无敌®

$$\pi \times 15^2 \times \frac{144}{360} = 90\pi(cm^2)$$

无敌升学应考系列

SUPER

无敌高二数学 2

S mathematics

全国重点名校名师根据高中教材编写

高中学生应考必备

图书在版编目(CIP)数据

无敌高二数学/曹付生编著．—北京:海豚出版社,2001.5

ISBN 7－80138－213－7

Ⅰ.无…Ⅱ.曹…Ⅲ.数学课－高中－教学参考资料Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第23630号

无敌高二数学 2

2001年8月第1版

- 创意设计：台湾'SUPER'创意工作室
- 撰　　文：李家智　曹付生
- 总 编 辑：吴娄如
- 责任编辑：周海蓉　齐海光
- 文字编辑：胡萍　王冬军　曹芸
- 封面设计：康玫玫

- 编　　者：海豚出版社编辑部
- 出 版 者：海豚出版社
  北京市西城区百万庄路24号　邮编:100037
- 行销策划：北京光海文化用品有限公司
  北京市东直门内大街177号7层　邮编:100007
- 服务电话：(010)64075239、40、41

- 法律顾问：北京文思律师事务所
  沈恒德律师、符霜叶律师
- 发 行 者：新华书店经销
- 印　　刷：北京国彩印刷有限公司
- 印　　次：2001年10月第1版第2次印刷
- 开　　本：889×1194mm　1/32　7.5印张
- 印　　数：40.001－70.000册
- ISBN　7－80138－213－7/G·389
- 定　　价：25.00元

作者　李家智

中学高级教师，现任北京市西城区数学研究中心中学教研室副主任，西城区数学会副秘书长，西城区中学数学学科带头人，多年从事中学数学教学和教研工作。曾在《中学数学》、《中学生数理化》等多种杂志上发表文章几十篇，编写了《今年高考考什么》、《高中数学应用题》高效同步自学丛书等多本书籍。

作者　曹付生

1989年毕业于北京师范大学数学系。现任北京师范大学附属实验中学数学组数学教师。曾获西城区优秀青年教师"希望杯"奖。曾参加《高中立体几何教案选》的编写工作。

SUPER

名师根据高中教材编写

无敌高二数学

2

mathematics

海豚出版社

mathematics

学数学，原本并不难

编者序

在期待中，辛劳中，喜悦中，责任中，我们同读者一起收获了高中数学。从孕育到生产完成的过程中有无数读者给予了鼓舞与鞭策。在《无敌初中数学》的基础上，我们再邀名师，吸取经验，提炼精华，倾力编写，完成此书，期望"百尺竿头，更进一步"。

数学在中小学课程设置中相当重要，特别是在高考中常是拉分的关键，但长期以来，它一直扮演着"拦路虎"的角色，学生深知其重要，却又畏惧。我们本着"兴趣是最好的老师"，致力于激发同学们对学习的兴趣及热忱，消除其畏惧心理，设计上先以彩色面目引人，而后以精湛翔实内容灌输，做到"华而且实"，如名师在旁，娓娓叙述，既弥补学生课上未及消化的部分，又起到加深巩固的作用。我们的目标是"请君入瓮"，一旦进入，必会发现别有洞天，一有收获，自会激起兴趣，增加信心，便会觉"学数学，原本并不难!"

根据不同年级的特点，我们做了不同的划分。高一数学立足于思路引领、方法指导，并配以详尽的解说，使其"入门有道"；高二数学则重于理论与实践的结合，在实际演练中，将思路拓宽；高三数学则紧跟高考，除了历次高考涉及的各种题型、各种解法的详尽指示，尚有针对各层次学生的应试技巧辅导，精彩题库任你遨游。

学习不是死记硬背，不是搞题海战术，而是应掌握良好的思维习惯。基于此，本套三册书均重于典型题的思路分析，题后的概括总结也起到举一反三的作用。"良好的开始，成功的一半"，高一时播下的良好的种子，经历高二的辛劳耕耘，必会在高三结出累累硕果。

