

理论力学

党锡淇 许庆余 主编

西安交通大学出版社

理 论 力 学

党锡淇 许庆余 (主编)

刘力行 朱因远 吴慧中

张义忠 郑丽芬 黄幼玲

(姓氏笔划为序)



西安交通大学出版社

内 容 简 介

本书是根据国家教委批准的、规定从1987年秋季起试行的工科理论力学课程教学基本要求(参考学时数为100~110)编写的。带“*”内容属于非基本要求,可根据专业需要选用。

本书包括静力学、运动学、动力学三部分。为了推广理论力学计算机辅助教学,在附录中对每一部分都提供一个辅助教学计算程序,供教学参考。

本书可作为高等工业学校机械、土建、水利、航空等类专业理论力学课程的教材,也可供其他专业和有关工程技术人员参考。

理 论 力 学

党锡洪 许庆余 主编

责任编辑 王新安

*

西安交通大学出版社出版

(西安市咸宁路28号)

西安电子科技大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 28.125 字数: 686 千字

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

印数: 1—4 000

ISBN 7-5605-0222-9/O·46 定价: 5.00元

前 言

近几十年来,世界科学技术有了飞速的发展和长足的进步。日益复杂的各类工程和产品向力学提出了各种各样的新问题。因而,理论力学已经成为工程技术人员必备的基础知识之一。它的任务是掌握物体机械运动的基本规律及其研究方法,学会运用这些规律分析、解决工程实际中比较简单的力学问题。理论力学是一门古老而又充满新的生命力的科学。它具有严密、完整的理论体系,理论的高度抽象性和联系实际的广泛性是它的显著特点。

本书按照经国家教委批准、于1987年秋季起试行的“工科理论力学课程教学基本要求”编写,适合于本科机械、航空、造船、土建等专业(参考学时数为100~110)。在内容阐述上,努力反映我校理论力学教学长期积累的经验。定稿时,在由党锡淇主编,西安交通大学出版社和光明日报出版社于1984年联合出版的《理论力学》(自学考试教材)的基础上,按照课程的“基本要求”,作了若干调整和修改。如置换了部分例题、习题和插图,改写或增编了拉格朗日方程、定点运动、质点相对运动动力学等内容。适当提高了起点和增加了深度。同时,考虑到当今工程技术中复杂力学问题的解决已离不开数字电子计算机,而利用计算机来解决力学问题,其基本的依据虽然未变,但处理问题的思路和方法与传统的相比有很大的变化,为此,本书在附录中提供了三个理论力学的计算机辅助教学程序。这些程序有很大的通用性,有兴趣和有条件的读者可以通过它们了解使用计算机处理力学问题的一般思路和奥秘以及计算机处理力学问题中的巨大潜力。

深刻、准确地理解力学的每一个概念以及理论结论是学好理论力学的关键。这需要一个反复训练的过程。解理论力学习题——联系实际力学问题的初步则是最有效的训练方法。通过解题练习,可以提高和深化对力学理论的认识,而反过来又提高了解题能力。如果只是学习力学的一般概念和理论,而不去联系实际,必将收效甚微。在本书中,提供了足够数量和足够深度的例题和习题。

书中带“*”的内容属于非基本要求,这些内容对于预备报考硕士研究生的读者是需要的。不带“*”的习题是基本题;带“*”的习题往往更为繁、难或需要更多的技巧性,时间不够的读者可以不去解这些题。

本书由党锡淇、许庆余主编,参加编写工作的还有吴慧中(1~4章)、刘力行(5~7章)、朱因远(8~9章)、郑丽芬(10~12章)、黄幼玲(17~18章)、张义忠(19~20章)等。李锦临、徐青萍曾参加了1984年版的编写工作。张克猛为全书设计,绘制了插图。

对书中不妥和疏漏之处,希望读者不吝指教。

绪 论

一、理论力学的研究对象和任务

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。所谓机械运动，指的是物体在空间的位置随时间而发生变化的一种运动形式。在我们周围的物质世界里，物质运动的形式是多种多样的，例如不仅有物体在空间位置的物理运动，而且还有化学的、生物的和社会的各种运动形式。理论力学所研究的机械运动，是物质运动的各种形式中最简单和初级的形式，却也是自然界和工程技术中最为常见的运动形式。

工科理论力学所研究的内容属于经典力学，它以17世纪牛顿所提出的基本定律为基础。运用这些基本定律，可以描述和预言宇宙中物体的运动。20世纪初，人们发现由牛顿基本定律推导出的理论结论与有充分实验依据的电磁理论和原子现象所推导出的一些结论不一致。这些不一致导致了时空概念的变革并产生了相对论力学和量子力学，指出了经典力学的局限性：它不适用于速度接近光速时的物体运动和微观粒子的运动。但是，对于运动速度比光速低得多，大小比原子、分子大得多的所谓宏观物体的运动，经典力学的结论仍然是令人满意的。也就是说，在一般工程问题中，以经典力学为依据，将具有足够的精确度。

