

数 学
及其
应用文集

Proceedings of Mathematics
and Its Application

主 编 曹炳元

名誉顾问 汪 浩

中 国 气 象 出 版 社

数学及其应用文集

主 编 曹炳元

名誉顾问 汪 浩

气象出版社

(京)新登字046号

内 容 简 介

本书征集了我国学者近年来在纯粹数学和应用数学方面的科研论文,由汪浩教授任名誉顾问,曹炳元主编。

全书以模糊数学论文为主,并收集了数学其它分支(尤其是新兴边缘学科)的学术、教研论文,研究报告和在工农、医学、环保、科教等领域的应用成果。内容翔实,信息量大,覆盖面广,不失为广大科技工作者和大专院校师生的一本有价值的参考书。

数学及其应用文集

曹炳元 主编

责任编辑:李义玲 终审:曾晓梅

封面设计:曹炳元 王遂生 责任技编:刘 舞 责任校对:周诗书

气象出版社出版发行

(北京海淀区白石桥路46号100081)

长沙电力学院印刷厂印刷

• • •

开本: 787×1092 1/16 印张: 16.5 字数: 391千字

1995年10月第1版 1995年10月第1次印刷

ISBN 7-5029-2049-8/G·0617

定价: 24.80元

前 言

数学——一直被人们誉为科学的皇冠。在向科学各领域进军，在新技术革命的今天，数学更显示了强大的生命力和渗透力。数学的科学地位更是发生了巨大变化。国内外有些专家认为：应把数学学科提高为数学科学与自然科学、社会科学并列为基础科学的三大领域；众多有识之士都将运用数学观念定量思维作为衡量民族文化素质的一个标志和提高民族文化水准的重要途径；高技术本质上是数学技术的观念已日益为人们所共识；科学计算已和理论、实践并列成为科学研究的三大支柱。

数学应用的范围急剧扩展，它不仅更广泛地应用于自然科学和工程技术，而且已渗透到了诸如生命科学，经济与社会科学领域，大量实用的新兴的数学方法正在被有效地用于科学研究、工农业生产、行政管理甚至人们的日常生活。

模糊数学异军突起，在理论研究和应用方面更是捷报频传。目前，模糊数学和系统的研究锋芒直指模糊信息处理这一当前信息革命的新一代计算机发展的核心。为了促进学术交流，经全国模糊数学和系统学会同意，1991年7月重新组建了中南模糊数学和系统分会，挂靠在长沙水电师院并由该院数学系筹备召开了“中南模糊数学和系统成果会”（湖南大庸），现定为第一届年会。编辑出版了《模糊数学和系统成果会论文集》，由曹炳元主编，湖南科技出版社出版。国际著名杂志《Fuzzy Sets and Systems》（Vol.45, 1992年，PP400）；国际四大权威检索杂志之一《SCI》（March-April, 2D, 1992年，PP956），对会议和该文集分别作了报道和摘索。1993年12月在海口召开了第二届年会，出版论文集并选举了理事会。1994年5月颁发了本会首届科研成果奖。

受中南分会委托并经全国模糊数学与系统分会同意，葛洲坝水电工程学院基础课部筹办了“中南模糊数学和系统分会第三届年会”，我们对该院查中伟、刘明福副教授等为承办会议所付出的辛勤劳动表示衷心地感谢。

本文集以中南模糊数学和系统分会第三届年会应征论文为主体，并征集了其它方向的文章，经专家严格审查，汇集成册出版。由于种种原因，致使许多佳作未能入选，值此深表歉意。

本文集审稿者为：汪浩致授、蔡海涛致授、邓自克教授等，编辑加工者为陈一心、周诗书等同志。英文编辑为王佩华副教授。对他们的辛勤耕耘深表谢忱。

借此机会，我们还要对为本文集精心撰文的同仁们致谢。对全国模糊数学与系统学会，《应用数学》杂志，对长沙三泰科技翻译打印社和长沙电力学院印刷厂，对气象出版社等单位的大力支格与通力合作表示感谢。

由于时间仓促，文集中定有错漏，恳请行家指正。

主 编

1995年8月于长沙

目 录

不分明化的局部紧致拓扑群	沈继忠	(1)
双诱导映射的结构	韩月霞、史福贵	(6)
LF 拓扑空间的层 T_1 分离性	王国民	(9)
L-Fuzzy 正则开集及其性质	肖 平	(12)
L-Fuzzy u -集的几何刻画	陈水利	(16)
L-网在几乎连续多值映射中的应用	程吉树	(20)
由分明一致结构诱导的 L-Fuzzy 一致结构	赵立军、史福贵	(24)
点态化 Fuzzy 格理论	徐志坚、张世华	(26)
Characteristics on the Fuzzy Ideal and Division Semiring	廖祖华	(30)
生成 Fuzzy 代数系	张庆德、孟广武	(35)
直觉模糊子群	尹国敏	(39)
Fuzzy 半群上的 Fuzzy 同余关系	谭宜家	(43)
Fuzzy 幂群的 Fuzzy 商群	朱洪海、曾文艺	(47)
半群的 Fuzzy 子半群与素数阶循环群的特征	廖祖华	(50)
模糊错误矩阵	郭开仲	(55)
关于有序算子可分解的对称 Fuzzy 关系的‘传递性’	孙永忠、张晓鹰	(65)
论状态特征值	陈守煜、赵瑛琪	(68)
一种用目标规划解模糊关系方程的方法	王香村	(72)
含模糊数和模糊变量参数的模糊规划模型及求解	吕大刚、张 鹏	(77)
用 Fuzzy 相似优先比法确定突破口	周奎文	(82)
L-R 型模糊数在工程结构动力分析中的应用	陈展荣、王彩华	(87)
一种新的相似接近度量方法	张 鹏	(92)
企业发展的多目标决策模糊优化模型	徐 辉、周侗麟、费忠华	(96)
关于独立 Fuzzy 事件的一些结果	张 强	(99)
$\vee$ - $\wedge$ 生成 Fuzzy 测度	刘龙章、戴立辉、廖小华	(104)
准优模糊蕴涵与近似推理	张永清	(108)
二型随机集与隶属程度分析	梁学军	(112)
测验题目的模糊蕴涵关系及其结构分析	李大红、曾桂兴	(118)
天气、气象因子与地震关系的模糊分析	王煥萍、冯德益、蒋玉山、张彦会	(123)
模糊数的综合决策模型	曾文艺	(128)
BCI-代数的一类 P-半单商代数	张富林	(130)
整数系数多项式在有理数域上不可约的一种新判别法	冯祥树	(133)
关于相容矩阵方程 $\sum_{i=1}^n A_i X_i = D$ 的求解问题	杨丽华、杨 云	(137)
Research and Application on the VCN of n -Bits	叶球孙、刘顺兴	(140)
积分变换中卷积的数值算法	何春江、郭速学	(149)