我们在此预祝我们新书的出世能给莘莘学子带来更大的帮助，同时它也期待着与更多新老朋友结识，共创明天的坦途。

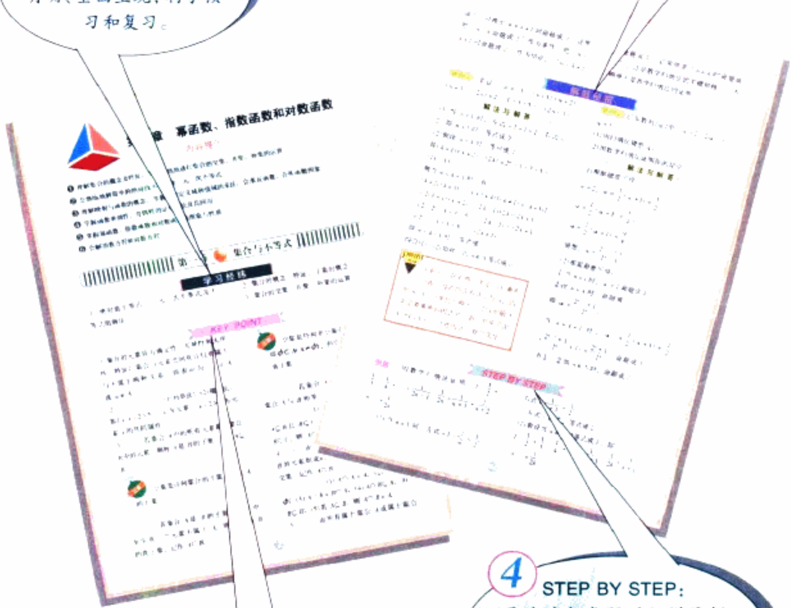
2001 年 7 月 30 日

本书编辑特色

代数

1 学习经纬： 将该节重点清晰、明确、全面呈现，利于预习和复习。

3 解题秘招： 以例题形式讲解本节所涉及之定义、公式、定理、性质……从而帮助学生加深对概念的理解。



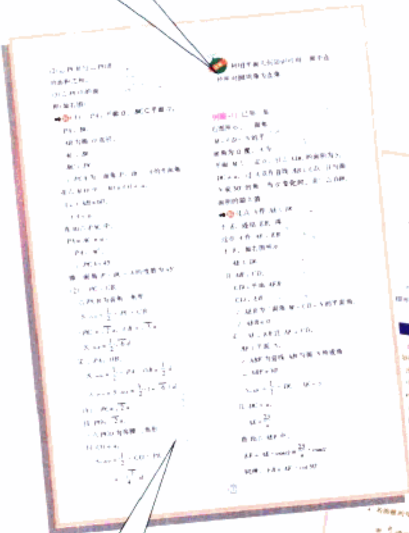
2 KEY POINT： 将教材中必背公式及解题必备技巧特别提炼出来，是学生应牢牢掌握之知识点。

