全国高等职业技术师范院校教材

大学物理

主编 谈欣柏

副主编 范玉铠 马骥 汤国兴

3

DAXUE

WULI

天津大学出版社

College Physics

大 学 物 理

主　编:谈欣柏
副主编:范玉铠　马　骥　汤国兴

天津大学出版社

内容提要

本书是根据原国家教委1994年12月审定的《机械制造工艺教育专业本科教学方案(试行)》和国家教委指导下的职业高师工科教材编审委员会审定的《大学物理》课程教学基本要求编写的。

本书共12章。内容为运动和力、力学中的守恒定律、振动和机械波、热力学、真空静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒磁场、磁场中的磁介质、电磁感应和电磁场、波动光学、近代物理简介等。

本书可作为职业高师机械类专业《大学物理》课程的教材,也可作为电视大学、职业大学的教材,还可供工厂企业从事机械制造的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理/谈欣柏主编.—天津:天津大学出版社,2000.8

ISBN 7-5618-1333-3

Ⅰ.大… Ⅱ.谈… Ⅲ.物理学-高等教材-教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第67195号

出　版　天津大学出版社
出版人　杨风和
地　址　天津市卫津路92号天津大学内(邮编:300072)
电　话　发行部:022—27403647 邮购部:022—27402742
印　刷　河北省昌黎县印刷总厂
发　行　新华书店天津发行所
开　本　787mm×1092mm　1/16
印　张　22
字　数　549千
版　次　2000年8月第1版
印　次　2000年8月第1次
印　数　1-5 000
定　价　29.00元

序

根据原国家教委1994年12月审定的《机械制造工艺教育专业本科教学方案(试行)》,在原国家教委师范司综合处和高师处的指导下,职业技术师范教育委员分会责成职业高师工科教材编审委员会组织了方案配套教材的编写工作。经过1993年常州会议、1994年上海及天津会议、1995年常州及河北会议等多次全国性职业高师会议的研究、讨论和修改,于1996年产生了部分主干课程(12门)的教学基本要求。通过招标方式,于1995年确定了这些课程教材的主编及参编人员。经过最近两年的继续努力,这12门教材相继出版了。这些教材在总结教学经验的基础上,结合职业高师的培养目标和办学特色,落实《机械制造工艺教育专业本科教学方案(试行)》的要求,在突出职业性、应用性、技术性方面,在教学内容的改革与选排方面,在教材的适用性方面,都取得了明显的进展,是职业高师几年来改革与协作的成果。职业技术师范教育委员会支持职业高师工科教材编审委员会推荐这套教材作为职业高师机械类专业的适用教材。希望这套教材的出版对提高教学质量、深化教学改革、培养合格人才起到促进作用。同时,要求编者在使用这套教材的过程中,结合21世纪对人才培养的要求,继续探索教学内容和教材的改革,不断改进教材质量,努力使之成为具有先进性、科学性及适用性的优秀教材。

中国职业技术教育学会

职业技术师范教育委员会

1998.03

前　言

本书是根据原国家教委1994年12月审定的《机械制造工艺教育专业本科教学方案(试行)》和它指导下的职业高师工科教材编审委员会审定的《大学物理》课程教学基本要求编写的。

在编写本书时从以下几方面做了努力:

(1)本书以学生学习后续课程及新技术、新工艺所必需的物理知识为基本内容,在深度、广度上尽量使学生学习后续课程及新技术、新工艺时管用、够用和实用;

(2)考虑到本课程受80学时的制约和学生可以接受,不苛求各部分内容的系统性和内在联系,但也不是全然不顾,并以简捷的途径引入物理概念,导出物理定律和定理,且不拘泥于它们的冗长而繁杂的论证上;

(3)尽量处理好与后续课程《工程力学》、《电工和电子技术》及相关课程《高等数学》的衔接和分工,避免重复,并尽量避免重复中学物理课程;