与作为基础课的大学物理不同，理论力学是一门理论性较强的技术基础课。它是各门力学的基础，并在许多工程技术领域中有着广泛的应用。它的任务是使学生掌握质点、质点系和刚体的机械运动(包括平衡)的基本规律和研究方法，为学习有关的后继课程(如材料力学、机械原理、机械设计以及有关力学的专业课程)打好必要的基础，并为将来学习和掌握新的科学技术创造条件；使学生初步学会运用力学的原理和理论去分析、解决通常会在工程实际中遇到的力学问题。

二、力学简史

人类的生产是人们为了生存和不断提高生活水平而进行的最基本的实践活动。而理论则来自实践。生产的发展也是力学理论发生、形成和发展的源泉。科学与生产的发展是相互依赖的。远在距今四千多年前，人们已经开始制作舟、车和耕作机械，建筑宫室。与秦代兵马俑同时出土的铜车马，其设计和制造的精湛技艺，令现代人叹为观止。我国古代科学著作《墨经》记载了当时生产实践中获得的丰富经验，书中力学九条叙述了力的定义和杠杆平衡原理等。古希腊学者亚里士多德(公元前384~322)也曾作过力学方面的研究。尤其是阿基米德(公元前287~212)总结了在实践中积累起来的静力学知识，奠定了静力学的基础。他创立了平行力合成与分解的理论，发现了浮力定律。到十五世纪，资本主义开始兴起，贸易、航海发展起来，城市建设、航海造船和军事技术等的迅速发展向力学提出了新的刻不容缓的任务，从而激励了包括力学在内的科学的迅速发展。当时，波兰学者哥白尼(1473~1543)在总结了前人对天文观测的大量资料的基础上，创立了太阳中心说，在科学界引起了宇宙观的大革命。开普勒(1571~1630)根据哥白尼的学说，并继承了第谷·布拉赫(1546~1601)对行星绕日运动多年观测研究的成果，得出了著名的行星运行三大定律。这三大定律后来又成为牛顿发现万有引力的基础。此后，意大利学者伽利略(1564~1642)从观察落体运动中提出了加速度的概念，又在对物体沿斜面运动的研究中确立了惯性定律，因而奠定了动力学的初步

基础。接着,英国伟大的物理学家、数学家艾萨克·牛顿(1643~1727)总结了前人的成就,确定了若干基本定律,创立了经典力学。

此后,约翰·伯努利(1667~1748)提出了虚位移原理,这是解决系统静力学问题的普遍原理。达朗伯(1717~1785)给出一个为解决非自由质点系动力学的普遍原理——达朗伯原理。法国的数学力学家拉格朗日(1736~1813)在其著作《分析力学》中,按严格的数学方法,对静力学作了分析的叙述;他还把虚位移原理与达朗伯原理结合起来,导出了非自由质点系的运动微分方程,即著名的拉格朗日方程,为用数学分析的方法解决力学问题奠定了基础。在广泛使用数字电子计算机对力学问题进行数值计算的今天,拉格朗日方程更找到了广阔的用武之地。

随着科学技术的迅速进步,力学中分出了许多专门学科,例如振动理论,运动稳定性理论,刚体的定点运动与陀螺理论,变质量力学等。同时,力学也越来越多地渗入到其他学科中去与其他学科一起综合发展而形成诸如工程控制,生物力学,化学流体力学,物理力学等等新的学科。

三、研究方法

人们通过长期的生产实践,以及在生产实践的基础上运用观察和实验手段,经过抽象思维、分析综合,将大量有关机械运动的感性材料加以整理和改造,得到有关机械运动的概念,并进而建立起一些最基本的定律,作为这门科学的基础。再通过推演,得出运用于不同情况的各个定理和结论。人们在生产活动所观察到的现象是复杂多样的,必须要抓住所研究事物的本质,而暂时撇开其余次要的因素。力学研究中的抽象化方法也正是如此。例如,本来物体的质量是与运动速度有关的,但对速度远小于光速的宏观物体来说,我们可以认为质量与物体运动速度无关。又如,我们为了研究方便,把作机械运动的各种物体归结为几个力学的理想模型。在理论力学中遇到的有质点、质点系和刚体。这些力学模型都是在一定条件下,从实际物体抽象而来的。当然,如果所研究问题的性质变了,就必须考虑新的因素,建立新的模型。例如,研究飞机的运动轨迹,可忽略飞机的大小而视作质点。而当要考虑其强度或振动问题时,就需看作质点系(弹性体)。总之,正确的抽象不是脱离实际,而是更深刻地反映实际。

