LM
朗曼专题

北京朗曼教学与研究中心教研成果

• 学科专题研究系列丛书 •

主编 李平龙

数学专题研究

ShuXueZhuanTiYanJiu

总主编 宋伯涛

怎样解高中数学选择题

中国青年出版社

北京朗曼教学与研究中心资料

怎样解高中数学选择题

主编　李平龙

中国青年出版社

责任编辑:李 培 广
封面设计:Paul Song

怎样解高中数学选择题

主编 李平龙

*

中国青年出版社出版 发行
社址:北京东四12条21号 邮政编码:100708
三河欣欣印刷有限公司印刷 新华书店总经销

*

850×1168 1/32 6.875印张 200千字
2001年8月北京第1版 2001年8月北京第1次印刷
定价:8.00元
ISBN 7-5006-4541-4/G·1334

敬告读者

《学科专题研究》系列丛书为作者精心之作，作者值此出版之际向全国千百万热心读者深表谢意。

本书读者如有疑难问题，可来信与我们联系，本中心将本着为读者服务及负责的精神，及时帮助你排忧解难，与你共同切磋，共同研究．携手共勉，建立友谊。

作者声明：《学科专题研究》系列丛书为北京朗曼教学与研究中心专项研究成果，请读者认准封面上“朗曼专题”、“北京朗曼教学与研究中心教研成果”等字样，以防值冒。凡以《朗曼专题》及“宋伯涛总主编”名誉出版的任何其它版本均为侵权行为。

作者声明：凡与本书内容雷同的任何其它版本，均为盗版物。保护正版是每个真正尊重知识的忠诚读者的义务。如发现盗版，请及时来信告诉我们，我们将根携有关法律及规定对盗版者和非法买卖盗版书的个人及单位作出严肃处理。本书在全国各地均有销售，也可来信与我们联系。

来信请寄：北京市朝阳区亚运村邮局 100101—89 号信箱北京朗曼教学与研究中心宋伯涛收，邮编 100101。
本中心 E-mail：SPTJWLSQ@163bj.com

出 版 前 言

展望二十一世纪教育发展的未来，必将是以学生素质全面发展为前提，通过减轻学生过重的学业负担，还学生一个宽松的、有更多自由选择、自主学习的发展空间。从而做到有效地培养学生的创新意识和实践能力。这将是教育改革的一种必然趋势。为此，国家教委进行高考课程改革，推广试用新教材。在这种情况下，我们的助学用书如何适应这一变化，并与素质教育的要求相匹配呢？基于这样的思考与愿望，我们按照新教材的体系，将新教材中有关章节的内容有机组合，编写一套既相互联系，又自成体系的《数学专题研究》系列丛书。

本丛书共13分册，分别为：1. 集合与简易逻辑；2. 函数及其性质；3. 数列、极限、数学归纳法；4. 三角函数；5. 向量；6. 方程与不等式；7. 排列、组合和概率；8. 直线、平面、简单几何体；9. 直线与二次曲线；10. 怎样解高中数学选择题；11. 怎样解高中数学应用题；12. 高中数学解题方法集锦；13. 高中数学重点问题详析。

本丛书在编写过程中，始终坚持以高中新教材为基础、以高考的内容和要求为主线、还兼顾拓展学生视野和进行强化训练，并有意识地引导学生亲历“做数学”的过程，并且最终得出结论。因为，与具体的知识、技能相比，探索知识的过程有利于开发学生的潜能。也可以这样说，本丛书在数学教学《大纲》的基础上，本着源于教材且高于教材的要求进行编写，并以典型常规题、创新开放题及实践应用题为线索，进行精析和指导，并且坚持了以学生为主体，以学生能力发展为根本的理念，便于学生展开自学和自练。

本丛书使用的数学符号以新教材为准，在知识点的归类讲解与拓展方面兼顾了两套教材，并在书后附上新教材与统编教材中相异数学符号对照表，供读者对照使用。

由于作者水平有限，且时间仓促，书中难免存有不尽人意之处，敬请广大读者不吝指教。

宋伯涛

2001年8月于北师大

目　录

第一章　选择题的解题通法

数学选择题是由一个问句或不完整的句子(称为题干,即题设部分)、和若干个(一般为四个)备选结论(称为选择支,即题断部分)组成.由于选择题具有题小、量大、知识覆盖面宽、基础、灵活等特点,在取材上重基本概念和基本运算,有益于算法、算理的考查,有利于思维能力、尤其是直觉选择能力和空间想象能力的考查,因此选择题是各级各类考试中不可或缺的重要题型之一.