n 阶非齐次线性微分方程解的结构	李冬梅、顾光辉 (152)
一种多站联合目标跟踪算法	徐炳吉 (154)
半模的可消性与可换性	曹恺平 (156)
同余式 $X^p \equiv a \pmod{p^l}$ 的解法	孙多青 (159)
数列的生成函数及其在概率计算中的应用	孟昭为 (163)
关于法丛平坦的子流形	乐 进 (167)
灰色关联空间理论在评价地下水水质中的应用	周俐麟、罗定贵 (170)
GM(1, 1) 模型的分析及改进	高 尚 (173)
GSM(1, 1) 模型的结构及数值解	吴 强 (177)
用灰色系统 GM(0, N) 模型预报杂交水稻的产量	孙熙椿、潘熙淦、谢华瑞 (180)
关于向量(线性)空间第二抽象定义	冯祥树 (182)
1978-1993 年广州市教育事业的发展对国民经济增长贡献率的统计分析	孙立、吴映群、鲍镇邦 (184)
菜蛾(Platella Xylostella) 放射诱发繁育量的时间模拟	陈松恩、陈一安、奚 闻、王志雄 (189)
模糊数学方法在医疗临床中的应用	贺国信、曹代娣 (192)
水环境综合整治方案优选的层次分析模型	罗定贵、周俐麟、徐 辉 (194)
模糊数学在石油工程中的应用综述	耿新宇、戴安礼 (197)
含 T-fuzzy 数据的回归预测模型及其在石油地质企业管理中的应用	罗本家、曹炳元 (202)
利用径向距离像的雷达目标模糊识别方法	肖怀铁、庄钊文、陈曹平 (206)
建筑物采动破坏程度的 Fuzzy 预测模型	李安贵、胡炳南 (210)
学员成绩的综合评判模型	白扬文 (213)
200MW 汽轮机运行经济性综合评估	双冠成、王道勇 (216)
在中学教学中应普及模糊数学	李志强 (221)
一种综合评估教师工作的数学模型	张笑云 (224)
高等数学流程图在解题中的作用	王贺元 (227)
关于曲线与曲面积分的中值定理	杨丽宁 (233)
空间曲面·曲线的对称问题	冯爱萍 (237)
计算机辅助数学教学测试评估系统	张青民、归庆明、孔绍文 (240)
关于“一阶非线性微分方程若干新的可积类型”一文的注记	吴 捷、李安贵 (244)
2-距离空间中不动点理论的进展	姚建武 (247)
预测电力系统人力结构的 HSA 方法简介	曹庆辉 (250)
研 * 究 * 通 * 讯	
灰色系统理论中的有界灰矩阵	方均尧、黄文纲 (38)
CONTENTS	编 者 (i) ~ (iii)

CONTENTS

Fuzzifying Local Compact Topological Groups	Shen Jizhong (1)
The Structure of Bi-induced Maps	Han Yuxia, Shi Fugui (6)
Stratified- T_2 Separation Axiom in LF Topological Space	Wang Guomin (9)
L-Fuzzy Regular Open Sets and Its Properties	Xiao Ping (12)
The Geometric Characterization of an L-Fuzzy α -set	Chen Shuli (16)
Application of L-nets in Almost Continuous Multifunction	Cheng Jishu (20)
An L-Fuzzy Uniformity Induced by an Ordinary one	Zhao Lijun, Shi Fugui (24)
Pointwise Fuzzy Lattices	Xu Zhijian, Zhang Shihua (26)
Characteristics on the Fuzzy Ideal and Division Semiring	Liao Zuhua (30)
The Generated Fuzzy Algebraic Systems	Zhang Qingde, Meng Guangwu (35)
Intuition Fuzzy Subgroups	Yin Guomin (39)
Fuzzy Congruences on a Fuzzy Semigroup	Tan Yijia (43)
Fuzzy Power Group and Fuzzy Quotient Group	Mi Honghai, Zeng Wenyi (47)
Characteristics on Fuzzy Subsemigroup of Semigroups and Cyclic Group of Prime Order	Liao Zuhua (50)
Fuzzy Error Matrix	Guo Kaizhong (55)
Symmetric Fuzzy Relation Transitivity of Decomposable Operations	Sun Yongzhong, Zhang Xiaoying (65)
Characteristic Value of State	Chen Shouyu, Zhao Yingqi (68)
A Solution to Fuzzy Relation Equation by Objective Programming	Wang Xiangke (72)
Model and Solution to Fuzzy Programming with Fuzzy Numbers and Variable Parameters	Lü Dagang, Zhang Peng (77)
Determining Breach with Fuzzy Similar and Priority Method	Zhou Kuiwen (82)
The Use of L-R Fuzzy Numbers in Engineering Structure Dynamic Analysis	Chen Zhanrong, Wang Caihua (87)
A New Similarity-close Degree Method	Zhong Peng (92)
Fuzzy Optimum Model of Multiple Criteria Decision in Enterprise Development	Xu Hui, Zhou Liling, Fei Zhonghua (96)
Elementary Results on Independent Fuzzy Events	Zhang Qiang (99)
$\vee - \wedge$ Generating Fuzzy Measure	Liu Longzhang, Dai Lihui, Liao Xiaohua (104)
Suboptimum Fuzzy Implication and Approximate Reasoning	Zhong Yongqing (108)
Type 2 Random Set and Subordinate Degree Analysis	Liang Xuejun (112)

