工商银行中专学校试用教材

# 经济数学基础

**经济数学基础**

《经济数学基础》编写组　编著

中国城市经济社会出版社出版发行

（北京复兴门外木樨地北里25号）

朝阳新华印刷厂印刷

开本：787×1092毫米 1/32　印张：13.375　字数：294千

1989年1月第1版　　1989年1月第1次印刷

ISBN 7-5374-0130-8/G·034

印数：00001—16500　定价：4.10元

# 前　言

本书是为适应工商银行干部中专学校的教学需要而统编的试用教材，也可供金融系统业余、函授、电视中专学校以及银行干部自学之用。

本书着重讲述数学的基础知识和基本技能，并紧密结合银行工作的实际，立足于应用，侧重于技能。对运用变量数学方法，在处理经济工作中的数量关系等方面作了介绍。

本书由工商银行职工教育部组织部分省、市工商银行干部中专学校老师和分行同志编写，吉林干部中专学校为主编单位。参加编写的有：吉林干部中专学校陈凤起、马文祥、马宏军、杨福林，吉林省分行吴俊杰，天津培训中心朱志曾，抚顺中专学校陈丽英。由陈凤起、吴俊杰负责总纂，吉林财贸学院刘宝琪审阅。经我们审定，本书可作试用教材出版。

在编写过程中，邀请杭州金融管理干部学院、上海金融职工大学，安徽干部中专学校，四平银行干校等单位的有关同志参加了讨论，提出了许多宝贵意见。在此，一并表示谢意。读者对本书的意见和建议，请函告工商银行职工教育部教材处。

职工教育部

1988年5月

# 目　录

# 第一章　函数

## 一、集　　合

### 1.1　集合的概念

在我们日常的学习和工作中，常把某些同类事物放在一起来研究。如

（1）全体自然数；

（2）一切直角三角形；

（3）某银行的各项贷款余额；

（4）某经济系统的所有部门；

（5）某省工商银行的全体职工。

当我们分别把它们看成是一个整体时，可以观察到，构成这个整体的事物都具有某种共同属性。比如，在例（1）中，构成全体自然数的整体的“事物”——自然数，而不是别的什么数；再如，在例（5）中，构成该省工商银行的全体职工的整体的“事物”——该行的职工，而不是别的省或本省别的系统的职工。

象这样，具有某种共同属性的事物的全体，叫做集合。构成集合的每一事物，叫做集合的元素。

通常，我们用大写字母 $A$、$B$、$C$、…… 表示集合，而用小写字母 $a$、$b$、$c$、…… 表示集合中的元素。

对于一个集合来讲，如果$a$是集合$A$的元素，就说“$a$属于$A$”，记作 $a\in A$；如果$a$不是集合 $A$ 的元素，就说“$a$不属于$A$”，记作 $a\in \overline{A}$（或$a\notin A$）。

任何一个事物对于某个给定的集合来讲，或者属于这个集合，或者不属于这个集合，二者只居其一。如，设$A$是由$a$、b、$c$三个字母组成的集合，则 $b\in A$，而 $d\overline{\in} A$。

表示集合的方法有几种。在此，我们介绍两种常用的方法。

把一个集合的所有元素一一列出，用花括号｛ ｝括起来，这种表示集合的方法叫做列举法。如六种主币壹圆、贰圆、伍元、拾圆、伍拾圆、壹佰圆组成的集合，可表示为：

｛壹圆、贰圆、伍圆、拾圆、伍拾圆、壹佰圆｝。

例1．用列举法表示由$a$，b，$c$，$d$，$e$五个元素组成的集合$A$。

解：$A=\{a, b, c, d, e\}$.