选择题针对考生弱点设置迷惑支,又适当设置提示项,为考生灵活解题提供一定条件.大多选择题具有多种解法,为基础扎实、思维灵活的考生充分发挥他们的聪明才智,快速灵活解题提供了舞台.解选择题的速度取决于熟练的基础知识和灵活的思维方法.科学合理的简解反映了人的应变抉择能力,从这个意义上讲,选择题同样具备考察能力的功能.选择题的巧解,说到底就是要充分利用选择支提供的信息,发挥选择支的暗示功能、排除其迷惑性.能力稍差的学生解选择题往往仅顾及题干,选择支只起了核对检验的作用,本来选择题应当"小题小做",但他们却"小题大做",导致后面的解答题没有充分时间思考.选择题的求解也可以利用非知识性的结论,实现合理的跳跃,加快解题进程.

本书中的选择题遵循惯例,所给的选择支中有且仅有一个正确结论,正鉴于此,解选择题的关键在于"找"出这个正确的选择支,而不拘泥于用何种方法.因此,充分利用题干和选择支两方面所提供的信息作出判断,是解选择题的基本策略.本章对选择题的常见解法进行归类剖析,以便从总体上认识选择题的各种解法.

§1.1　直接法

1　直接求解法

从数学知识出发,通过直接演算,把所得出的结论与所给的选择支作比较,从而作出正确的选择,称之为直接求解法.涉及概念

的辨析题以及简单应用的选择题，常用直接求解法.

例 1 长方体一个顶点上三条棱的长分别是 3、4、5，且它的八个顶点都在同一个球面上，这个球的表面积是 ( )

A. $20\sqrt{2}\pi$ B. $25\sqrt{2}\pi$ C. 50π D. 200π

分析：这里球的直径等于长方体的对角线.

解：设球半径为 R，则 $(2R)^2=3^2+4^2+5^2$，即 $4R^2=50$，由球表面积计算公式知 $S_{球面}=4\pi R^2=50\pi$. 故选(C).

例 2 复平面上的点 Z_1、Z_2 分别对应着复数 $z_1,z_2(z_1\cdot z_2\neq 0)$，则$\overrightarrow{OZ_1}\perp\overrightarrow{OZ_2}$的一个充分而不必要条件是 ( )

A. $z_1\cdot\overline{z_1}+\overline{z_2}\cdot z_2=0$

B. $z_1=ai\cdot z_2(a\in R$ 且 $a\neq 0)$

C. $z_1\cdot\overline{z_2}$的实部为零

D. $z_1^2+z_2^2=0$

解析：$z_1^2+z_2^2=0\Rightarrow z_1=\pm i\cdot z_2\Rightarrow\overrightarrow{OZ_1}\perp\overrightarrow{OZ_2}$；但$\overrightarrow{OZ_1}\perp\overrightarrow{OZ_2}$不一定有 $z_1^2+z_2^2=0$(如取 $z_1=1,z_2=2i$)，故选(D).

评注：A、B、C 均为$\overrightarrow{OZ_1}\perp\overrightarrow{OZ_2}$的充要条件.

例 3 A、B、C、D、E 五个人并排站成一排，如果 B 必须站在 A 的右边(A、B 可以不相邻)，那么不同的排法共有 ( )

A. 24 种 B. 60 种 C. 90 种 D. 120 种

解析：用等可能性法

五个人的全排列数为 A_5^5，因为 B 在 A 右边与 B 在 A 左边的排法种数相同，所以符合题意的排法种数为 $\frac{1}{2}A_5^5=60$(种)，故选(B).