人们为了更好地改造自然,需要进一步对自然界有定量的认识,也就是说要把客观规律中的变化能够定量的表达出来。人们对于机械运动的认识也是这样的。在理论力学的研究中,经常借助于数学推演来进一步理解各力学量之间的内在联系和变化规律。事实上,数学本来是研究现实世界的量的关系和空间形式的科学。力学与其他科学一起常常为数学提供各种有关量的关系的资料,从而推动了数学的发展。而反过来,数学的发展又常常促进了力学和其他科学的发展。在近代工程技术中,许多复杂的力学问题如航天问题和各种大型复杂结构的力学分析问题等,借助于恰当的数值计算方法和高效能的电子计算机,往往可以得到满意的解决。但是,我们在学习理论力学时,却不可仅仅满足于了解数学推演,而忽视对力学规律本质的理解。

为了便于学习,通常把理论力学分为三部分,即静力学、运动学和动力学。静力学研究力的合成和在力系作用下刚体的平衡条件;运动学从几何的观点来研究点和刚体的机械运动而不考虑作用于其上的力;动力学研究力的作用和机械运动变化之间的关系。

目 录

前言
绪论

静 力 学

第一章 静力学的基本概念和公理

§ 1-1 静力学的任务 平衡和刚体的概念·····	(1)
§ 1-2 力·····	(2)
§ 1-3 静力学公理·····	(2)
§ 1-4 约束和约束反力·····	(4)
§ 1-5 受力图·····	(7)
学习指导 ·····	(9)
习 题 ·····	(9)

第二章 汇交力系

§ 2-1 汇交力系合成的几何法·····	(15)
§ 2-2 汇交力系平衡的几何条件·····	(17)
§ 2-3 力的分析表示法·····	(19)
§ 2-4 汇交力系合成的分析法·····	(20)
§ 2-5 汇交力系平衡的分析条件·····	(21)
学习指导 ·····	(23)
习 题 ·····	(24)

第三章 力 偶

§ 3-1 力偶和力偶矩·····	(29)
§ 3-2 力偶的等效定理·····	(29)
§ 3-3 力偶矩矢量·····	(31)
§ 3-4 力偶系的合成·····	(31)
§ 3-5 力偶系的平衡条件·····	(33)
学习指导 ·····	(34)
习 题 ·····	(34)

第四章 平面力系

§ 4-1 力对点之矩·····	(37)
§ 4-2 力的平移定理·····	(37)
§ 4-3 平面力系向作用面内一点简化 主矢和主矩·····	(38)
§ 4-4 平面力系简化结果的讨论 合力矩定理·····	(40)
§ 4-5 平面力系的平衡条件 平面力系的平衡方程·····	(41)

§ 4-6 静不定问题的概念·····	(46)
§ 4-7 几个物体组成的系统的平衡·····	(47)
§ 4-8 平面简单桁架内力的计算·····	(50)
学习指导 ·····	(53)
习 题 ·····	(54)

第五章 摩 擦

§ 5-1 滑动摩擦 滑动摩擦近似定律·····	(62)
§ 5-2 摩擦角 自锁现象·····	(63)
§ 5-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题·····	(65)
§ 5-4 滚动摩擦的概念·····	(71)
学习指导 ·····	(75)
习 题 ·····	(75)

第六章 空间力系

§ 6-1 力对点之矩的矢量表示法·····	(81)
§ 6-2 力对轴之矩·····	(82)
§ 6-3 力对已知点之矩与对通过此点的轴之矩间的关系·····	(83)
§ 6-4 空间力系向已知点简化 主矢和主矩·····	(84)
§ 6-5 空间力系的合成结果·····	(85)
§ 6-6 空间力系的平衡条件·····	(87)
学习指导 ·····	(92)
习 题 ·····	(93)

第七章 平行力系中心与重心

§ 7-1 平行力系中心·····	(98)
§ 7-2 物体的重心·····	(99)
§ 7-3 确定重心位置的其他方法·····	(104)
学习指导 ·····	(107)
习 题 ·····	(108)

运 动 学

第八章 点的运动

§ 8-1 运动学导言·····	(111)
§ 8-2 点的运动方程·····	(112)
§ 8-3 矢量导数·····	(114)
§ 8-4 点的速度和加速度·····	(115)
§ 8-5 自然法表示点的速度和加速度·····	(119)
学习指导 ·····	(123)
习 题 ·····	(124)

第九章 刚体的基本运动

§ 9-1 刚体的平动	(128)
§ 9-2 刚体绕定轴转动	(129)
学习指导	(133)
习 题	(133)
第十章 点的复合运动	
§ 10-1 点的绝对运动和相对运动 牵连运动	(137)
§ 10-2 点的速度合成定理	(138)
§ 10-3 牵连运动为平动时点的加速度合成定理	(142)
§ 10-4 牵连运动为转动时点的加速度合成定理	(145)
学习指导	(153)
习 题	(154)
第十一章 刚体平面运动	
§ 11-1 刚体平面运动方程	(162)
§ 11-2 平面运动分解为平动和转动	(163)
§ 11-3 平面图形上各点的速度	(164)
§ 11-4 平面图形上各点的加速度	(170)
§ 11-5 刚体绕平行轴转动的合成	(174)
学习指导	(177)
习 题	(177)
*第十二章 刚体绕定点运动和自由刚体运动	
§ 12-1 欧拉角 刚体绕定点运动的运动方程	(186)
§ 12-2 欧拉定理 瞬时转动轴 角速度 角加速度	(187)
§ 12-3 刚体绕相交轴转动的合成	(188)
§ 12-4 绕定点运动刚体上各点的速度和加速度	(189)
§ 12-5 自由刚体的运动	(191)
学习指导	(192)
习 题	(192)