Fuzzy Implication Relation and Structure Analysis in Test Items	Li Dahong, Zeng Guixiang	(118)
Fuzzy Analysis on Relation of Astronomical, Meteorological Factor and Earthquake	Wang Huanping, Feng Deyi, Jiang Yushan, Zhang Yanhui	(123)
Comprehensive Decision Model of Fuzzy Numbers	Zeng Wenyi	(128)
A Class of P -semisimple Quotient Algebras in BCI-algebras	Zhang Fulin	(130)
A New Irreducible Determinate Method to Polynomial of Integral Coefficient over Rational Numbers	Feng Xiangshu	(133)
Solution to Consistent Matrix Equation $\sum_{j=1}^n A_j X_j = D$	Yang Lihua, Yang Yun	(137)
Research and Application on the VCN of n -bits	Ye Qiusun, Liu Shunxing	(140)
A Numerical Method for Convolution in Integral Transform	He Chunjiang, Guo Suxue	(149)
Construction of Solution of n -order Nonhomogeneous Linear Differential Equations	Li Dongmei, Gu Guanghui	(152)
A Target Tracking Algorithm for Multiple Stations	Xu Bingji	(154)
The Cancellation and the Commutation of the Semimodule	Zeng Kaiping	(156)
Solution for Congruence $X^p \equiv a \pmod{p^k}$	Sun Duqing	(159)
Generating Function of Sequence and Application in Probability Calculation	Meng Zhaowei	(163)
On Submanifolds with Flat Normal Bundles	Le Jin	(167)
Application of the Grey Correlative Space Theory to the Evaluation of Ground Water Quality	Zhou Lilin, Luo Dinggui	(170)
Analysis and Improvement of GM(1,1) Model	Gao Shang	(173)
The Structure and Approximate Solutions of GSM(1,1)	Wu Qiang	(177)
Forecasting the Hybrid Rice Yield on GM(0, N) Model of Grey System	Sun Xichun, Pan Xigan, Xie Huaai	(180)
Definition on Second Abstract of Vector (Linear) Space	Feng Xiangshu	(182)
Statistical Analysis of Guangzhou Educational Development to National Economic Increase between 1978 and 1993	Sun Li, Wu Yingqun, Bao Zhenbang	(184)
Simulation on Time for Radiative Reproduction Qualitation of Pest	Chen Songen, Chen Yian, Xi Lan, Wang Zhixiong	(189)
Application of Fuzzy Mathematics Method to Clinical Therapy	He Guoxing, Cao Daidi	(192)
Hierarchical Analysis in Optimal Selection for Water Environment Control	Luo Dinggui, Zhou Liling, Xu Hui	(194)
Application of Fuzzy Mathematics to Oil Engineering	Geng Xingyu, Dai Anli	(197)
Regression Forecasting Model with T-fuzzy Data and Its Application in		

Petroleum Geological Management	Luo Benjia, Cao Bingyuan (202)
A Fuzzy Approach to Target Identification Using Radar Range Profile	
.....	Xiao Huaitie, Zhuang Zhaowen, Chen Zengpin (206)
Fuzzy Forecasting Model for Failure Degree of Bulalng	Li Angui, Hu Bingnan (210)
Synthetical Judge Model of Cadets Grade	Bai Yangwen (213)
Synthetic Assessment on Economy of 200MW Turbine	
.....	Shuang Guancheng, Wang Daoyong (216)
Popularization of Fuzzy Mathematics in Middle School Teaching	Li Zhiqiang (221)
Comprehensive Evaluation Mathematics Model in Teachers' Work	Zhang Xiaoyun (224)
Application of Computation Procedure Graph for Higher Mathematics	
.....	Wang Heyuan (227)
Mean Value Theorems of Curves and Surfaces Integral	Yang Lining (233)
The Problem of Symmetric for the Curve and Surface of Space	Feng Aiping (237)
Test-evaluation of Maths Teaching by Computer	
.....	Zhang Qingmin, Gui Qingming, Kong Shaowen (240)
Notes on "Some New Integrable Forms of One-order Nonlinear Differential Equations"	Wu Tan, Li Angui (244)
The Development of Fixed Point Theory in 2-distance Space	Yao Jianwu (247)
HSA Method to Forecasting Staff Organization in Electric Power Systems	
.....	Zeng Qinghui (250)

LETTERS

The Bounded Grey Matrices in Grey Systems Theory	
.....	Fang Junyao, Huang Wengang (38)

不分明化的局部紧致拓扑群*

沈 继 忠

(江西师大数学系, 南昌 330027)

摘要 本文引入了不分明化拓扑群的局部紧性的概念, 并且讨论了不分明化局部紧致拓扑群的子群和商群之间的关系。

关键词 不分明化拓扑群, 局部紧致性。

在文献[1]中已引入了不分明化拓扑群的概念, 并讨论了它的一些基本性质, 在文献[2]中进一步讨论了不分明拓扑群的紧性。本文将继续给出不分明化拓扑群的局部紧性的概念以及不分明化局部紧致群的子群和商群之间的关系。

一、预 备 知 识

定义 1.1^[1] 设 Σ 是不分明化拓扑空间的类, 不分明谓词 $\Gamma \in \mathcal{F}(\Sigma)$ 称为不分明紧的, 如果 $\Gamma(X, \mathcal{F}) := (\forall \mathcal{A}) (K_0(\mathcal{A}, X) \rightarrow (\exists \mathcal{B}) ((\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}) \wedge K(\mathcal{B}, X) \wedge FF(\mathcal{B})))$, 其中 $K_0(\mathcal{A}, X) := K(\mathcal{A}, X) \wedge (\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F})$, $K(\mathcal{A}, X) := (\forall x) ((\exists A) (x \in A \in \mathcal{A}))$, 并称一元不分明谓词 $K_0, K \in \mathcal{F}(\mathcal{F}(P(X)))$ 分别为不分明开复盖与不分明复盖。

定义 1.2^[4] 一元不分明谓词 $LC \in \mathcal{F}(\Sigma)$ 称为不分明局部紧的, 如果

$$LC(X, \mathcal{F}) := (\forall x) ((\exists B) ((x \in B) \wedge \Gamma(B, \mathcal{F}|_B))).$$

命题 1.3^[4] 对任何不分明化拓扑空间 $(X, \mathcal{F})$, 若 $A \subseteq X$, 则

$$1 = LC(X, \mathcal{F}) \wedge (A \in \mathcal{F}) \rightarrow LC(A, \mathcal{F}|_A).$$

命题 1.4^[4] 设 $(X, \mathcal{F}), (Y, \mathcal{Z})$ 是不分明化拓扑空间, $f \in Y^X$, 则

$$1 = LC(X, \mathcal{F}) \wedge C(f) \wedge O(f) \rightarrow LC(f(X), \mathcal{Z}).$$

命题 1.5^[4] 设 $\{(X_s, \mathcal{F}_s) \mid s \in S\}$ 是一族不分明化拓扑空间, 则

$$1 = LC(\prod_{i \in S} X_i, \prod_{i \in S} \mathcal{F}_i) \rightarrow (\forall s) ((s \in S) \wedge LC(X_s, \mathcal{F}_s) \wedge (\exists T) ((T \subseteq S) \wedge (\forall t) ((t \in S - T) \wedge \Gamma(X_t, \mathcal{F}_t)))).$$