(4)为了使学生真正掌握物理概念、定律、定理和培养学生分析问题和解决问题的能力,书中各章均附有适当数量的问答题和计算题,并有计算题的参考答案。

本书由常州技术师范学院谈欣柏担任主编,江苏石油化工学院刘培裕担任主审。参加编写的有常州技术师范学院谈欣柏(前言、第1章、第6章、附录),天津职业技术师范学院范玉铠(第3章、第4章、第12章),河南职业技术师范学院马骥(第5章),上海师范大学技术学院汤国兴(第7章),天津职业技术师范学院郭力、上海师范大学技术学院汤国兴(第11章),常州技术师范学院许雪芬(第9章、第10章),安徽农业技术师范学院章毛连(第2章、第8章)。全书由谈欣柏统稿。

由于编者水平有限,编写时间仓促,书中不足之处在所难免,恳切希望广大读者批评指正。

编　者

1999.12

QUANGUO GAODENG ZHIYE JISHU SHIFAN YUANXIAO JIAOCAI

责任编辑： 赵淑梅 张金锷
封面设计： 谷英卉 王 馨
技术设计： 赵淑芬

全国高等职业技术师范院校教材

- 机械设计基础
- 大学物理
- 大学物理实验
- 车钳工技能训练

ISBN 7-5618-1333-3

9 787561 813331 >

ISBN 7-5618-1333-3
O·130 定价:29.00元

目　　录

第1章 运动与力

物体之间或同一物体的各部分之间相对位置的变化，称为机械运动。本章将对质点的机械运动进行描述，研究质点相对参考系的位置、运动的位移、速度和加速度等物理量。这些内容称为质点运动学。此外要研究物体之间的相互作用，以及由相互作用所引起的物体运动状态的变化规律，即牛顿的三个运动定律。

1.1 质点 参考系

一、质点

任何物体都具有一定的大小和形状。一般情况下，物体运动时，内部各点位置的变化是各不相同的。因此，要精确描述一个物体的运动并不是一件容易的事。但在很多问题中，物体的大小和形状对研究它的运动关系不大，可以忽略，这时将物体抽象成一个只有质量而无大小、形状的几何点，称力质点。从而使问题的研究得以简化。

当物体的线度远小于所研究问题的线度时，物体的大小、形状可以忽略而被视作质点。例如，在研究地球绕太阳公转时，地球可视作质点。因为地球的直径(约 12.8×10^3 km)比起它与太阳间的距离(约 1.5×10^{11} m)要小得多。又如，在研究太阳与地球间的引力时，太阳与地球都可视为质点。但在研究地球的自转时，地球就不能视为质点。因为忽略了地球的大小和形状，也就不存在地球的自转了。因此，同一个物体在某个问题中可视作质点，但在另一问题中未必可视作质点。

另外，在运动过程中，如果物体既无转动，又无形变(或形变很小可以忽略)，则物体上各点的运动情况完全相同，物体上任何一点的运动都可以代替整个物体的运动。因而在此情形下，可忽略物体的大小和形状，视物体为一质点。

质点和微观粒子不能混同。质点是对力学研究对象——物体的科学抽象，是理想化的模型，它并不真实存在。分子、原子等微观粒子虽质量微小，但都客观存在，且都不遵守牛顿力学的运动规律而服从量子力学的规律。所以微观粒子是不能被视为质点的。

质点是一个理想模型。理想气体、点电荷等都是理想模型，在实际中都不存在，但都是在科学分析的基础上抓住了影响问题的主要因素，略去了影响问题的次要因素，从而使问题的研究得以简化，使人们更深刻地掌握问题的本质。在物理学的研究中，建立理想模型的方法是一种科学的分析方法，在学习中要注意如何建立。

二、参考系

一幢幢拔地而起的高楼、一座座横跨大江大河的桥梁看起来是静止的，其实，这个静止是相对地球而言的。高楼、桥梁相对地上的行人、空中的飞鸟、遥远的太阳……是在永无休止地运动着。宇宙中不存在这样的物体，即这个物体相对所有别的物体都是静止的。宇宙中所存在的物体只是相对于某个或某些物体是静止的，但相对于其他物体一定是在运动着。

因此，要描述一个物体的运动，总得选择另一物体或几个彼此保持静止的物体作为参考。

被选为参考的物体或物体组称为参考系。显然，同一物体的运动，若选取不同的物体（彼此不保持静止）作参考系，则对它运动的描述是不同的。例如，描述月球的运动，若选取地球为参考系，其运动轨道为椭圆；若选取太阳为参考系，其运动轨道是螺旋线。一般描述地球表面附近的物体运动，常选取地面或静止于地面的物体为参考系。