4 STEP BY STEP： 通过对各类题型之详尽解答，于步骤中逐一示范解题技巧，由此举一反三，使数学学习事半功倍。

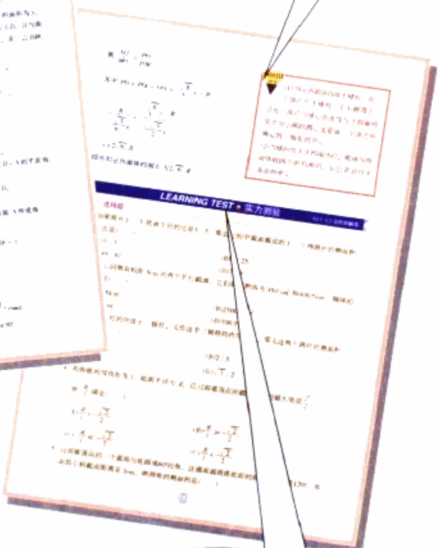
与使用方法

几何

5 注意：
在学习过程中，随时随地提醒学生应强烈注意的地方，避免细节失误。



7 Point 指导：
将数学的解题思路、方法和易错失分之处特别归纳指出，是应考的提分秘诀。



6 图形：
全部图形均彩色化，不仅清晰明确，更利于理解题目并攻克难题。

8 LEARNING TEST · 实力测验：
采用习题的形式，帮助学生真实检测学习成效，书后附答案及解题思路供参考。

目录

代数

第五章 不等式—7

第六章 数列、极限、数学归纳法—41

第七章 复数—65

第八章 排列、组合、二项式定理—83

几何

第一章 直线—101

第二章 圆锥曲线—139

第三章 参数方程、极坐标—189

实力测验·答案

第五章　不等式

内容提示

❶ 掌握不等式的概念．

❷ 掌握不等式的性质，它是证明不等式和解不等式的基础和依据．

❸ 掌握证明不等式的几种常用方法：比较法、综合法、分析法和放缩法、反证法等．

❹ 熟练掌握一元一次不等式(组)，一元二次不等式(组)，分式不等式、高次不等式，无理不等式，指数、对数不等式的解法．

❺ 掌握含有绝对值不等式的性质，证明方法及解法．

第一节　不等式的概念和性质

学习经纬

1 熟练掌握实数比较大小的依据:

$a>b \Leftrightarrow a-b>0$;

$a=b \Leftrightarrow a-b=0$;

$a<b \Leftrightarrow a-b<0$.

2 利用上述实数比较大小的依据，将比较大小的问题转化为二数(或二式)的差的符号问题，这是本章全部内容展开的基础．

3 系统掌握不等式的五个性质及其推论．

4 本节重点是利用实数比较大小的依据，证明不等式的性质及推论．难点是掌握不等式性质定理的条件和应用．

KEY POINT

不等式性质定理

定理·1　$a>b \Leftrightarrow b<a$ (反身性);

定理·2　$a>b$，$b>c \Rightarrow a>c$ (传递性);

定理·3　$a>b \Rightarrow a+c>b+c$ (加法性质);

定理·4　$a>b$，$c>0 \Rightarrow ac>bc$，

$a>b$，$c<0 \Rightarrow ac<bc$ (乘法性质);

定理·5　$a>b>0 \Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$ ($n\in Z$，且 $n>1$) (开方性质).

由以上定理可以推出以下结论:

(1) $a>b$，$c>d \Rightarrow a+c>b+d$;

(2) $a>b$，$c<d \Rightarrow a-c>b-d$;

(3) $a>b>0$，$c>d>0 \Rightarrow ac>bd$;

(4) $a>b>0 \Rightarrow a^n>b^n$ ($n\in R$);

(5) $a>b$, $c\in R \Rightarrow ac^2 \geqslant bc^2$;

(6) $a>b$，$ab>0 \Rightarrow \dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$.

解题秘招

举例·1 比较 a^4-b^4 与 $4a^3(a-b)$ 的大小．

解法与解答

$\because a^4-b^4-4a^3(a-b)$

$=(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3-4a^3)$

$=(a-b)[(a^2b-a^3)+(ab^2-a^3)$

$+(b^3-a^3)]$

$= -(a-b)^2(3a^2+2ab+b^2)$

$= -(a-b)^2[(\sqrt{3}a+\frac{b}{\sqrt{3}})^2+\frac{2b^2}{3}]$

$\leqslant 0$.

（当且仅当 $a=b$ 时，取等号）

$\therefore a^4-b^4\leqslant 4a^3(a-b)$.

> **point 指导**
> 比较两数(或两式)的大小常用作差比较法.
> 在两数(或两式)同号时，可用作商比较法来比较它们的大小.
> 比较两个无理式的大小时，常用乘方的方法.
> 作差法是其中最基本的方法，由得到的差是正数或零，还是负数来判断大小.基本过程是作差，对差的正负作出判断，得到结论.其中关键是“对差的正负作出判断”.

举例·）已知：$a>b, c<d$，求证：$a-c>b-d$.

解法与解答

证法一：$\because a>b$，$c<d$，

$\therefore a>b$，$d>c$.

$\therefore a+d>b+c$.

$\therefore a-c>b-d$.

> **point 指导**
> 上述证明利用了性质 1 和性质 3，也可用性质 4 来证明本题.

证法二：由于 $a>b$，$c<d$，

有 $a>b$，$-c>-d$，

$\therefore$由性质定理得：

有 $a-c>b-d$.