评注：本例可用"先选后排法"：先选两个位置排 A、B，共有 C_5^2 种排法，再排其余元素有 A_3^3 种排法；故有 $C_5^2\cdot A_3^3=60$ 种排法. 若让除 A、B 外的三元素去占位，共有 A_5^3 种占位，再让 A、B 按要求去占位，则只有一种占法；故有 $A_5^3\cdot 1=60$ 种占法.

例 4 设 F_1、F_2 为双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的两个焦点，点 P 在双曲线上且满足$\angle F_1PF_2=90^\circ$，则$\triangle F_1PF_2$ 的面积为 ( )

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

解析：运用双曲线定义 $||PF_1|-|PF_2||=4$，

$\therefore |PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1|\cdot|PF_2|=16$　　①

又由勾股定理知，$|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2=20$　　②

$\frac{②-①}{2}$ 得　$|PF_1|\cdot|PF_2|=2$. 故选(A).

评注：一般地，若 $\angle F_1PF_2=\theta$，则据双曲线定义及余弦定理可得双曲线的焦三角形 F_1PF_2 的面积 $S=b^2\cot\frac{\theta}{2}$；类似地，椭圆焦三角形的面积为 $S=b^2\tan\frac{\theta}{2}$.

例 5　等差数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 的前几项和分别为 S_n 和 T_n，若 $\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n}{3n+1}$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$ 等于　　(　　)

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{4}{9}$

分析：不同的知识组合，将产生繁简各易的解法.

法 1：设 $a_n=a_1+(n-1)d_1$，$b_n=b_1+(n-1)d_2$，则

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{a_1+(n-1)d_1}{b_1+(n-1)d_2}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_1}{n-1}+d_1}{\frac{b_1}{n-1}+d_2}=\frac{d_1}{d_2}.$$

$$\text{而}\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{T_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{na_1+\frac{n(n-1)}{2}d_1}{nb_1+\frac{n(n-1)}{2}d_2}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_1}{n-1}+\frac{d_1}{2}}{\frac{b_1}{n-1}+\frac{d_2}{2}}=\frac{d_1}{d_2},$$

$$\therefore\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{T_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2n}{3n+1}=\frac{2}{3}.$$

法 2：由 $a_n=\frac{a_1+a_{2n-1}}{2}$，$b_n=\frac{b_1+b_{2n-1}}{2}$ 知

$$\frac{a_n}{b_n}=\frac{a_1+a_{2n-1}}{b_1+b_{2n-1}}=\frac{\frac{(2n-1)(a_1+a_{2n-1})}{2}}{\frac{(2n-1)(b_1+b_{2n-1})}{2}}$$

$$=\frac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}=\frac{4n-2}{6n-2}=\frac{2n-1}{3n-1},$$

故$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{3n-1}=\frac{2}{3}$.

法 3:由等差数列前 n 项和公式知,当公差不为零时,S_n 为 n 的二次函数且不含常数项,故可设 $S_n=kn\cdot 2n$,$T_n=kn\cdot(3n+1)$,k 为非零常数.

∴当 $n\geqslant 2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=2k(2n-1)$,$b_n=T_n-T_{n-1}=2k(3n-1)$,故$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{3n-1}=\frac{2}{3}$.

评注 1°:本例的求解中隐伏着错误思维下的正确结论:令 $S_n=k\cdot 2n$,$T_n=k(3n+1)$,其中 k 为非零常数,则 $n\geqslant 2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=2$,$b_n=T_n-T_{n-1}=3$,故$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\frac{2}{3}$.无疑,上述解法是错误的,但结论又是千真万确的.由于客观题省略了解题过程,因此正确结果下隐伏着的错误思维过程必须防范,它像定时炸弹,后患无穷.

评注 2°:若在$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n}{3n+1}$中令 $n=1,2,3$,则可得关于 a_1,b_1,d_1,d_2 的四元方程组,解此方程组可行 $b_1=2a_1,d_1=2a_1,d_2=3a_1$,则$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_1+(n-1)\cdot 2a_1}{2a_1+(n-1)\cdot 3a_1}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{3n-1}=2/3$.