三、坐标系

为了定量描述一个质点相对参考系的运动，必须在此参考系上建立一个固定的坐标系。最常用的是直角坐标系，坐标系的原点可固定于参考系的任意一点上，相互垂直的三根坐标轴可固定于任意方位上。其他常用的坐标系还有极坐标系，应以分析问题方便而定。在同一参考系上，若建立不同的坐标系去定量描述同一质点的运动，尽管数学表达式不同，但物理实质是完全相同的。

1.2 质点运动的描述

可以从以下几个方面去描述质点的运动。

一、位置矢量

为了定量描述质点相对于所选定的参考系的空间位置，先在参考系上建立一个固定的坐标系。通常建立的直角坐标系如图 1.1 所示。

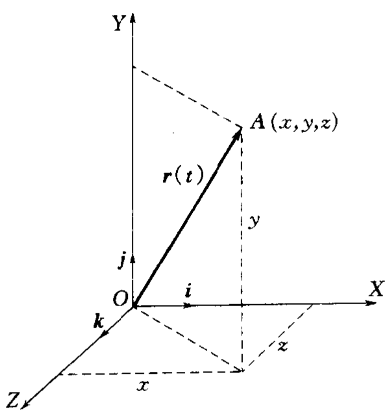

图 1.1 质点的位置矢量

设质点在任意时刻 t 经过空间 A 点，则 t 时刻质点相对参考系的位置可用有向线段 $\overrightarrow{OA}$ 表示，并记作矢量 $\boldsymbol{r}$。$\boldsymbol{r}$ 的方向表明 A 点相对坐标轴的方位，$\boldsymbol{r}$ 的大小表明原点到 A 点的距离。这样，质点经过 A 点时相对参考系的空间位置被唯一确定了。用来描述质点相对参考系的空间位置的矢量 $\boldsymbol{r}$ 称为质点的位置矢量，简称位矢，也称矢径。

设位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴上的投影为 x、y、z，则位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴方向上的分矢量为 $x\boldsymbol{i}$、$y\boldsymbol{j}$、$z\boldsymbol{k}$。位置矢量可表示为这三个分矢量的矢量和，即

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1.1a}$$

式中，$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别是 x、y、z 轴正方向上的单位矢量（大小为一个单位，方向沿各轴的正向）。显然，位置矢量的大小

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1.1b}$$

其方向由它的三个方向余弦

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \quad \cos\beta = \frac{y}{r} \quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1.1c}$$

确定。式中，α、β、γ 分别是 $\boldsymbol{r}$ 与 X、Y、Z 三轴正向的夹角。

二、运动学方程

质点相对参考系运动时，位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小和方向随时间 t 不断地变化。换言之，质点的位置矢量是时间 t 的函数，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1.2a}$$

上式称为质点的运动学方程(矢量式)或运动方程,又称质点的运动函数。运动学方程的分量形式为

$$x=x(t) \quad y=y(t) \quad z=z(t) \tag{1.2b}$$

知道了运动学方程,就能确定任意时刻质点的位置。

质点运动时,在空间描绘出的轨迹称为轨道。如果消去式(1.2b)中的 t,便得到质点运动的轨道方程。当然式(1.2b)也可看作是参数形式的轨道方程,参数是时间 t。

三、位移

位移是描述质点在运动时相对参考系的位置变化的物理量。设质点作曲线运动(图 1.2),在时刻 t,质点经过 P_1 点,位置矢量为 $\boldsymbol{r}_1$。在时刻 $t+\Delta t$,质点经过 P_2 点,位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2$。在时间 Δt 内,质点位置的变化用有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 表示,并记作矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$。称 $\Delta\boldsymbol{r}$ 为质点在时间 Δt 内相对参考系的位移矢量,简称位移。由图 1.2 可知,质点在 Δt 内(或从 P_1 点运动到 P_2 点)的位移