动 力 学

第十三章 动力学基本定律

§ 13-1 动力学的任务	(195)
§ 13-2 动力学基本定律	(195)
§ 13-3 经典力学的适用范围和惯性坐标系	(197)
§ 13-4 力学的单位制和量纲	(197)
§ 13-5 质点运动微分方程式	(198)
§ 13-6 质点动力学第一类问题——已知运动求力	(199)
§ 13-7 质点动力学第二类问题——已知力求运动	(200)
* § 13-8 质点在非惯性坐标系中的运动	(205)

学习指导	(211)
习 题	(212)
第十四章 动量定理	
§ 14-1 质点动量定理	(217)
§ 14-2 质点系动量定理	(220)
§ 14-3 动量定理在流体中的应用	(224)
§ 14-4 质心运动定理	(226)
§ 14-5 变质量质点的运动微分方程式	(231)
学习指导	(234)
习 题	(234)
第十五章 动量矩定理	
§ 15-1 质点动量矩定理	(239)
§ 15-2 质点系动量矩定理	(242)
§ 15-3 刚体定轴转动微分方程式	(246)
§ 15-4 转动惯量 平行轴定理	(248)
§ 15-5 相对于质心的动量矩定理	(255)
§ 15-6 刚体平面运动微分方程式	(257)
* § 15-7 陀螺的近似理论	(260)
学习指导	(264)
习 题	(264)
第十六章 动能定理	
§ 16-1 力的功	(272)
§ 16-2 质点动能定理	(276)
§ 16-3 质点系动能定理	(279)
§ 16-4 功率和功率方程	(286)
§ 16-5 势力场 机械能守恒定律	(288)
§ 16-6 动力学普遍定理的综合应用	(293)
学习指导	(297)
习 题(包括综合题)	(298)
第十七章 碰 撞	
§ 17-1 碰撞现象 碰撞过程计算的两点简化	(307)
§ 17-2 碰撞时的动量定理和动量矩定理	(308)
§ 17-3 两个物体的对心正碰撞 恢复系数	(311)
§ 17-4 碰撞冲量对绕定轴转动刚体的作用 撞击中心	(316)
学习指导	(318)
习 题	(318)
第十八章 达朗伯原理	
§ 18-1 达朗伯原理	(321)
§ 18-2 刚体的惯性力系	(325)

§ 18-3 刚体绕定轴转动时轴承的动反力 惯性主轴	(333)
§ 18-4 转子的静平衡和动平衡	(337)
学习指导	(338)
习 题	(339)
第十九章 虚位移原理	
§ 19-1 约束 自由度	(344)
§ 19-2 虚位移	(346)
§ 19-3 理想约束	(347)
§ 19-4 虚位移原理	(349)
§ 19-5 广义坐标 广义力	(354)
§ 19-6 以广义力表示的质点系的平衡条件	(357)
学习指导	(361)
习 题	(361)
第二十章 动力学普遍方程和拉格朗日方程	
§ 20-1 动力学普遍方程	(365)
§ 20-2 拉格朗日方程	(368)
学习指导	(374)
习 题	(374)
第二十一章 振动的基本理论	
§ 21-1 自由振动	(378)
§ 21-2 衰减振动	(383)
§ 21-3 受迫振动 共振	(385)
§ 21-4 阻尼对受迫振动的影响	(388)
§ 21-5 振动的消减和隔离	(392)
学习指导	(395)
习 题	(396)
附录 理论力学计算机辅助教学计算程序	
习题答案	
(428)	

静 力 学

第一章 静力学的基本概念和公理

本章指明静力学的任务；阐述平衡、刚体、力等基本概念和静力学公理；介绍几种工程中常见的约束，并讨论物体受力分析的方法。本章是静力学的基础。

§ 1-1 静力学的任务 平衡和刚体的概念

静力学任务 静力学研究物体平衡的普遍规律；或者说，是研究物体平衡时作用于物体上所有的力（简称力系）所应满足的条件，即力系的平衡条件。

在研究力系平衡条件时，我们总是先把力系加以合成或简化，也就是说，用一个比较简单的力系来替代原来的力系，这样就易于求得力系的平衡条件。所以静力学任务主要有两个：(1)力系的合成或简化；(2)力系的平衡条件。