（举例·）若 $a<b<0$，$0>c>d$，求证：$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

解法与解答

$\begin{cases} a<b<0, \\ d<c<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a>-b>0, \\ \frac{1}{c}<\frac{1}{d}<0. \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} -a>-b>0, \\ -\frac{1}{c}>-\frac{1}{d}>0 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

> **point 指导**
> 本题证明运用了性质定理 4 及其推论（见“key pnint”推论 4、5).
> 推论(5)中，$\because ab>0$，$\therefore a$、b 同号，
> 故若 $a>b>0$，则 $0<\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$；
> 若 $0>a>b$，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$；
> 若 $a>0>b$，则 $\frac{1}{a}>0>\frac{1}{b}$.
> 此推论与定理 5 结合，可推出：若 $a>b>0$，S 为正有理数，则 $a^S>b^S$.

举例·）已知 a、b、$c\in R$，则下列推理中正确的是(　　).

(A) $a>b\Rightarrow am^2>bm^2$

(B) $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}\Rightarrow a>b$

(C) $a^3>b^3$，$ab>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

(D) $a^2>b^2$，$ab>0\Rightarrow\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

解法与解答

选(C).

$\because$(A)中若 $m=0$ 不成立，(B)中若 $c<0$ 不成立，(C)中 $a^3-b^3>0\Rightarrow(a-b)\cdot(a^2+$

$ab+b^2)>0$.

$\because a^2+ab+b^2>0$ 恒成立，

故 $a-b>0$.

$\therefore a>b$,

又由于 $ab>0$,

$\therefore \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

(D)中 $a^2>b^2 \Rightarrow (a+b)(a-b)>0$ 不能说明 $a>b$,

故选(C).

STEP BY STEP

例题·1 比较 $3x^2-x+1$ 与 $2x^2+x-1$ 的大小.

解 $\because (3x^2-x+1)-(2x^2+x-1)$

$=x^2-2x+2$

$=(x-1)^2+1>0$.

$\therefore 3x^2-x+1>2x^2+x-1$.

> 本题作差后配成一个完全平方式与常数 1 的和，再利用实数的特征判断符号.

例题·2 已知 $3<a\leqslant 6$, $-6\leqslant b<-3$，求 $a-b$，ab 的取值范围.

解 $\because 3<a\leqslant 6$, $-6\leqslant b<-3$,

$\therefore 3<-b\leqslant 6$,

则 $6<a-b\leqslant 12$,

又 $\because$ $9<a(-b)\leqslant 36$,

即 $9<-ab\leqslant 36$,

$\therefore -36\leqslant ab<-9$.

> **point 指导** 根据不等式的性质，同向不等式可以相加，不等式相减应转化为同向不等式相加；不等式相乘应转化为同向不等式且不等式两边均为正数，相除应转化为相乘的不等式性质运用.

例题·3 已知 $a>b(ab\neq 0)$，试比较 $\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{b}$ 的大小.

解 若 $ab<0$，注意到 $a>b$，故只能是 $a>0$，$b<0$，显然有 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$;

若 $ab>0$，则 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}<0$,

$\therefore \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

> **point 指导** (1)含有字母的式子比较大小，有时需要对字母的取值情况讨论.(2)当 $ab>0$ 时，$a>b \Leftrightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 或 $a<b \Leftrightarrow \frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ 可当作性质来用，简记为：两个正数(或负数)的大小与它们各自倒数的大小顺序正好相反.

例题·4 若 $x<a<0$，则有(　　).

(A) $x^2<ax<0$　　(B) $x^2>ax>a^2$

(C) $x^2<a^2<0$　　(D) $a^2>x^2>0$

答 (B).