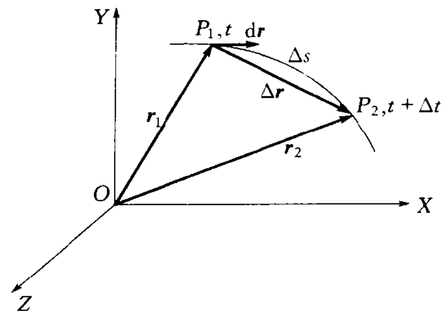

图 1.2 位移矢量

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1 \tag{1.3a}$$

在直角坐标系中,位移又可表示为

$$\Delta\boldsymbol{r}=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}$$

或

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k} \tag{1.3b}$$

位移的大小

$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

其方向是 t 时刻的位置 P_1 指向 $t+\Delta t$ 时刻的位置 P_2。

必须注意,质点在时间 Δt 内的路程是指在该段时间内质点沿曲线通过的弧(轨道)$\overset{\frown}{P_1P_2}$ 的长度,用 Δs 表示。路程是标量。所以路程与位移是两个不同的物理量。一般而言,Δt 内位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 不等于 Δt 内的路程 Δs,即 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$。只有当 $\Delta t\to0$ 时或质点作单向直线运动时,两者才会相等。显然,当 $\Delta t\to0$ 时,$\Delta\boldsymbol{r}$ 也趋向零,称为质点在 t 时刻的无穷小位移,并记作 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$,$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$。不难理解,$t$ 时刻的无穷小位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 处在 P_1 点处轨道的切线上(图 1.2)。

四、速度

速度是描述质点相对参考系的位置变化快慢的物理量。用质点在时间 Δt 内的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 跟这段时间 Δt 的比值 $\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 描述质点位置变化的快慢,称 $\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 为这段时间内质点的平均速度。即

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.4a}$$

平均速度是矢量,方向与 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向相同(图 1.3),大小为 $|\overline{\boldsymbol{v}}|=\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}$,即单位时间内质点位移的大小。

平均速度只能描述一段时间 Δt 内质点位置变化的平均快慢,显然是不精确的。因为在

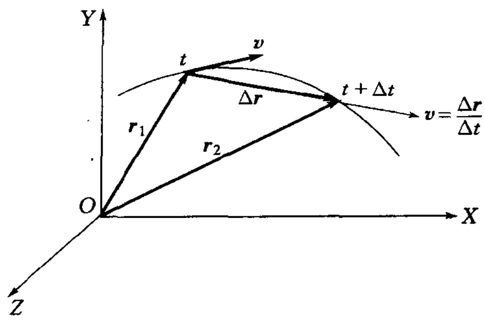

图 1.3　速度矢量

Δt 内，质点在各个时刻的运动情况并不相同，运动时快时慢，方向也不断变化，平均速度不能反映质点运动的这些细节。如果要精确地反映质点在任一时刻 t 的变化快慢和运动方向，就应使 Δt 尽量减小而趋近于零，用平均速度$\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$趋近的极限值(即 t 时刻的瞬时速度)描述。换言之，t 时刻的瞬时速度定义为 $\Delta t\to 0$ 时的平均速度的极限值，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.4b}$$

瞬时速度简称速度。上式表明，速度矢量是位移矢量的一阶导数。由上式可知，t 时刻速度$\boldsymbol{v}$的方向应是 $\Delta t\to 0$ 时位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向。如图 1.4 所示，位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 在割线 P_1P_2 的方向上。当 $\Delta t\to 0$ 时，P_2 逐渐趋近于 P_1，相应 $\Delta \boldsymbol{r}$ 逐渐趋近于$\boldsymbol{P}_1$ 点的切线，所以 t 时刻速度$\boldsymbol{v}$ 的方向是沿P_1 处轨道的切线，且指向质点前进的方向。

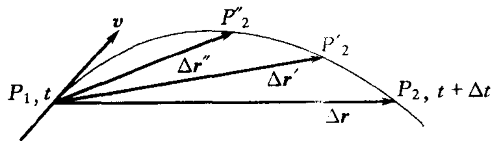

图 1.4　t 时刻速度方向

由式(1.4b)可知，速度$\boldsymbol{v}$ 的大小为

$$v=|\boldsymbol{v}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$$

当 $\Delta t\to 0$ 时，位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$与路程 Δs 趋于相等。于是有