平衡 在静力学中，可以把物体处于“平衡”理解为物体相对于地面保持静止或作匀速直线平动。例如，地面上的各种建筑物、桥梁，在直线路面上匀速行驶的汽车车厢等都是处于平衡的例子。关于平衡的更完备的定义将在动力学中进一步阐述。物体的平衡是运动的特殊情况，平衡的规律远比运动的规律来得简单，因此它最先为人们所掌握。我们在设计机器的部件和建筑物的构件时，最初碰到的许多力学问题是静力分析问题，而静力学中力系合成与简化的规律在动力学中也有重大的意义，所以静力学在工程技术中具有重要地位。

刚体 任何物体在受到力的作用时，都要产生不同程度的变形。例如，列车驶过铁桥时，桥梁产生弯曲变形，桥墩产生压缩变形。又如，工程上规定：机床在高速切削时，主轴以及其他各传动轴的最大挠度不能超过轴承间距离的 0.02%，最大扭角在 20~25 倍直径的长度内不能超过 1° ，轴承处的最大倾角不能超过 0.06° 等，都充分说明了物体受力作用时要变形。但在很多情况下，物体的变形对于研究物体平衡问题的影响很小，可以略去不计。为此，我们引入刚体的概念。所谓刚体，是指在力的作用下不会变形的物体。或者说，是指在力作用下，物体任意二点间距离都不会改变的物体。显然，刚体是根据物体变形对所研究问题的影响很小这一客观事实而建立的一个力学模型，这是撇开次要矛盾，抓主要矛盾的一种科学抽象。必须明确，一个物体能否看作刚体，不仅与变形大小有关，而且还取决于问题本身的要求。本书的静力学部分，是研究刚体在力系作用下平衡的规律，所以又称刚体静力学。以后我们将会看到，当研究变形体（物体的变形不容忽略）的平衡问题时，也要用到刚体静力学的理论，所以刚体静力学是变形体静力学的基础。

§ 1-2 力

当人们推动某一物体使它的运动状态发生改变时,由本身筋肉的紧张感觉而产生了最初的力的概念。继而从观察自然界一系列现象(例如行星绕太阳运动、物体向地面坠落等)中认识到物体的运动状态之所以会发生改变,是由于物体间存在着相互作用的缘故。可见,力是物体间的相互机械作用,这种作用使这些物体的运动状态发生变化(包括变形)。

力使物体运动状态(包括平衡状态)发生改变的效应称为外效应,而使物体形状发生改变的效应称为内效应。显然,对于刚体来说,力只有外效应。

在工程实际中,我们会遇到各种力:重力、弹性力、滑动摩擦力、…。由观察及试验可以看出,决定力对物体作用的有下列三个要素:(1)力的大小,(2)力的方向,(3)力的作用点;因而力是一个有大小和方向的物理量,且在下一节中还将阐明力的相加是遵循矢量相加法则的,所以力是矢量。本书正文中,代表矢量的字母用黑体表示(例如 $\mathbf{F}$)。和一切矢量一样,可用一带有箭头的有向线段(矢线) AB 表示力 $\mathbf{F}$ (图 1-1),矢线的起点 A (图 1-1(a)),或终点 B (图 1-1(b)),表示力的作用点,矢线的方向表示力的方向,矢线的长度按选定的比例表示力的大小。

在国际单位制中,力的单位是牛顿(N)。工程上曾采用工程单位制,力的单位是公斤力(kgf)。它们的换算关系是

$$1(\text{kgf}) \approx 9.8(\text{N})$$

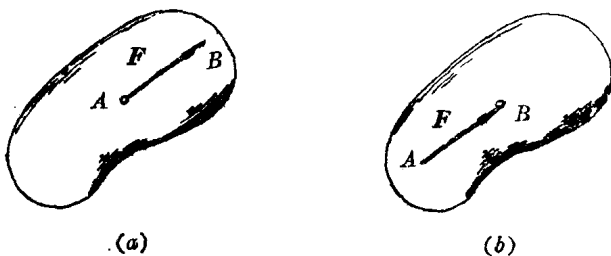


图 1-1

通常,物体会受到一群力的同时作用,这一群力称为力系。如果作用在刚体上的力系可用另一力系来代替,而不改变刚体在原力系作用下的效应,则此二力系称为等效力系。若一个力与一个力系等效,则称此力为该力系的合力。如果刚体在某力系作用下能保持平衡状态,则称此力系为平衡力系。平衡力系中各个力对刚体的外效应相互抵消。