例2．信贷资金的主要来源是各项存款：财政性存款、企业存款、城镇储蓄存款、农村存款。由这些存款所组成的集合B，可表示为

$B=$｛财政性存款，企业存款，城镇储蓄存款，农村存款｝；

把集合中元素的某种属性描述出来，用花括号｛ ｝括起来，用来表示集合的方法叫描述法。如大于5的所有实数组成的集合，可表示为

$\{x \mid x>5,\}$

例3．圆$x^2+y^2=1$内部一切点的集合$C$，试用描述法表示之。

解：$C=\{(x,y) \mid x^2+y^2<1\}$

集合还可以按照它所含有的元素的个数，分为有限集合或无限集合。

含有有限个元素的集合，叫做有限集合。如，｛一个班级的学生｝、｛$-1$，0，2｝、｛十二月份某储蓄所吸收的存款额｝等，都是有限集合。反之，含有无限多个元素的集合，叫无限集合。如全体整数，由直线$y=x$上所有点组成的集合，都是无限集合。

特别地，有的集合仅含有一个元素，如｛$-1$｝、｛0｝、｛$a$｝、$\{x|x+3=0\}$等，这样的集合，也可以叫做单元素集合。但是，要注意$a$与｛$a$｝是不一样的。$a$表示一个元素，而｛$a$｝表示由元素$a$组成的集合。二者的关系是$a\in\{a\}$。

我们还规定，不含任何元素的集合，叫空集，记为$\phi$。比如，$x^2+1=0$的实根所组成的集合，就是空集，记作$\phi=\{x|x^2+1=0\}$。

今后为了便于研究问题，我们对一些数集的符号规定如下：

$N$——自然数集；$J$——整数集；

$Q$——有理数集；$R$——实数集。

## 练　　习

1．（口答）举例说明，什么是有限集合、无限集合、空集、单元素集合？

2．银行的各项贷款包括工业贷款、商业贷款、国营农业贷款、社队农业贷款、预购定金贷款、个体贷款等，试用列举法表示各项贷款的集合。

3．用适当的方法表示下列集合：

（1）转帐支票、托收无承付、委托付款、汇兑、托收承

付、信用证、异地委托收款；

（2）周长等于5厘米的三角形；

（3）大于20的正整数；

（4）方程$x^2-3x+1=0$的实根。

4．已知$A=\{x|x$为大于5的整数$\}$，下列命题哪些正确，哪些不正确？

| | |
|---|---|
| （1）$10\in A$； | （2）$5\in A$； |
| （3）$7.2\in A$； | （4）$\{10\}\in A$； |
| （5）$\{1\}\in A$； | （6）$\phi\in A$； |
| （7）$1\notin A$； | （8）$101\in A$。 |

## 1.2　集合间的关系

### 1．集合的包含与相等

设二集合$A$与$B$，且$A=\{1, 2, 3\}$，$B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$。

显然，集合$A$的每一个元素，都是集合$B$的元素，对于这样的两个集合，我们把集合$A$叫做集合$B$的子集。

并说，“$A$包含于$B$”，记作$A\subseteq B$；或者说，“$B$包含$A$”记作$B\supseteq A$。

如果$A$是$B$的子集，并且，$B$中至少有一个元素不属于$A$，那么，集合$A$叫做集合$B$的真子集。记作$A\subset B$或者$B\supset A$。如图1—1。

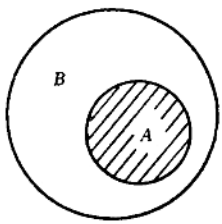

图1—1

性质：

（i）$A\subseteq A$。即任何一个集合都是它本身的子集。

（ii）我们规定，空集是任何集合的子集。

(iii)如果$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么，$A\subseteq C$.

对于两个集合$A$与$B$，如果$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$，就说集合$A$与$B$相等。记作$A=B$.

如果$A=B$，显然，$B=A$.

例1．写出$A=\{a, b, c\}$的所有子集。

**解**：集合$A$的所有子集是：$\phi$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$，$\{a, b, c\}$.

2．交集

设集合$A=\{$壹分，贰分，伍分，壹角$\}$，集合$B=\{$伍角，贰角，壹角，伍分$\}$。显然，$A$与$B$的所有公共元素仅有两个，即：伍分，壹角。设由伍分、壹角二个元素组成的集合为$C$，于是

$$C=\{伍分，壹角\}。$$

这时，我们把集合C叫做$A$与$B$的交集。也就是说，由集合$A$与集合$B$的所有公共元素组成的集合$C$，叫做集合$A$与集合$B$的交集，记作$C=A\cap B$. 读作"$A$与$B$的交"。如图1—2。

图1—2中的阴影部分表示$A\cap B$.