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

即

$$v=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1.4c}$$

速度的大小称速率。由上式可知，速率又等于路程对时间的一阶导数。

因为质点位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$一般不等于矢径大小的增量 Δr，所以一般有

$$v=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

将式(1.2a)代入式(1.4b)，由于沿三个坐标轴的单位矢量不随时间变化，于是有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1.4d}$$

上式等号右边三项分别表示沿三个坐标轴方向的分速度。如果将速度写成

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1.4e}$$

则将上式与式(1.4d)比较，便得速度在直角坐标系中沿三个坐标轴的分量分别为

$$\left.\begin{aligned}v_x&=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\\ v_y&=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\\ v_z&=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\end{aligned}\right\} \tag{1.4f}$$

可见沿三坐标轴的速度分量等于各相应位置坐标对时间的一阶导数。

速度的大小

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

其方向由三个方向余弦

$$\cos\alpha=\frac{v_x}{v}\quad\cos\beta=\frac{v_y}{v}\quad\cos\gamma=\frac{v_z}{v}$$

确定。

在国际单位制(SI 制)中速度的单位是米/秒($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)。

五、加速度

加速度是描述质点速度随时间变化快慢的物理量。如图 1.5 所示,在时刻 t,质点经过 P_1,速度为$\boldsymbol{v}_1$,在时刻 $t+\Delta t$,质点经过 P_2,速度为$\boldsymbol{v}_2$。在时间 Δt 内,速度的增量(即变化)$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$。把速度的增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 与时间 Δt 的比值$\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$称为 Δt 内的平均加速度,并记作 $\overline{\boldsymbol{a}}$,即

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

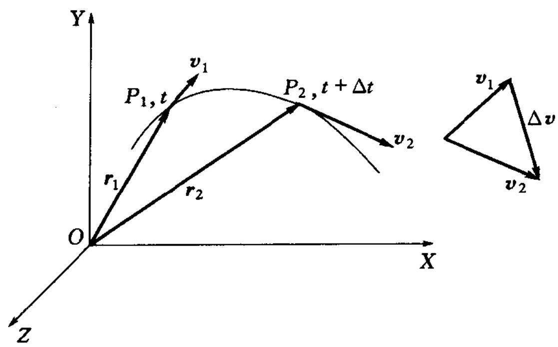

图 1.5 加速度矢量

平均加速度的方向与速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向相同。平均加速度只是描述在时间 Δt 内的速度随时间变化的平均快慢,即描述 Δt 内速度的平均变化率。

为了精确地描述质点在任一时刻 t 或经过任一位置时速度随时间变化的快慢,必须令 $\Delta t\to 0$。此平均加速度的极限值,即速度对时间的变化率,称为质点在时刻 t 的瞬时加速度,简称加速度。即 t 时刻的瞬时加速度定义为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\tag{1.5a}$$

加速度也是矢量。由于加速度是速度对时间的变化率,所以不管是速度的大小和方向同时发生变化,还是两者中只有一个发生变化,质点都有加速度。利用(1.4b)可得

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\tag{1.5b}$$

从上面两式可知,加速度是速度对时间的一阶导数,或等于位置矢量对时间的二阶导数。换言之,可以通过对速度求一阶导数或对位置矢量求二阶导数计算质点的加速度。在 SI 制中,加速度的单位是米/秒^2($\mathrm{m\cdot s^{-2}}$)。

注意,加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向为 $\Delta t\to 0$ 时的 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向,它并不沿轨道的切线方向,而是与质点所受的合外力方向一致。由于速度增量的大小 $|\Delta\boldsymbol{v}|$ 不等于速度大小的增量 Δv,即 $|\Delta\boldsymbol{v}|\neq\Delta v$,所以加速度的大小

$$a=|\boldsymbol{a}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t}\neq\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

即

$$a=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

将式(1.4e)和式(1.2a)代入式(1.5b)中,得直角坐标系中用分量表示的加速度

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} \tag{1.5c}$$

将加速度写成

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1.5d}$$

并比较上面两式,得加速度沿三个坐标轴的分量

$$\left.\begin{aligned}a_x&=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\\a_y&=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\\a_z&=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t}\end{aligned}\right\} \tag{1.5e}$$