§ 1-3 静力学公理

下面分别阐述作为静力学基础的五个公理。这些公理是人们在实践中,对处于平衡和运动的物体进行了长期观察和实验,而后得出的关于力的基本性质的概括和总结。

公理1(两力平衡公理) 作用于同一刚体上的两个力,使刚体处于平衡的必要且充分条件是:这两个力大小相等、方向相反、沿同一直线(简称这两个力等值、反向、共线)。

公理1阐明了由两个力组成的最简单力系的平衡条件。是论证在力系作用下刚体平衡条件的基础。

公理2(加减平衡力系公理) 可以在作用于刚体的力系中添加或取去平衡力系,而不改变原力系对刚体的作用。

公理2是力系简化的理论基础。它表明,彼此相差平衡力系的两个力系是等效的。

推论(力的可传性) 作用在刚体上的力, 可沿其作用线在刚体内(或在刚体延拓部分)任意移动, 而不改变此力对刚体的作用。

证明 设力 F 作用于刚体上的 A 点(图 1-2(a)), 今在此力的作用线 LL' 上任取一点 B , 在 B 点添加两个沿 LL' 线而方向相反的力 F_1 和 F_2 , 且令 $F_1 = F_2 = F$ (图 1-2(b))。根据公理 1 知道, F_1 和 F_2 构成平衡力系; 再由公理 2 知道, 添加此两力后的力系(F , F_1 , F_2)与原来的力 F 等效。另一方面, 由于 F_2 和 F 等值、反向、共线, 也构成平衡力系, 又可从力系(F , F_1 , F_2)中取去, 于是 F 与 F_1 等效; 显然 F_1 与 F 大小和方向都相同, 即相当于我们将力 F 从 A 点沿着其作用线移到 B 点(图 1-2(c))。力的可传性由此得证。

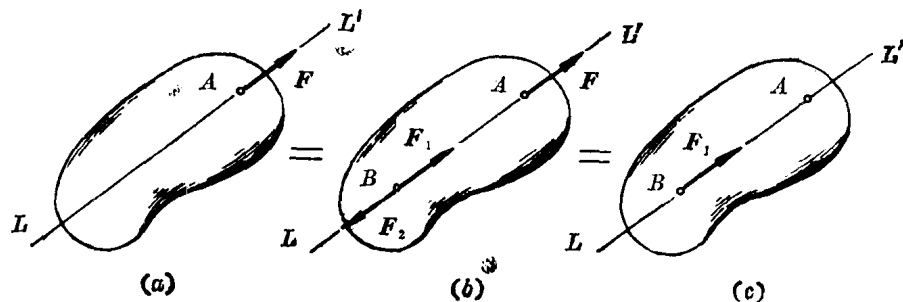


图 1-2

由于力可沿其作用线移动而不改变其对刚体的作用, 所以作用在刚体上的力是滑动矢量。

公理3(力的平行四边形公理) 作用于物体上同一点 A 的两个力 F_1 和 F_2 的合力 R 也作用在 A 点, 其大小与方向由以 F_1 和 F_2 为邻边所作的平行四边形的对角线表示(图 1-3)。即可以写成按矢量加法运算的公式

$$R = F_1 + F_2$$

公理 3 是研究力系的合成和力的分解的基础。

推论(三力平衡定理) 若刚体受三个力作用而处于平衡, 且其中二力作用线相交于一点, 则这三个力必位于同一平面内, 且它们的作用线必定汇交于一点。

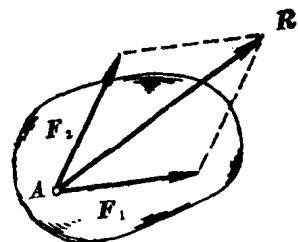


图 1-3

证明 设图 1-4(a)所示刚体在 F_1 、 F_2 和 F_3 三个力作用下处于平衡, 且这三个力中, F_1 和 F_2 的作用线交于 B 点。按力的可传性, 将 F_1 和 F_2 分别沿各自的作用线移到 B 点, 并按平行四边形公理将 F_1 和 F_2 合成为一个作用于 B 点的合力 R (图 1-4(b))。这样, 刚体

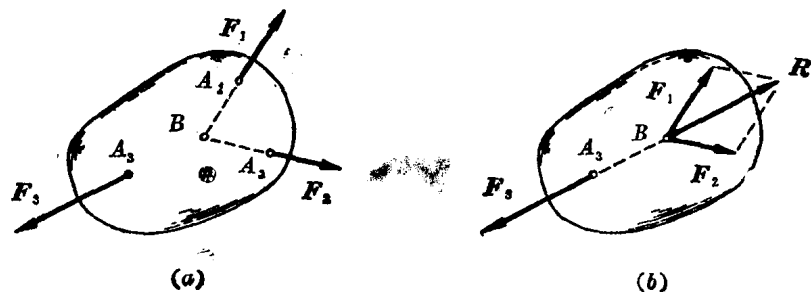


图 1-4

就在 R 和 F_3 两个力作用下处于平衡。由公理 1 知, R 与 F_3 必须共线。由于 R 的作用线通过 B 点且与 F_1 和 F_2 在同一平面内, 所以 F_3 的作用线也必定通过 B 点, 且与 F_1 和 F_2 在同一平面内。定理由此得证。

