

在分布为均匀分布，参数 $a=0.2$ ， $b=0.4$ 的条件下，在 MATLAB 命令窗口运行仿真程序就可以得出仿真的结果。例如

```

>> [z, s]=baotong (5,10,0.2,0.4)
z =
    4
s =
    0.2400

```

此外，我们还可以改变参数 a 、 b 的值，观察相应最优值的变化，用 MATLAB 可以很方便的画出 $C-a$ 、 $C-b$ 的变化曲线。

6. 报童问题模拟系统的推广和应用

报童仿真问题的改进推广和应用可以有以下几个方面：

(1) 求每天的卖出报数服从任意分布的情况下，使报童收益最大意义下的最优订报量 Z' ；

- (2) 对报纸总发行量进行测算;
- (3) 适当修改仿真系统, 可将其用于企业的订货和库存策略研究。

1.3 随机变量的产生

计算机仿真能够成功的关键是在计算机上实现真正的随机采样, 而随机采样产生的基础是随机数。例如我们前面所举的报童问题的仿真以及本书后面将要提到的实例, 服从给定分布的随机数的产生都是很重要的问题。

这一节假定分布函数已经确定, 而主要介绍产生具有这种分布的随机变量的方法。这些方法的基础是独立均匀分布 $U(0,1)$ 的随机源, 在 MATLAB 中提供了产生 $U(0,1)$ 分布的随机数的函数。此外, 它还提供了产生各种分布随机数的函数, 如正态分布和泊松分布等等。这些函数的使用方法我们在第二章详细介绍, 这里我们把注意力放在它们的生成原理上。

1.3.1 均匀分布随机数的产生

随机数的产生较为复杂, 它的研究涉及抽象的代数和数论以及系统程序设计和计算机硬件工程等多种学科。

现在应用的大多数随机数发生器是各种同余发生器, 它由 Lehmer 在 1951 年提出, 根据下面的递推公式产生 0 到 $m-1$ 之间的整数序列 X_1, X_2, X_3, \dots

$$X_{i+1} = (aX_i + c) \bmod m$$

在上式中, c 不为 0 时, 这种方法就是混合同余法; c 为 0 则是乘同余法。由于新近对混合同余法所期望的性能改善没有得到明确的证明, 所以今天所使用线性同余发生器都是性质被研究得比较透彻的乘同余法。对于二进制机器, 可以按以下规则选择 a 和 m :

(1) 取 $m = 2^j$, j 是某个整数, 一般 m 选择在机器所能表示的数的范围内。由于上式生成的伪随机序列的周期为 $m/4$, 所以选择时应使这个周期值大于仿真实验的持续期。

(2) a 一般取与 $a \approx 2^{p/2}$ 最接近而又满足 $a = 8K + 3$ 的整数, 其中 K 为任意整数, p 为机器字长。

例如, 希望产生一个 8000 个数的序列 (最小单位为 1), 那么根据法则 (1), m 应接近 32000, 如果机器字长为 16, 则可以选择 $m = 2^{15}$, 再根据法则 (2), $a \approx 2^8$, 与此最接近的满足条件的数是 181, 即 a 取 181。

用上面方法产生的伪随机数基本上符合均匀分布的统计特性, 其均值为 $m/2$, 方差为 $m^2/12$ 。为了得到 0 到 1 之间的随机数, 取 X_i/m ($i=0,1,\dots$)。

1.3.2 随机变量的产生

几乎所有产生随机变量的方法都可以按照它们的理论基础推导出来。

1. 反函数法

反函数是一种被广泛应用、产生服从给定分布的随机变量的方法。它的理论基础是概率积分变换原理, 其叙述如下: 设 X 是一个在 0 到 1 间均匀分布的随机变量 $U(0,1)$, 其采样