2 直接判断法

涉及有关数学概念的判断题,需依据对概念的全面、正确、深刻的理解而作出判断和选择.

例 6 设“p 或 q”是真命题,“非 p”也是真命题,则 ( )

A.“非 q”是真命题 B. q 是真命题

C. p 是真命题 D.“p 且 q”是真命题

解:“非 p”是真命题⇒“p”是假命题,又“p 或 q”是真命题⇒q 是真命题.

故选(B).

例 7 设数列$\{a_n\}$中,$a_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{2n+1}$,则 a_n 与 $a_{n+1}(n\in N_+)$的大小关系是 ( )

A. $a_{n+1}<a_n$ B. $a_{n+1}>a_n$

C. $a_{n+1}=a_n$ D. $a_{n+1}\geqslant a_n$

解:∵$a_{n+1}=\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}+\frac{1}{2n+3}$,

$$\therefore a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2n+2}+\frac{1}{2n+3}-\frac{1}{n+1}$$
$$=\frac{1}{2n+3}-\frac{1}{2n+2}<0,\quad \therefore a_{n+1}<a_n.$$

故选(A).

评注：由上可见，对形如 $a_n<f(a)$ 对一切 $n\in N_+$ 都成立的问题，等价于 $a_1<f(a)$.

例 8　下列函数中既不是奇函数，也不是偶函数的是　(　　)

A. $f(x)=x+\lg\frac{a+x}{a-x}(a>0)$

B. $g(x)=(x-1)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

C. $h(x)=\frac{\sqrt{1-x^2}}{|x+2|-2}$

D. $\varphi(x)=\frac{1+x+\sqrt{x^2+1}}{1-x-\sqrt{x^2+1}}$

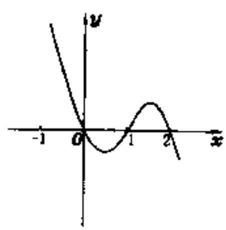
分析：应用奇偶函数的定义进行判定时务必注意其定义域是否为关于原点的对称集合.

解：$f(x)$的定义域为$(-a,a)$，且 $f(-x)=-x+\lg\frac{a-x}{a+x}=-x-\lg\frac{a+x}{a-x}=-f(x)$，故 $f(x)$为奇函数. $g(x)$的定义域为$[-1,1)$，不关于原点对称，故 $g(x)$既不是奇函数，也不是偶函数.

从而选(B).

评注：作为该题的延伸，容易判断 $h(x)$是奇函数，$\varphi(x)$也是奇函数.

例 9　已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的图像如下图如示，则　(　　)



A. $b>0$

B. $-1<b<0$

C. $-2<b<-1$

D. $b<-2$

分析：从所给图像上捕捉信息是判断的关键. 这里 $f(0)=f(1)=f(2)=0$ 可沟通 $a、b、c、d$ 间的关系，而 $0<x<1$ 对 $f(x)<0$，$1<x<2$ 时 $f(x)>0$

等，则为不等奠定了基础.

解：由函数 $f(x)$ 的图像知：$\begin{cases} f(0)=d=0 \\ f(1)=a+b+c+d=0 \\ f(2)=8a+4b+2c+d=0 \end{cases}$

解之得　$d=0, b=-3a, c=2a$.

又 $f(1/2)=\frac{1}{8}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{2}c+d<0$ 知 $\frac{1}{8}a-\frac{3}{4}a+a<0$，故 $a<0$，从而 $b=-3a>0$. 由此可选(A).

评注 1°：若注意到 ±1 的"对称性"，则从 $f(1)=0, f(-1)>0$ 出发，立知 $f(1)+f(-1)=2b>0$，即 $b>0$.

评注 2°：若注意到 $x\in(2,+\infty)\cup(0,1)$ 时，$f(x)<0$；$x\in(1,2)\cup(-\infty,0)$ 时，$f(x)>0$. 则可构造出满足题意的一个特殊函数 $f(x)=-x(x-1)(x-2)=-x^3+3x^2-2x$，这时 $b=3$，从而排除(B)、(C)、(D). 故选(A).