定义 1.6 设 X 是一非空集合, 称不分明谓词 $fI \in \mathcal{F}(\mathcal{F}(P(X)))$ 为不分明有限交性质, 如果

$$fI(\mathcal{A}) := (\forall n \in \mathbb{N}) ((\forall A_1, A_2, \dots, A_n) (A_1 \in \mathcal{A}) \wedge (A_2 \in \mathcal{A}) \wedge \dots \wedge (A_n \in \mathcal{A}) \rightarrow \bigcap_{i=1}^n A_i \neq \emptyset).$$

命题 1.7^[2] 对任何 $(X, \mathcal{F}) \in \Sigma$, 有

$$1 = \Gamma(X, \mathcal{F}) \iff (\forall \mathcal{A}) ((\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}) \wedge fI(\mathcal{A}) \rightarrow (\exists x) ((\forall A) (A \in \mathcal{A}) \rightarrow (x \in A))).$$

推论 1.8 对任何 $(X, \mathcal{F}) \in \Sigma, A \subseteq X$, 有

$$1 = \Gamma(A) \iff (\forall \mathcal{A}) ((\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}) \wedge fI(\mathcal{A}) \rightarrow (\exists X \in A) ((\forall B) ((B \in \mathcal{A}) \rightarrow (X \subseteq B)))).$$

* 江西省自然科学基金资助项目。

二、不分明化拓扑群的紧性

命题 2.1^[2] 设 Ω 为不分明化拓扑群的类, 对任何 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, $P, Q \subseteq G$, $PQ = \{xy \mid x \in P, y \in Q\}$ 有

$$1 = \Gamma(P) \wedge \Gamma(Q) \rightarrow \Gamma(PQ).$$

命题 2.2^[2] 设 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, $C \subseteq A \subseteq G$, 则

$$1 = \Gamma(C) \wedge (A \in \mathcal{F}) \rightarrow (\exists V \subseteq G) (e \in V \in \mathcal{A}) \wedge (VC \subseteq A).$$

命题 2.3 设 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, 则对任何 $H < G$ 及任何 $x \in G$, 有

$$1 = \Gamma(H) \longleftrightarrow \Gamma(Hx).$$

证 只须证明对任何 $x \in G$, 有

$$1 = \Gamma(H) \longrightarrow \Gamma(Hx).$$

事实上, 对任何 $\mathcal{A} \in \mathcal{F}(P(G))$

$$[\Gamma(Hx)] = \inf_{\mathcal{B} \leq \mathcal{A}} ([K_0(\mathcal{A}, Hx)] \alpha \sup_{\mathcal{B} \leq \mathcal{A}} [K(\mathcal{B}, Hx) \wedge FF(\mathcal{B})]).$$

作 $\mathcal{A}' = \int_{A \in G} \mathcal{A}(Ax)/A$, 则

$$[K(\mathcal{A}', H)] = \inf_{y \in H} \sup_{y \in \lambda} \mathcal{A}'(A) = \inf_{yx \in Hx} \sup_{yx \in Ax} \mathcal{A}'(A)$$

$$= \inf_{yx \in Hx} \sup_{yx \in Ax} \mathcal{A}(Ax) = [K(\mathcal{A}, Hx)].$$

$$[\mathcal{A}' \subseteq \mathcal{F}] = \inf_A (\mathcal{A}'(A) \alpha \mathcal{F}(A)) = \inf_{Ax} (\mathcal{A}(Ax) \alpha \mathcal{F}(Ax)) \geq [\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}] [K_0(\mathcal{A}', H)] \geq [K_0(\mathcal{A}, Hx)].$$

令 $[\Gamma(H)] = \inf_{\mathcal{A} \in \mathcal{F}} ([K_0(\mathcal{A}, H)] \alpha \sup_{\mathcal{B} \leq \mathcal{A}} ([K(\mathcal{B}, H) \wedge FF(\mathcal{B})]) > \lambda$,

则 $\sup_{\mathcal{B} \leq \mathcal{A}} [K(\mathcal{B}, H) \wedge FF(\mathcal{B})] > \lambda \otimes [K_0(\mathcal{A}', Hx)] \geq \lambda \otimes [K_0(\mathcal{A}, Hx)]$.

故存在 $\mathcal{B}' \leq \mathcal{A}'$, 使

$$[K(\mathcal{B}', H) \wedge FF(\mathcal{B}')] > \alpha \otimes [K_0(\mathcal{A}, Hx)].$$

作 $\mathcal{B} = \int_{B \in G} \mathcal{B}'(Bx^{-1})/B$, 则对任何 α , 若 $F(\mathcal{B}_\alpha')$ 必有 $F(\mathcal{B}_\alpha)$. 所以

$$\inf\{\alpha \mid F(\mathcal{B}_\alpha')\} \geq \inf\{\alpha \mid F(\mathcal{B}_\alpha)\},$$

$$[FF(\mathcal{B}')] \leq [FF(\mathcal{B})],$$

$$[K(\mathcal{B}', H)] = \inf_{y \in H} \sup_{y \in B} \mathcal{B}'(B) = \inf_{yx \in Hx} \sup_{yx \in Bx} \mathcal{B}'(Bx, x^{-1})$$

$$= \inf_{yx \in Hx} \sup_{yx \in Bx} \mathcal{B}(Bx) = [K(\mathcal{B}, Hx)],$$

$$\mathcal{B}(B) = \mathcal{B}'(B^{-1}) \leq \mathcal{A}'(Bx^{-1}) = \mathcal{A}(\beta x^{-1}, x) = \mathcal{A}(B).$$

因此存在 $\mathcal{B} \leq \mathcal{A}$, 使

$$[K(\mathcal{B}, Hx) \wedge FF(\mathcal{B})] \geq [K(\mathcal{B}', H) \wedge FF(\mathcal{B}')] > \lambda \otimes [K_0(\mathcal{A}, Hx)].$$

从而有

$$\sup_{\mathcal{B} \leq \mathcal{A}} [K(\mathcal{B}, Hx) \wedge FF(\mathcal{B})] > \lambda \otimes [K_0(\mathcal{A}, Hx)].$$

即 $[\Gamma(Hx)] = \inf_{\mathcal{A} \in \mathcal{F}} ([K_0(\mathcal{A}, Hx)] \alpha \sup_{\mathcal{B} \leq \mathcal{A}} ([K(\mathcal{B}, Hx) \wedge FF(\mathcal{B})]) \geq \lambda$.

因此 $[\Gamma(Hx)] \geq [\Gamma(H)]$.