加速度的大小和这些分量的关系

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

加速度的方向由三个方向余弦

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{a}\quad\cos\beta=\frac{a_y}{a}\quad\cos\gamma=\frac{a_z}{a}$$

确定。

例1 一个物体在离地面高为 h 处以速度$\boldsymbol{v}_0$ 作平抛运动。试求运动方程、轨道方程、任意时刻的位置矢量以及速度。

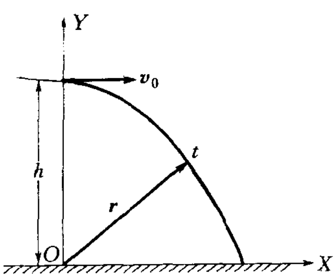

图1.6 例题1

解 题中所说的平抛运动是指物体相对地面的运动,即以地面为参考系的。建立如图1.6所示的坐标系,按中学物理的知识,平抛运动可分解为水平方向以速度 v_0 作匀速直线运动和铅直方向的自由落体运动。所以有

$$\begin{cases}x=v_0t\\y=h-\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$

这就是物体作平抛运动的运动学方程。

消去两分运动方程中的时间变量 t,便得物体的轨道方程

$$y=h-\frac{g}{2v_0^2}x^2$$

可见平抛运动时,轨道是一条抛物线。

质点在任意时刻的位置矢量

$$\boldsymbol{r}=v_0t\boldsymbol{i}+\left(h-\frac{1}{2}gt^2\right)\boldsymbol{j}$$

质点在任意时刻的速度

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=v_0\boldsymbol{i}-gt\boldsymbol{j}$$

速度沿两坐标轴的分量

$$v_x=v_0\quad v_y=-gt$$

速度

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+(gt)^2}$$

速度$\boldsymbol{v}$与x轴的夹角

$$\theta=\arctan\frac{-gt}{v_0}$$

物体在任意时刻的加速度

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v_0\boldsymbol{i}-gt\boldsymbol{j})=-g\boldsymbol{i}$$

式中负号表示加速度的方向竖直向下。

例 2 一人用绳拉一高台上的小车在地面上奔跑。若人奔跑的速率是 v_0,求小车的速度和加速度。

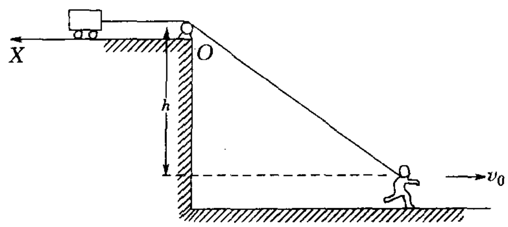

图 1.7 例题 2

解 如图所示,以地面为参考系,建立轴 OX。设人拉小车的绳子长为 L,由图得小车在任意时刻 t 的位置坐标

$$x=L-\sqrt{h^2+(v_0t)^2}$$

此式就是小车的运动方程。

由 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$得小车的速度

$$v=\frac{-v_0^2t}{\sqrt{(v_0t)^2+h^2}}$$

式中负号表示小车速度沿 X 轴负方向。

由 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$得小车的加速度

$$a=\frac{-v_0^2h^2}{[(v_0t)^2+h^2]^{3/2}}$$

式中负号表示小车加速度沿着 X 轴负方向。

例 3 已知质点的运动学方程为 $x=-10t+30t^2$ 和 $y=15t-20t^2$,x、y 的单位是 m,t 的单位是 s。试求:(1)质点从 2 s 末到 4 s 末位移的大小和方向;(2)初始速度的大小和方向;(3)加速度。

解 质点在任意时刻的位置矢量

$$\boldsymbol{r}=(-10t+30t^2)\boldsymbol{i}+(15t-20t^2)\boldsymbol{j}$$

(1)质点在 2 s 末和 4 s 末的位置矢量分别为

$$\boldsymbol{r}(2)=(-10\times2+30\times2^2)\boldsymbol{i}+(15\times2-20\times2^2)\boldsymbol{j}=100\boldsymbol{i}-50\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{r}(4)=(-10\times4+30\times4^2)\boldsymbol{i}+(15\times4-20\times4^2)\boldsymbol{j}=440\boldsymbol{i}-260\boldsymbol{j}$$

所以质点从 2 s 末到 4 s 末的位移矢量