解 由 $x<a<0$，根据性质 4 有 $x^2>ax>0$，故选项(A)不正确；注意到因为 $x<0$，两边同乘 x 不等号反向，显然选项(C)不正确；$x<a<0$，则 $-x>-a>0$，根据性质 4 的推论可得 $(-x)^2>(-a)^2>0$，即 x^2

$>a^2>0$，故选项(D)也不正确；由 $x<a<0$，则 $ax>a^2>0$，根据前边的结论可知 $x^2>ax>a^2$，因此本题正确选项应该是(B)．

例题·5 若 $a, b\in R$，下列命题：

①若 $|a|>b$，则 $a^2>b^2$；

②若 $a^2>b^2$，则 $|a|>b$；

③若 $a>|b|$，则 $a^2>b^2$；

④若 $a^2>b^2$，则 $a>|b|$．

正确的是（　　）．

(A)①和③　　(B)①和④

(C)②和③　　(D)②和④

答（C）．

解 由条件 $|a|>b$，不能保证 b 是正数，条件 $a>|b|$ 可以保证 a 是正数．由性质 4 推论知①不正确，③正确．$a^2>b^2\Rightarrow|a|>|b|\geqslant b$，故②正确，但 a 不一定是正数，所以④不正确，故选(C)．

例题·6 设 $0<x<1$，$a>0$ 且 $a\neq1$，比较 $|\log_a(1-x)|$ 与 $|\log_a(1+x)|$ 的大小．

解1 设 $A=|\log_a(1-x)|-|\log_a(1+x)|$，

(1)当 $0<a<1$ 时，因 $0<1-x<1$，故有

$A=\log_a(1-x)+\log_a(1+x)=\log_a(1-x^2)>0$．

(2)当 $a>1$ 时，因 $0<1-x<1$，$1+x>1$，故有

$$-\log_a(1-x)+\log_a(1+x)=\log_a\frac{1+x}{1-x}>0.$$

综合(1)、(2)得：$|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$．

point 指导

作差—变形(讨论，去掉绝对值符号)—定符号—结论，这是作差比较大小的一般方法．

解2 设 $B=\dfrac{|\log_a(1-x)|}{|\log_a(1+x)|}$

$=|\log_{(1+x)}(1-x)|$，

$\because 1+x>1$，$0<1-x<1$，

$\therefore B=-\log_{(1+x)}(1-x)$

$=\log_{(1+x)}\dfrac{1}{1-x}$

$=\log_{(1+x)}\dfrac{1+x}{1-x^2}>\log_{(1+x)}(1+x)=1$．

故 $|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$．

point 指导

作商—变形—与 1 比大小—结论，是作商比大小的基本方法．

解3 设 $C=|\log_a(1-x)|^2-|\log_a(1+x)|^2$

$=[\log_a(1-x)+\log_a(1+x)]\cdot[\log_a(1-x)-\log_a(1+x)]$

$=\log_a(1-x^2)\cdot\log_a\dfrac{1-x}{1+x}$．

$\because 0<1-x^2<1$，$0<\dfrac{1-x}{1+x}<1$，

$\therefore$ 不论 $a>1$ 或 $0<a<1$，都有 $c>0$．

故 $|\log_a(1-x)|^2>|\log_a(1+x)|^2$，

即 $|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$．

point 指导

解法三也是变形作差，即作平方差—变形—定符号—结论．

例题·7 若 $a>b(ab\neq0)$，则下列不等式中一定成立的是（　　）．

(A) $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　(B) $\dfrac{a}{b}>1$

(C) $(\dfrac{1}{2})^a<(\dfrac{1}{2})^b$　　(D) $\log_2(a-b)>0$

答（C）．

解 不等式性质中倒数不等式，必须是两

边同号的不等式，取倒数后不等式为异向．题设中 $a>b(ab\neq0)$，不具备 a、b 同号的条件，因此不等式(A)不成立．事实上，当 $a>0$，$b<0$ 时，$\frac{1}{a}>0$，$\frac{1}{b}<0$，则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$．故(A)不成立．

由 $a>b$，当 $b<0$ 时，$\frac{a}{b}<1$，可得不等式(B)不成立．事实上，在不等式两边同除以一个正数，不等式不改变方向，同除以一个负数不等式要改变方向．

不等式(C)是成立的．由指数函数性质，$y=(\frac{1}{2})^x$ 是 $(-\infty，+\infty)$ 上的减函数，因此由 $a>b$ 可得 $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$ 成立．