命题2.4 设 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, $H < G^*$, $G = G/H$, $Q^* \subseteq G^*$, $\rho := G \rightarrow G^*$ 为自然映射, $P = \rho^{-1}(Q^*)$, 则

$$1 = \Gamma(H) \wedge \Gamma(Q^*) \rightarrow \Gamma(P).$$

证 因为由推论 1.8 知

$$[\Gamma(P)] = \inf_{\mathcal{A} \in \mathcal{F}(P(G))} [(\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}) \wedge fI(\mathcal{A})] \propto \sup_{z \in P} \inf_{z \notin A} (1 - \mathcal{A}(A)),$$

故对任何 $\mathcal{A} \in \mathcal{F}(P(G))$, 可令 $[(\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}) \wedge fI(\mathcal{A})] = \lambda$.

设自然映射 $\rho: G \rightarrow G^* (x \rightarrow x^* = Hx)$, 且作 $\mathcal{A}^* = \bigcup_{V \in \mathcal{F}(\rho(G^*))} \mathcal{A}(\rho^{-1}(V^*)) / V^* \in \mathcal{F}(\rho(G^*))$,

$$\begin{aligned} [fI(\mathcal{A}^*)] &= \inf_{n \in N} \inf_{A_1^*, \dots, A_n^*} (1 - \min_{1 \leq i \leq n} \mathcal{A}^*(A_i^*)) = \inf_{n \in N} \inf_{A_1^*, \dots, A_n^*} (1 - \min_{1 \leq i \leq n} \mathcal{A}(\rho^{-1}(A_i^*))), \\ &\quad \bigcap_{i=1}^n A_i^* = \Phi \quad \rho^{-1}(\bigcap_{i=1}^n A_i^*) = \Phi \\ &\geq \inf_{n \in N} \inf_{A_1^*, \dots, A_n^*} (1 - \min_{1 \leq i \leq n} \mathcal{A}(A_i)) \\ &\quad \bigcap_{i=1}^n A_i = \Phi \end{aligned}$$

(其中因为 $\bigcap_{i=1}^n A_i^* = \Phi$ 当且仅当 $\rho^{-1}(\bigcap_{i=1}^n A_i^*) = \bigcap_{i=1}^n \rho^{-1}(A_i^*) = \Phi$). 又因为

$$\begin{aligned} [\mathcal{A}^* \subseteq \mathcal{F}^*] &= \inf_{x^* \in Q^*} (\mathcal{A}^*(A^*) \propto \mathcal{F}^*(\mathcal{A}^*)) = \inf_{x^* \in Q^*} \mathcal{A}(\rho^{-1}(A^*)) \propto \mathcal{F}(\rho^{-1}(A^*)) \\ &\geq \inf_A (\mathcal{A}(A) \propto \mathcal{F}(A)) = [\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}]. \end{aligned}$$

所以 $[(\mathcal{A}^* \subseteq \mathcal{F}^*) \wedge fI(\mathcal{A}^*)] \geq [(\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}) \wedge fI(\mathcal{A})] \wedge \lambda$.

现设 $[\Gamma(Q^*) \wedge \Gamma(H)] > \delta$, 则 $[\Gamma(Q^*)] > \delta$, 即对任何 $\mathcal{A}^* \in \mathcal{F}(P(G^*))$, 有

$$\sup_{x^* \in Q^*} \inf_{x^* \notin A^*} (1 - \mathcal{A}^*(A^*)) > \delta \otimes \lambda.$$

因此, 存在 $x_0^* = Hx_0$, 使当 $x_0^* \notin A^* = HA$ 时, (即 $x_0 \notin A$), 有 $1 - \mathcal{A}^*(A^*) = 1 - \mathcal{A}(HA) > \delta \otimes \lambda$.

对于 Hx_0 , 由命题 2.3 知 $[\Gamma(Hx_0)] = [\Gamma(H)] > \delta$.

作 $\mathcal{A}' = \bigcup_{A \in Hx_0 \cap A} \inf \mathcal{A}(A) / A' \in \mathcal{F}(P(Hx_0))$,

$$\begin{aligned} [fI(\mathcal{A}')] &= \inf_{n \in N} \inf_{A_1', \dots, A_n'} (1 - \min_{1 \leq i \leq n} \mathcal{A}'(A_i')) = \inf_{n \in N} \inf_{A_1', \dots, A_n'} (1 - \min_{1 \leq i \leq n} \sup \{ \mathcal{A}(A) \mid A' = Hx_0 \cap A_i \}), \\ &\quad \bigcap_{i=1}^n A_i' = \Phi \quad \bigcap_{i=1}^n A_i' = \Phi \\ &= \inf_{n \in N} \inf_{A_1', \dots, A_n'} \inf_{A_i} (1 - \min_{1 \leq i \leq n} \mathcal{A}(A_i)) \geq \inf_{n \in N} \inf_{A_1', \dots, A_n'} (1 - \min_{1 \leq i \leq n} \mathcal{A}(A_i)) = [fI(\mathcal{A})], \\ &\quad \bigcap_{i=1}^n A_i' = \Phi \quad Hx_0 \cap A_i = A_i' \quad \bigcap_{i=1}^n A_i = \Phi \\ [\mathcal{A}' \subseteq \mathcal{F}|_{Hx_0}] &= \inf_{A'} (\mathcal{A}'(A') \propto \mathcal{F}|_{Hx_0}(A')) = \inf_{A'} (\sup_{Hx_0 \cap A = A'} \mathcal{A}(A) \propto \sup_{Hx_0 \cap A = A'} \mathcal{F}(A)) \\ &\geq \inf_{A'} \inf_{Hx_0 \cap A = A'} (\mathcal{A}(A) \propto \mathcal{F}(A)) \geq \inf_A (\mathcal{A}(A) \propto \mathcal{F}(A)) = [\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}]. \end{aligned}$$

所以 $[(\mathcal{A}' \subseteq \mathcal{F}|_{Hx_0}) \wedge fI(\mathcal{A}')] \geq [(\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}) \wedge fI(\mathcal{A})] = \lambda$.

因为 $[\Gamma(Hx_0)] > \delta$, 所以对任何 $\mathcal{A}'$, 有

$$\sup_{x \in Hx_0} \inf_{x \notin A'} (1 - \mathcal{A}'(A')) > \delta \otimes \lambda,$$

因此 $\sup_{x \in Hx_0} \inf_{x \notin A'} (1 - \sup_{A' = Hx_0 \cap A} \mathcal{A}(A)) > \delta \otimes \lambda$, $\sup_{x \in Hx_0} \inf_{x \notin Hx_0 \cap A} (1 - \mathcal{A}(A)) > \delta \otimes \lambda$.