应当指出, 当三力中二力相交时, 三个力汇交是三个力平衡的必要条件而非充分条件, 因为任意三个作用在同一平面内且相交于一点的力, 显然不一定是平衡的。

公理4(作用与反作用公理) 当甲物体对乙物体有作用力的同时, 甲物体也受到来自乙物体的反作用力; 作用力与反作用力大小相等、方向相反、沿同一直线。

公理 4 是由研究一个物体的平衡问题过渡到研究几个物体组成的“物体系统”的平衡问题的桥梁。由这公理可以看到, 力总是成对出现的。

公理5(刚化公理) 当变形体在某力系作用下处于平衡状态时, 如假想这变形体为刚体, 则此假想刚体在该力系作用下仍将保持平衡。

例如, 绳 AB 在力 F_1 和 F_2 作用下处于平衡(图1-5(a)), 现将绳假想为一不会变形的刚杆 AB , 则此刚杆在 F_1 和 F_2 作用下仍然平衡(图1-5(b))。

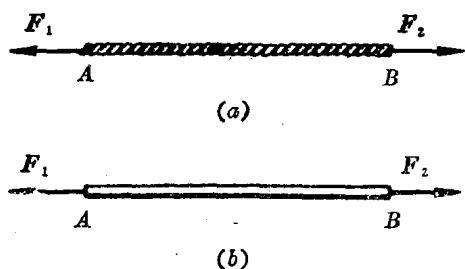


图 1-5

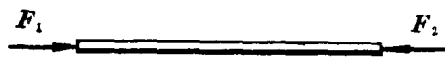


图 1-6

既然将平衡的变形体“刚化”成刚体后, 此刚体仍保持平衡, 可见, 变形体平衡时必须满足刚体的平衡条件。但须注意, 刚杆在图 1-6 所示之两个等值、反向、共线的力 F_1 和 F_2 作用下能够平衡, 而绳在这样两个力作用下显然是不能平衡的。所以, 刚体的平衡条件仅是变形体平衡的必要条件, 而并非充分条件。

公理 5 建立了刚体静力学和变形体静力学之间的联系, 使刚体的平衡条件能应用到变形体的平衡问题中去。

§ 1-4 约束和约束反力

有些物体, 它们在空间的位移不受任何限制, 例如空中的气球和飞行中的火箭等。而有些物体, 由于受到与之联接或接触的其他物体的限制, 以致在空间的位移受到一定的限制, 例如, 置于桌上的书本不可能向下运动, 受铁轨限制的机车只能沿轨道运动等。在空间可作任意位移的物体称为**自由体**; 位移受到限制的物体称为**非自由体**。那些限制非自由体位移的物体则称为该非自由体的**约束**。例如上述例子中, 桌面是书的约束, 铁轨是机车的约束等。

既然约束阻碍物体某些方向的位移, 那么, 当物体沿着约束所能阻碍的方向有运动趋势时, 物体对约束就有作用力。同时, 约束也对物体有反作用力以阻碍物体的运动。约束作用

于被约束物体的力称为**约束反作用力**，简称**约束(反)力**或**反力**

那些不是约束反力的力(例如重力)都称为**主动力**。主动力能主动地改变物体运动状态，它的大小和方向不直接依赖于作用在物体上的其他力。与主动力不同，约束反力要由作用在物体上的其他力决定(在动力学问题中，约束反力还与运动情况有关)。在静力学中，约束反力的大小要根据平衡条件求得，至于它的方向则总是与约束所能阻碍的位移方向相反。当约束能阻碍物体几个方向的位移时，约束反力的方向也必须根据平衡条件来决定。

正确确定约束反力的方向在解决静力学问题时起着非常重要的作用。下面介绍几种工程中常见的约束，着重说明如何确定约束反力的方向。

(1) **柔软且不可伸长的绳索**(包括**链条、胶带**) 由于绳索只能承受拉力，只能阻碍物体沿绳索伸长方向的位移，所以绳索约束反力的方位沿绳索本身，指向背离物体。

例如图 1-7 中，用绳索吊起重物，绳索作用于重物的约束反力 T_A 和 T_B 沿绳索而背离物体，其大小由平衡条件来确定。

(2) **光滑接触面** 光滑接触面不能阻碍物体沿接触表面切线方向的位移，它只能阻碍物体沿着接触点公法线朝向约束的位移。所以，光滑接触面的约束反力必定沿着接触点的公法线而指向被约束物体。例如图 1-8 所示的 N 和图 1-9 所示的 N_A 和 N_B 。

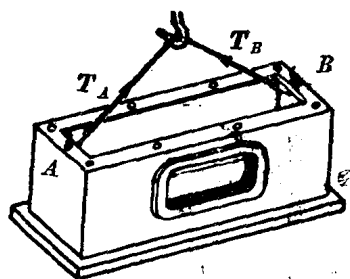


图 1-7

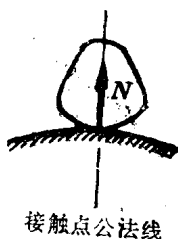


图 1-8

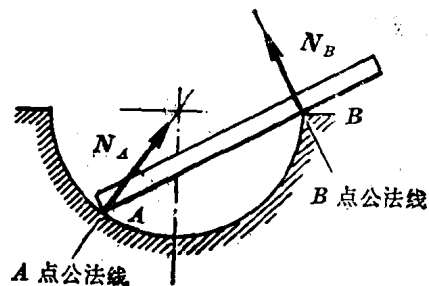


图 1-9

工程上常用的滚动支座(或称**辊轴支座**)如图 1-10(a)所示，它有几个圆柱形滚子，可以沿支座面滚动，这种支座的约束性质与光滑接触面相同，其约束反力必定垂直于支座面。图 1-10(b)是滚动支座的两种简图。