不等式(D)不成立．经由分析可以知道其原因是当 $a>b$ 时，可得 $a-b>0$，所以 $\log_2(a-b)$ 有意义，根据对数函数的性质可得：$y=\log_2x$ 在 $(0，+\infty)$ 上是增函数，只有 $a-b>1$ 时，才有 $\log_2(a-b)>0$，而题设中并没有 $a-b>1$ 的条件，所以结论应为 $\log_2(a-b)>0$ 不成立．

point 指导 在运用不等式的性质时，应该注重不等式基本性质的条件的检验，只有符合定理的条件，才可以使用定理，再利用不等式的性质与实数性质、函数性质等，进行实数的大小比较．

例题·8 求证：$a>b>0$，$c>d>0$ 时，$\sqrt{\frac{a}{d}}>\sqrt{\frac{b}{c}}$．

证 $\because c>d>0$，$0<\frac{1}{c}<\frac{1}{d}$．

即 $\left.\begin{array}{l}\frac{1}{d}>\frac{1}{c}>0\\ a>b>0\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{a}{d}>\frac{b}{c}>0$

$\Rightarrow\sqrt{\frac{a}{d}}>\sqrt{\frac{b}{c}}$．

例题·9 设实数 a、b、c 满足等式：① $b+c=6-4a+3a^2$；② $c-b=4-4a+a^2$，试确定 a、b、c 的大小关系．

解 由②得：$c-b=(a-2)^2\geqslant0$，

$\therefore c\geqslant b$．

又①－②得：$b=a^2+1$，

$\therefore b-a=a^2-a+1=(a-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$，

$\therefore b>a$，

$\therefore c\geqslant b>a$．

注意 本题要充分注意配方法的运用．

例题·10 已知 $f(x)=ax^2+bx$，并且 $1\leqslant f(-1)\leqslant2$，$2\leqslant f(1)\leqslant4$，求 $f(-2)$ 的取值范围．

解 设 $f(-2)=mf(-1)+nf(1)$，则

$4a-2b=m(a-b)+n(a+b)$

$\quad=(m+n)a+(-m+n)b$，

$\therefore\begin{cases}m+n=4,\\-m+n=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=3,\\n=1.\end{cases}$

故 $f(-2)=3f(-1)+f(1)$．

$\because1\leqslant f(-1)\leqslant2$，

$\therefore3\leqslant3f(-1)\leqslant6$．

又 $2\leqslant f(1)\leqslant4$，

$\therefore5\leqslant3f(-1)+f(1)\leqslant10$，

即 $5\leqslant f(-2)\leqslant10$．

point 指导

本题若由 $1\leqslant f(-1)\leqslant f(2)$ 得：

$1\leqslant a-b\leqslant 2$ ①

由 $2\leqslant f(1)\leqslant 4$ 得：$2\leqslant a+b\leqslant 4$ ②

由①、②中消去 b 得：$\frac{3}{2}\leqslant a\leqslant 3$，消去 a 得：$0\leqslant b\leqslant\frac{3}{2}$，于是便有：$3\leqslant f(-2)=4a-2b\leqslant 12$. 比较两个结果，可以发现 $[5,10]\subset[3,12]$. 后一个结果是错误的．其原因是由①、②得到 a、b 的范围，其等号不一定能达到，所以应尽量使所求的范围最确切，利用不等式解出某式取值范围是这类问题的关键．

例题·11 已知 $0<a<\frac{1}{2}$，$A=1-a^2$，$B=1+a^2$，$C=\frac{1}{1-a}$，$D=\frac{1}{1+a}$，

(1)求证：$1-a>a^2$;

(2)试比较 A、B、C、D 的大小．

证 (1) $\because 0<a<\frac{1}{2}$，

$\therefore 0<a^2<\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}<1-a<1$，

于是 $1-a>\frac{1}{2}>\frac{1}{4}>a^2$，故 $1-a>a^2$.

解 (2) $\because 0<a<\frac{1}{2}$，

$\therefore 0<a^2<\frac{1}{4}$．

$\therefore \frac{3}{4}<A<1$，$1<B<\frac{5}{4}$，$A<1<B$，即 $A<B$．

$\because \frac{A}{D}=(1-a^2)(1+a)=1+a-a^2-a^3$

$=1+a(1-a-a^2)$.

由(1)知 $1-a>a^2$，

$\therefore 1-a-a^2>0$.