因为 $x \in Hx_0$, 所以 $x \notin Hx_0 \cap A$ 当且仅当 $x \notin A$, 所以

$$\sup_{x \in Hx_0} \inf_{x \notin A} (1 - \mathcal{A}(A)) > \delta \otimes \lambda.$$

又因为 $x_0^* \in Q^*$, 即 $\rho^{-1}(x_0^*) = Hx_0 \subseteq \rho^{-1}(Q^*) = \rho$, 故有

$$\sup_{x \in \rho_0} \inf_{x \notin A} (1 - \mathcal{A}(A)) > \delta \otimes \lambda.$$

即 $\lambda \propto \sup_{x \in \rho_0} \inf_{x \notin A} (1 - \mathcal{A}(A)) > \delta$,

$$[(\mathcal{A} \subseteq \mathcal{F}) \wedge fI(\mathcal{A})] \propto \sup_{x \in \rho_0} \inf_{x \notin A} (1 - \mathcal{A}(A)) > \delta,$$

所以 $[\Gamma(\rho)] \geq \delta$, 从而 $[\Gamma(\rho)] \geq [\Gamma(H) \wedge \Gamma(Q^*)]$. 证毕.

推论 2.5⁽⁴⁾ 设 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, $H \triangle G$, $G^* = G/H$, 则

$$1 = \Gamma(H) \wedge \Gamma(G^*) \rightarrow \Gamma(G).$$

三、不分明化拓扑群局部紧性

命题 3.1 设 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, $H \triangle G$, $G^* = G/H$, 则

$$1 = LC(G, \mathcal{F}) \wedge (H \in \mathcal{F}) \rightarrow LC(H, \mathcal{F}|_H).$$

证 由命题 1.3 即可证得.

命题 3.2 设 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, $H \triangle G$, $G^* = G/H$, 则

$$1 = LC(G, \mathcal{F}) \rightarrow LC(G^*, \mathcal{F}^*).$$

证 因为 $\mathcal{F}^*(A^*) = \mathcal{F}(f^{-1}(A^*))$ ($A^* \subseteq G^*$).

$$\mathcal{F}^*(f(A)) = \mathcal{F}(f^{-1}(f(A))) = \mathcal{F}(f^{-1}(A^*)) = \mathcal{F}(HA) \geq \mathcal{F}(A).$$

(其中 $A \leq G$, $f: G \rightarrow G^*$ 为自然映射), 故有

$$[C(f)] = \inf_{A^* \subseteq G^*} (\mathcal{F}(A^*) \propto \mathcal{F}(f^{-1}(A^*))) = 1, [O(f)] = \inf_{A \subseteq G} (\mathcal{F}(A) \propto \mathcal{F}^*(f(A))) = 1,$$

因此由命题 1.4, 得

$$[LC(G^*, \mathcal{F}^*)] \geq [LC(G, \mathcal{F})] \otimes ([C(f) \wedge O(f)]) = [LC(G, \mathcal{F})].$$

命题 3.3 设 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, $e \in G$ 是单位元, 则

$$1 = LC(G, \mathcal{F}) \iff (\exists U) ((U \in N_e) \wedge \Gamma(U)).$$

证 利用命题 2.3, 可得

$$\begin{aligned} [LC(G, \mathcal{F})] &= \inf_{x \in G} \sup_{v \subseteq G} (N_x(V) \otimes [\Gamma(V)]) = \inf_{x \in G} \sup_{v \subseteq G} (N_e(Vx^{-1}) \otimes [\Gamma(V)]) \\ &= \inf_{x \in G} \sup_{v \subseteq G} (N_e(U) \otimes [\Gamma(Ux)]) = (U = Vx^{-1}, V = Ux) \\ &= \inf_{x \in G} \sup_{u \subseteq G} (N_e(U) \otimes [\Gamma(U)]) = \sup_{u \subseteq G} (N_e(U) \otimes [\Gamma(U)]) \\ &= [\exists (U) ((U \in N_e) \wedge \Gamma(U))]. \end{aligned}$$

命题 3.4 设 $(G, \mathcal{F}) \in \Omega$, $H \triangle G$, $G^* = G/H$, 则

$$1 = LC(G^*, \mathcal{F}^*) \wedge \Gamma(H) \rightarrow LC(G, \mathcal{F}).$$

证 由命题 2.4 和 3.3, 可得

$$\begin{aligned} [LC(G, \mathcal{T}) \wedge \Gamma(H)] &= (\sup_{U^* \in G^*} (N_e^*(U^*) \otimes [\Gamma(U^*)])) \otimes [\Gamma(H)] \\ &\leq \sup_{U^* \in G^*} (N_e^*(U^*) \otimes [\Gamma(U^*) \wedge \Gamma(H)]) \leq (\sup_{U^* \in G^*} (N_e^*(U^*) \otimes [\Gamma(U^*) \wedge \Gamma(H)])) \\ &\leq (\sup_{U^* \in G^*} (N_e^*(U^*) \otimes [\Gamma(\rho^{-1}(U^*))])) \leq (\sup_{U \in G} (N_e(U) \otimes [\Gamma(U) = LC(G, \mathcal{T})])). \end{aligned}$$

命题 3.5 设 $(G, \mathcal{T}) \in \Omega$, $H \triangle G$, $G^* = G/H$, 则

$$1 = LC(G^*, \mathcal{T}^*) \wedge LC(H) \rightarrow LC(G, \mathcal{T}).$$

证 由命题 3.4 及 $[\Gamma(H)] \geq [LC(H)]$, 即可得

命题 3.6 设 $\{(G_s, \mathcal{T}_s) | s \in S\} \subseteq \Omega$, 则

$$1 = LC(\prod_{s \in S} G_s, \prod_{s \in S} \mathcal{T}_s) \rightarrow (\forall s \in S) (LC(G_s, \mathcal{T}_s) \wedge (\exists T) ((T \subseteq S) \wedge (\forall t) ((t \in S - T) \wedge \Gamma(G_t, \mathcal{T}_t)))).$$

证 由命题 1.5 即可得。

参 考 文 献

- [1] 沈继忠, 不分明化拓扑群(I), (II), 江西师范大学学报(自), 17(4)(1993); 18(1)(1994).
- [2] 沈继忠, 不分明化拓扑群的紧性, 江西师范大学学报(自), 19(1)(1995).
- [3] Ying Mingsheng, Compactness in fuzzifying topology, *Fuzzy Sets and Systems*, 55 (1993), 77-92.
- [4] Shen Jizhong, On local compactness in fuzzifying topology, *J. of Fuzzy Mathematics*, 2 (4)(1994), 695-711.
- [5] L. S. Pontrjagin, *Continuous Group* (Moscow, 1954).