例 10　某商店出售 A、B 两种价格不同的商品，由于商品 A 连续两次提价 20%，同时商品 B 连续两次降价 20%，结果都以每件 23 元售出，若商店同时售出这两种商品各一件，则与价格不升不降时情况比较，商店盈利情况是　(　　)

A. 多赚约 6 元　　B. 少赚约 6 元

C. 多赚约 29 元　　D. 盈利相同

解：商品 A 的原价为 $a=\frac{23}{1.44}\approx16$ 元，商品 B 的原价为 $b=\frac{23}{0.64}\approx34$ 元，从而 $a+b-46=52-46=6$. 故选(B).

【巩固性训练题】

1. 设集合 $M=\left\{x\,|\,\frac{4}{1-x}\geqslant1\right\}$，集合 $N=\{x\,|\,x^2+2x-3<0\}$，则 M 与 N 之间的关系为　(　　)

   A. $M\subsetneqq N$　　B. $M=N$　　C. $M\supsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

2. 设 $a>0, b>0$，且 $a+b\leqslant4$，则　(　　)

   A. $\frac{1}{ab}\geqslant1/2$　　B. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant1$　　C. $\sqrt{ab}\geqslant2$　　D. $\frac{1}{a^2+b^2}\leqslant1/4$

3. $|x|\leqslant2$ 的必要非充分条件是　(　　)

   A. $|x+1|\leqslant3$　　B. $|x+1|\leqslant2$　　C. $|x+1|\leqslant1$　　D. $|x-1|\leqslant1$

4. 已知关于 x 的方程 $\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1+\lg a}{1-\lg a}$ 有正根，则 a 的取值范围为 ( )

A. $(0,1)\cup(10,+\infty)$ B. $(0,1)$

C. $\left(\frac{1}{10},10\right)$ D. $\left(\frac{1}{10},1\right]$

5. 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，且 $f(1)<f(\lg x)$，则 x 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ B. $\left(0,\frac{1}{10}\right)\cup(10,+\infty)$

C. $\left(\frac{1}{10},1\right)\cup(1,10)$ D. $(10,+\infty)$

6. 已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-ax+3a)$ 在 $[2,+\infty)$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,4)$ B. $(-4,4]$

C. $(-\infty,-4)\cup[2,+\infty)$ D. $[-4,2)$

7. 已知奇函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x)$，当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)=2^x$，则 $f\left(\log_{\frac{1}{2}}4\sqrt{2}\right)$ 等于 ( )

A. $\sqrt{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

8. 为了得到函数 $y=f(-3x)$ 的图象，只需将 $y=f(1-3x)$ 的图象 ( )

A. 向右平移 1 个单位 B. 向左平移 1 个单位

C. 向右平移 $\frac{1}{3}$ 个单位 D. 向左平移 1/3 个单位

9. 函数 $y=\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{1}{\cos 2x}$ 的最小正周期是 ( )

A. 4π B. 2π C. π D. $\frac{\pi}{2}$

10. 函数 $y=\sin 2x+\cos x-\sin x$ 的最小值是 ( )

A. $-1+\sqrt{2}$ B. $-1-\sqrt{2}$ C. $-3-\sqrt{2}$ D. -1

11. 过正方形 $ABCD$ 的顶点 A，引 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，若 $PA=AB$，则平面 PAB 和平面 PCD 所成二面角的大小为 ( )

A. $90°$ B. $60°$ C. $45°$ D. $30°$

12. 将一个棱长为 10 单位的大立方体的表面涂成红颜色后，再切

成棱长为1单位的小立方体,问这些小立方体中至少有一面有红颜色的个数是 ( )

A. 400 B. 480 C. 488 D. 520

13. 已知 $M(a,b)(ab\neq 0)$ 是圆 $C: x^2+y^2=r^2(r>0)$ 内的一点,直线 m 是以点 $M(a,b)$ 为中点的弦所在的直线,直线 l 的方程是: $ax+by=r^2$,那么 ( )