$\therefore a(1-a-a^2)>0$，

$\therefore \frac{A}{D}=1+a(1-a-a^2)>1$，显然 $D>0$，

$\therefore A>D$.

同理，$\frac{B}{C}=(1-a)(1+a^2)$

$=1-a+a^2-a^3$

$=1-a(1-a+a^2)<1$,

又由于 $C>0$，故 $B<C$.

从而 $D<A<B<C$．

例题·12 已知 $a\geqslant 1$，请试比较 $M=\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ 和 $N=\sqrt{a}-\sqrt{a-1}$ 的大小．

解 $M-N=(\sqrt{a+1}-\sqrt{a})-(\sqrt{a}-\sqrt{a-1})$

$=\frac{a+1-a}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}-\frac{a-(a-1)}{\sqrt{a}+\sqrt{a-1}}$

$=\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}-\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a-1}}$．

显然 $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}>\sqrt{a}+\sqrt{a-1}$，

$\therefore \frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}<\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a-1}}$，

即 $M-N<0$，$M<N$.

注意 无理式比较大小，要注意分子有理化或分母有理化的运用．

LEARNING TEST · 实力测验

一、选择题

1. 下列命题中的真命题是(　　).

(A) $a\in R^{+}\Rightarrow a>\sqrt{a}$　　(B) $a>b\Rightarrow \frac{a}{c^2}>\frac{b}{c^2}$

(C) $|a|>b>0\Rightarrow a^n>b^n$ $(n\in N)$　　(D) $a>b\Rightarrow a^{\frac{1}{2n+1}}>b^{\frac{1}{2n+1}}$ $(n\in N)$

2. 若 $a<b<0$，则下列不等式成立的是(　　).

(A) $a^2<b^2$　　(B) $\frac{a}{b}<1$　　(C) $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　(D) $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

3. 若 $-\pi<\alpha<\beta<\pi$，则下列各式中恒成立的是(　　).

(A) $-2\pi<\alpha-\beta<0$　　(B) $-2\pi<\alpha-\beta<-\pi$

(C) $-\pi<\alpha-\beta<\pi$　　(D) $-\pi<\alpha-\beta<0$

4. 以下不等式中，恒成立的是(　　).

(A) $x+1>0$　　(B) $x^2+1>x$

(C) $x^2-1>x$　　(D) $|x+1|>0$

5. 设 $0<a<b<1$，则下面的结论正确的是(　　).

(A) $\log_a b>1$　　(B) $\log_a b<0$　　(C) $0<\log_a b<1$　　(D) $\log_a b<-1$

6. 若 $a<b<0$，则下列不等关系中不能成立的是(　　).

(A) $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　(B) $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$　　(C) $|a|>|b|$　　(D) $a^2>b^2$

二、填空题

1. 设命题甲为 $\begin{cases}2<x+y<4,\\0<xy<3,\end{cases}$ 命题乙为 $\begin{cases}0<x<1,\\2<y<3,\end{cases}$ 则甲是乙的________条件.

2. 若 $t=\sqrt{5}+\sqrt{7}$，$q=1+\sqrt{15}$，$p=\sqrt{17}$，则从小到大的顺序排列 p、q、t 应是________.

3. 若 $a>b$ 可推出 $a-\frac{1}{a}>b-\frac{1}{b}$，则 ab 满足的条件是________.

4. 设 $a>-1$，且 $a\neq 0$，则 $\frac{1}{a+1}$ ________ $1-a$.

三、解答题

1. 若 $x<y$，$xy<0$，$xy>x$，求 x，y 的取值范围.

2. 设 $A=x^n+x^{-n}$，$B=x^{n-1}+x^{1-n}$，且 $x\in R^{+}$，$n\in N$ 时，求证：$A\geqslant B$.

3. 若 $a>b>0$，$c<d<0$，$e<0$，求证：$\frac{e}{a-c}>\frac{e}{b-d}$.

4. 甲、乙二人沿着同一条路同时从 A 地出发走向 B 地，甲用速度 v_1 与 $v_2(v_1\neq v_2)$各走全程的一半，乙用速度 v_1 与 v_2 各走全程所需时间的一半. 试判断甲、乙两人谁先到达 B 地，并证明你的结论.