双诱导映射的结构

韩月霞 史福贵

(牡丹江师范学院, 黑龙江 157011) (烟台师范学院数学系, 山东 264025)

摘要 本文借助 L -fuzzy 集的四截集与分解定理, 给出了双诱导映射的若干种表现形式, 使其更直观且便于应用。

关键词 完备格同态, 双诱导映射, 分子, 素元。

本文旨在给出双诱导映射及其逆的几种表现形式, 文中 L_1, L_2 均为完全分配格, X, Y 是非空通常集, L 为完全分配格 L 中的任一元 $a, \beta(a)$ 与 $\alpha(a)$ 分别表示 a 的最大极小集与最大极大集。 L_1 与 L_2 中的分子之集分别记为 M_1 与 M_2 , 素元之集分别记为 P_1 与 P_2 。

定义 1 设 $g: L_1 \rightarrow L_2$ 是映射, $\forall b \in L_2$, 令

$$g^{-1}(b) = \bigvee \{a \in L_1 \mid g(a) \leq b\},$$

则 $g^{-1}: L_2 \rightarrow L_1$ 是一映射, 称为 g 的逆映射。

命题 1 设 $g: L_1 \rightarrow L_2$ 是保并映射, 则

- (1) $g^{-1}(1) = 1$ 。
- (2) $\forall a \in L_1, a \leq g^{-1}g(a)$ 。
- (3) $\forall b \in L_2, gg^{-1}(b) \leq b$ 。
- (4) $g(a) \leq b \iff a \leq g^{-1}(b)$ 。
- (5) $g^{-1}: L_2 \rightarrow L_1$ 是保交映射。

定义 2 设 $f: X \rightarrow Y$ 与 $g: L_1 \rightarrow L_2$ 是映射, 对 $A \in L_1^X$ 与 $y \in Y$, 令

$$H(A)(y) = \begin{cases} \bigvee \{g(A(x)) \mid f(x) = y\}, & f^{-1}(y) \neq \Phi, \\ 0, & f^{-1}(y) = \Phi, \end{cases}$$

则称映射 $H: L_1^X \rightarrow L_2^Y$ 为 f 与 g 的双诱导映射, 记为 $H = g^f$ 。

命题 2 设 $H = g^f: L_1^X \rightarrow L_2^Y$ 是双诱导映射, g 保并, 则

- (1) H 是保并映射。
- (2) H 的逆映射 $H^{-1}: L_2^Y \rightarrow L_1^X$ 如下:

$$\forall B \in L_2^Y, H^{-1}(B) = g^{-1} \circ B \circ f.$$

证明 (1) 是显然的, 下证(2)。由定义 1 知, $\forall B \in L_2^Y, H^{-1}(B) = \bigvee \{A \in L_1^X \mid H(A) \leq B\}$ 。而

$$\begin{aligned} H(A) \leq B &\iff \forall y \in Y, H(A)(y) \leq B(y) \iff \forall y \in f(X), \bigvee \{g(A(x)) \mid f(x) = y\} \leq B(y) \\ &\iff \forall y \in f(X) \text{ 与 } \forall x \in f^{-1}(y), g(A(x)) \leq B(y) \iff \forall y \in f(X) \text{ 与 } \forall x \in f^{-1}(y), A(x) \leq g^{-1}(B(y)) \\ &\iff \forall x \in X, A(x) \leq g^{-1} \circ B \circ f(x) \iff A \leq g^{-1} \circ B \circ f, \end{aligned}$$

所以由命题 1 知 $H^{-1}(B) = g^{-1} \circ B \circ f$ 。

对 $A \in L_1^X$ 与 $a \in L_1$, 我们使用[3]中如下记号:

$$\begin{aligned} A_{[a]} &= \{x \in X \mid A(x) \geq a\}, & A_{(a)} &= \{x \in X \mid a \in \beta(A(x))\}, \\ A^{[a]} &= \{x \in X \mid a \notin \alpha(A(x))\}, & A_{(a)} &= \{x \in X \mid A(x) \leq a\}. \end{aligned}$$

于是我们有

定理 1 设 $H=g^f: L_1^X \rightarrow L_2^Y$ 是双诱导映射且 g 保并, 则 $\forall A \in L_1^X$,

$$(1) H(A) = \bigvee_{a \in L_1} \{g(a) \wedge f(A_{[a]})\} = \bigvee_{a \in M_1} \{g(a) \wedge f(A_{[a]})\}.$$

$$(2) H(A) = \bigvee_{a \in L_1} \{g(a) \wedge f(A_{[a]})\} = \bigvee_{a \in M_1} \{g(a) \wedge f(A_{[a]})\}.$$

证明 设 $y \in Y$, 若 $e \in \beta(H(A)(y))$, 则存在 $x \in f^{-1}(y)$ 使 $e \in \beta(g(A(x)))$. 而 $g(A(x)) = \bigvee_{a \in M_1} \{g(a) \mid a \in \beta(A(x))\} = \bigvee_{a \in M_1} \{g(a) \mid x \in A_{[a]}\}$. 所以存在 $a \in M_1$ 使 $e \in \beta(g(a))$ 且 $x \in A_{[a]}$. 故 $e \leq \bigvee_{a \in M_1} \{g(a) \wedge f(A_{[a]})(y)\}$. 于是 $H(A)(y) \leq \bigvee_{a \in M_1} \{g(a) \wedge f(A_{[a]})(y)\}$.

另外, 若 $e \in \beta(\bigvee_{a \in L_1} \{g(a) \wedge f(A_{[a]})(y)\})$, 则存在 $a \in L_1$ 使 $e \in \beta(g(a))$ 且 $y \in f(A_{[a]})$, 进而存在 $x \in f^{-1}(y)$ 使 $x \in A_{[a]}$. 于是 $g(A(x)) \geq g(a) \geq e$. 故 $H(A)(y) \geq \bigvee_{a \in L_1} \{g(a) \wedge f(A_{[a]})(y)\}$. 从而 (1) 与 (2) 得证.