A. $m /\!/ l$ 且 l 与圆相交 B. $m\perp l$ 且 l 与圆相切

C. $m /\!/ l$ 且 l 与圆相离 D. $m\perp l$ 且 l 与圆相离

14. 以曲线 $(y-3)^2=4(x-1)$ 上任一点 P 为圆心,作圆与 y 轴相切,则这些圆必过定点 ( )

A. (0,3) B. (2,3) C. (1,3) D. (1,0)

15. 设 $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)(c>0)$ 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的两个焦点,P 是以 F_1F_2 为直径的圆与椭圆的一个焦点,且 $\angle PF_1F_2=5\angle PF_2F_1$,则该椭圆的离心率为 ( )

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

【巩固性训练题答案】

1. C 2. B 3. A 4. D 5. B 6. B 7. C 8. D 9. D 10. B
11. C 12. C 13. C 14. B 15. A

§1.2 图解法

数学的研究对象是数与形,笛卡尔建立了平面直角坐标系后,创立了平面解析几何,开创了数形彼此互补与结合的先河.平面解析几何便是用代数方法(数)研究平面图形(形)性质的典范;反之,如果能挖掘出数量关系的几何特征,便使抽象的概念和关系直观而形象,这通常称为以形助数.在立体几何中,“形”是思考之“源”,它能使你面对具体问题做好“思、作、证、求”等关键性工作;在解析几何中它架设了数形互译的桥梁,常为几何特征转化为代数形式提供重要信息;在代数中寻找数量关系的几何特征,可助你思考,帮你直接解题或者发现解题的突破口,进而拟定准确合理的解题

方案.而通过数形结合的方法,借助于图形的直观性,对选择支作出迅速的判断,则更为常见.文氏图、三角函数线、函数的图象及方程的曲线等,都为选择题的图解法提供了广阔的空间.

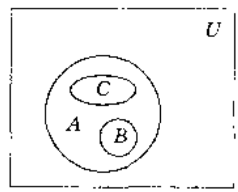
例 1　A、B、C 均为非空集合,U 是全集,若 $A\cup B=A\cup C$,则下列等式一定成立的是　(　　)

A. $B=C$

B. $A\cap B=A\cap C$

C. $(C\cup A)\cap(C\cup B)=(C\cup A)\cap(C\cup C)$

D. $A\cap(C\cup B)=A\cap(C\cup C)$



分析:本例的题干和选择支给出的关系均较为抽象,若不通过文氏图化抽象为具体,则极易受阻.

解:画满足条件 $A\cup C=A\cup B$ 的文氏图时,可知有多种情况,考察其中一种(如图所示),显然不论 B、C 是否相等,均有 $A\cup B=A\cup C=A$.

对照四个选择支,(A)、(B)、(D)、均可排除,故选(C).

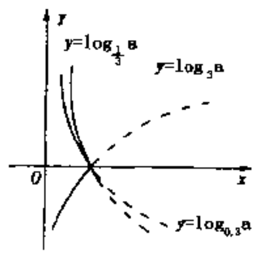
评注:文氏图是将抽象的集合问题具体化的桥梁.若取特例 $A=\{1,2\}$,$B=\{1\}$,$C=\{2\}$ 亦可快速获解.

例 2　设 $a\in(0,1)$,则下列不等式中正确的是　(　　)

A. $\log_{0.3}a>\log_{\frac{1}{3}}a>\log_3 a$　　B. $\log_3 a>\log_{0.3}a>\log_{\frac{1}{3}}a$

C. $\log_{\frac{1}{3}}a>\log_{0.3}a>\log_3 a$　　D. $\log_3^a>\log_{\frac{1}{3}}a>\log_{0.3}a$

分析:容易判定 $\log_3 a$ 最小,但其余两数的大小关系从数上判定较为繁琐;若从形上考察则可获简解.



解:如图,在同一坐标系内分别画出 $\log_3 a$,$\log_{0.3}a$,$\log_{\frac{1}{3}}a$ 的图象,考虑 $a\in(0,1)$,易得正确答案为(C).

例 3　方程 $\sin x=\lg x$ 的实根个数是　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 大于 3

分析:解此方程必思维受阻,而从形上考察函数图象交点的个