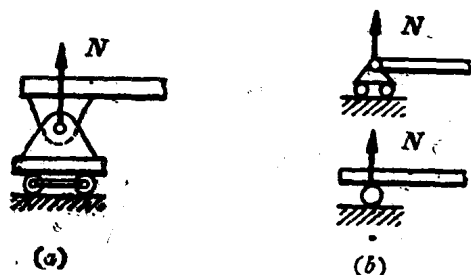


图 1-10

(3) **光滑圆柱铰链和颈轴承** 在两个物体 A 和 B 上钻同样大小的圆孔(图 1-11(a))，并用圆柱销钉 C 穿入圆孔，将两个物体连接起来(图 1-11(b))，

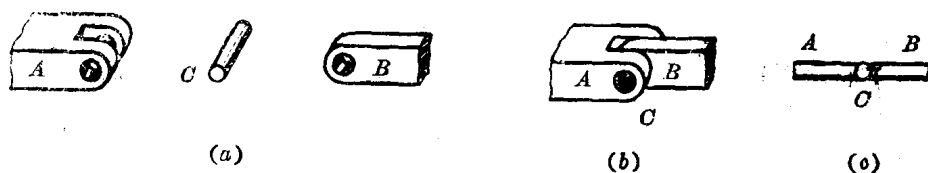


图 1-11

形成彼此只能绕销钉轴线转动，而不能在垂直于销钉轴线的方向上(即径向)有任何相对位移的约束，称为**圆柱铰链约束**(简图表示如图 1-11(c))。工程实际中的门窗活页、活塞销都是这种约束。

由图 1-12 可以看出，销钉与孔之间实际上是两个圆柱面接触，当接触面光滑时，约束反力必定沿接触点的公法线而通过铰链圆孔中心。因此，光滑圆柱铰链的约束反力必定在垂直于销钉轴线的平面内并通过圆心。但因为两个圆柱面接触点的位置不能预先确定，故约束反力的方向(图 1-12 中以 α 角表示)未定。通常可用过圆心的两个大小未知的正交分力 N_x 和 N_y 来表示(图 1-13)。

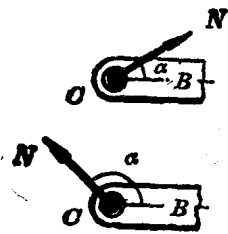


图 1-12



图 1-13

如果其中一个物体固定不动(如图 1-14 中的物体 A)，即构成工程上广泛应用的**固定铰链支座**。其简图及约束反力如图 1-15 所示。

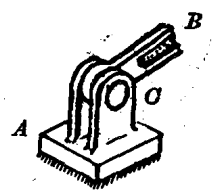


图 1-14

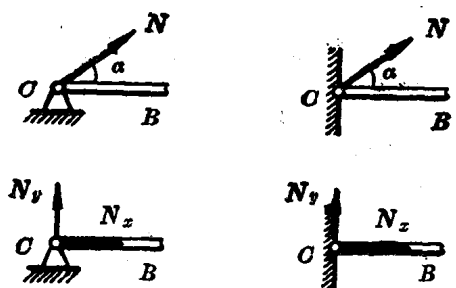


图 1-15

如果一物体的圆柱形部分转动于另一物体的圆孔内(图 1-16)，工程上称之为**颈轴承**，转动的物体通常称为**转轴**或**轴**，具有圆孔的物体称为**轴承**。显然，颈轴承的约束反力也和圆柱铰链相同，其作用线通过圆心且垂直于轴线，方向未定，如图 1-16 所示。

以后本书中凡提到**圆柱铰链或铰链**，一般都是指光滑圆柱铰链。

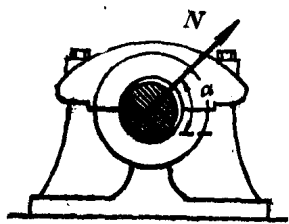


图 1-16

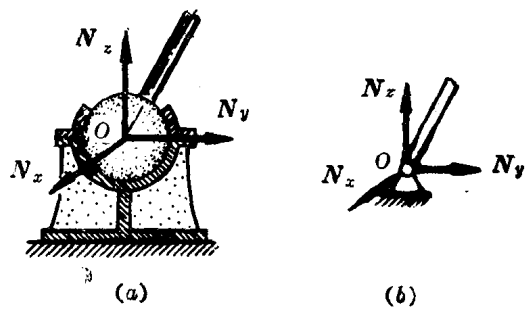


图 1-17