定理 2 设 $H=g^f: L_1 \rightarrow L_2$ 是双诱导映射且 g 是完备格同态, 则 $\forall A \in L_1^X$,

$$(1) H(A) = \bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \wedge f(A^{[a]})\} = \bigwedge_{a \in P_1} \{g(a) \wedge f(A^{[a]})\}.$$

$$(2) H(A) = \bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})\} = \bigwedge_{a \in P_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})\}.$$

证明 (1) 设 $y \in Y$ 且 $H(A)(y) = \bigvee \{g(A(x)) \mid f(x)=y\} = b$. 则 $\forall x \in f^{-1}(y)$, $g(A(x)) \leq b$, 于是 $\forall x \in f^{-1}(y)$, $A(x) \leq g^{-1}(b)$, 从而 $\forall x \in f^{-1}(y)$, $x \notin A^{(g^{-1}(b))}$. 这样 $y \notin f(A^{(g^{-1}(b))})$. 因此 $\bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\} \leq g(g^{-1}(b)) \leq b$. 故 $H(A)(y) \geq \bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\}$.

反之, 设 $e \in \alpha(\bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\})$, 则存在 $a \in L_1$ 使 $e \in \alpha(g(a))$ 且 $y \notin f(A^{[a]})$, 于是 $g(a) \leq e$ 且 $\forall x \in f^{-1}(y)$, $x \notin A^{[a]}$. 从而 $\forall x \in f^{-1}(y)$, $A(x) \leq a$ 且 $g(a) \leq e$. 故 $H(A)(y) \leq g(a) \leq e$. 因此 $H(A)(y) \leq \bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\}$. 得证 $H(A) = \bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\}$.

(2) 因为 $\bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})\} \leq \bigwedge_{a \in P_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})\} \leq \bigwedge_{a \in P_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})\}$ 且 $\bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})\} \leq \bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})\} \leq \bigwedge_{a \in P_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})\}$, 所以为证 (1) 与 (2), 只须证 $\forall y \in Y$, $\bigwedge_{a \in P_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\} \leq \bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\}$.

设 $e \in \alpha(\bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\})$, 则存在 $a \in L_1$ 使 $e \in \alpha(g(a))$ 且 $y \notin f(A^{[a]})$. 由 $a = \bigwedge (\alpha(a) \cap P_1)$ 与 g 保交知存在 $b \in \alpha(a) \cap P_1$ 使 $e \in \alpha(g(b))$, 而 $f(A^{[a]}) \supset f(A^{[b]})$, 所以 $y \notin f(A^{[b]})$, 于是有 $\bigwedge_{a \in P_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\} \leq g(b) \leq e$. 故 $\bigwedge_{a \in P_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\} \leq \bigwedge_{a \in L_1} \{g(a) \vee f(A^{[a]})(y)\}$. 证毕.

定理 3 设 $H=g^f: L_1^X \rightarrow L_2^Y$ 是双诱导映射且 g 保并, 则 $\forall B \in L_2^Y$.

$$(1) H^{-1}(B) = \bigwedge_{b \in L_2} \{g^{-1}(b) \vee f^{-1}(B^{[b]})\} = \bigwedge_{b \in P_2} \{g^{-1}(b) \vee f^{-1}(B^{[b]})\}.$$

$$(2) H^{-1}(B) = \bigwedge_{b \in L_2} \{g^{-1}(b) \vee f^{-1}(B^{[b]})\} = \bigwedge_{b \in P_2} \{g^{-1}(b) \vee f^{-1}(B^{[b]})\}.$$

证明 由命题 1 知 g^{-1} 是保交映射, 设 $x \in X$.

(1) 由 $H^{-1}(B)(x) = g^{-1}(B(f(x))) = \bigwedge_{b \in L_2} \{g^{-1}(b) \mid b \in \alpha(B(f(x)))\} = \bigwedge_{b \in L_2} \{g^{-1}(b) \mid f(x) \notin f^{-1}(B^{[b]})\} = \bigwedge_{b \in L_2} \{g^{-1}(b) \mid x \notin f^{-1}(B^{[b]})\} = \bigwedge_{b \in L_2} \{g^{-1}(b) \vee f^{-1}(B^{[b]})(x)\}$ 可证 (1) 中前一等式, 而由 $B(f(x)) = \bigwedge (\alpha(B(f(x))) \cap P_2)$ 可证另一等式.

(2) 由 $H^{-1}(B)(x) = g^{-1}(B(f(x))) = \bigwedge_{b \in P_2} \{g^{-1}(b) \mid B(f(x)) \leq b\} = \bigwedge_{b \in P_2} \{g^{-1}(b) \mid f(x) \notin$

$B^{(b)}\} = \bigwedge_{b \in \beta_1} \{g^{-1}(b) \mid x \notin f^{-1}(B^{(b)})\} = \bigwedge_{b \in \beta_1} \{g^{-1}(b) \vee f^{-1}(B^{(b)})(x)\}$, 可证(2)中后一等式。类似可证前一等式。证毕。

定理 4 设 $H=g^f: L_1^X \rightarrow L_2^Y$ 是双诱导映射且 g^{-1} 保并, 则 $\forall B \in L_2^Y$,

$$(1) \quad H^{-1}(B) = \bigvee_{b \in L_2} \{g^{-1}(b) \wedge f^{-1}(B_{[b]})\} = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \wedge f^{-1}(B_{[b]})\}.$$

$$(2) \quad H^{-1}(B) = \bigvee_{b \in L_2} \{g^{-1}(b) \wedge f^{-1}(B_{(b)})\} = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \wedge f^{-1}(B_{(b)})\}.$$

证明 (1) $\forall x \in X$, 由 $H^{-1}(B)(x) = g^{-1}(B(f(x))) = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \mid B(f(x)) \geq b\} = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \mid f(x) \in B_{[b]}\} = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \mid x \in f^{-1}(B_{[b]})\} = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \wedge f^{-1}(B_{[b]})(x)\}$ 可证(1)中后一等式, 类似同证前一等式。

(2) $\forall x \in X$, 由 $H^{-1}(B)(x) = g^{-1}(B(f(x))) = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \mid b \in \beta(B(f(x)))\} = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \mid f(x) \in B_{(b)}\} = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \mid x \in f^{-1}(B_{(b)})\} = \bigvee_{b \in M_1} \{g^{-1}(b) \wedge f^{-1}(B_{(b)})(x)\}$ 可证(2)中后一表达式, 同理可证前一表达式。

参 考 文 献

- [1] 何明, L-分明集上的双诱导映射, 科学通报, 6(1986), 475.
- [2] 王国俊, L-fuzzy 拓扑空间论, 西安: 陕西师范大学出版社, 1988.
- [3] 史福贵, LF 导算子与 LF 拓扑, 烟台师范学院学报(自), 3(1994), 161-166.