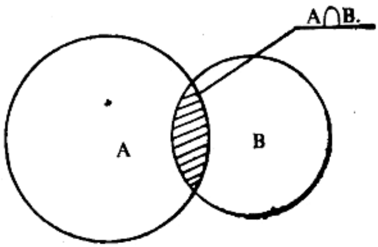

图1—2

从图1—2，可以看出，$A$与$B$的所有公共元素是：既属于$A$又属于$B$的元素。因此$A$与$B$的交集还可以写成

$$A\cap B=\{x|x\in A且x\in B\}$$

对任何的集合$A$、$B$都有

(i) $A\cap A=A$;

(ii) $A\cap\phi=\phi$;

(iii) $A\cap B\subseteq A$, $A\cap B\subseteq B$.

**例2.** 设$A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{2, 3, 4, 5, 6\}$, 求$A\cap B$.

**解**: 显然$A$、$B$的所有公共元素是2, 3, 4. 那么, 由交集的定义, 知

$$A\cap B=\{2, 3, 4\}.$$

**例3.** 设$A=\{$某银行的男职工$\}$, $B=\{$某银行的女职工$\}$, 求$A\cap B$.

**解**: 显然, $A\cap B=\phi$.

**例4.** 设$F=\{x|0<x<5, x\in J\}$, $G=\{y|4\leqslant y<7, y\in J\}$, 求$F\cap G$.

**解**: 题给的集合$F$与$G$用列举法表示, 就是

$$F=\{1, 2, 3, 4\}, G=\{4, 5, 6\},$$

所以,

$$F\cap G=\{x|0<x<5, x\in J\}\cap\{y|4\leqslant y<7, y\in J\}=\{1, 2, 3, 4\}\cap\{4, 5, 6\}=\{4\}.$$

**例5.** 设$A=\{(x,y)|x+y=1\}$, $B=\{(x,y)|2x-y=2\}$求$A\cap B$.

**解**: $A\cap B=\{(x,y)|x+y=1\}\cap\{(x,y)|2x-y=2\}=\{(x,y)|2x-y=2\text{ 且 }x+y=1\}=\{(1,0)\}$.

3. 并集

设集合$A=\{$壹分, 贰分, 伍分, 壹角$\}$, 集合$B=\{$伍角, 贰角, 壹角, 伍分$\}$。显然, $A$与$B$的所有元素一共有6个, 即: 壹分, 贰分, 伍分, 壹角, 贰角, 伍角。设由此6个元

素组成的集合为$D$，于是

$$D=\{壹分，贰分，伍分，壹角，贰角，伍角\}。$$

这时，我们把集合$D$叫做集合$A$与$B$的并集。就是说，由集合$A$与集合$B$的所有元素组成的集合$D$，叫做集合$A$与集合$B$的并集。记作$D=A\cup B$．读作“$A$与$B$的并”。如图1—3。

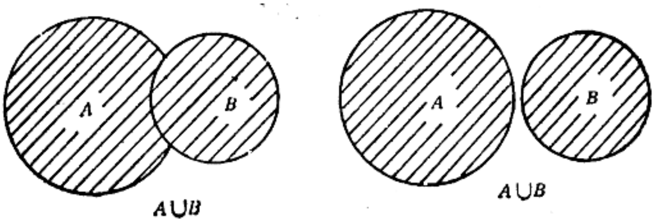


图1—3

图中的阴影部分表示$A\cup B$．

从图1—3可以看出，$A$与$B$的并的所有元素是：或者属于$A$或者属于$B$（至少属于二者之一，也可能同时属于二者）的元素。因此，$A$与$B$的并集还可以写作

$$A\cup B=\{x|x\in A或x\in B\}.$$

对任意的集合A、$B$，都有：

（i）$A\cup A=A$；

(ii) $A\cup\phi=A$；

(iii) $A\cup B\supseteq A$，$A\cup B\supseteq B$．

**例6**．在例2中，

$$A\cup B=\{1,2,3,4\}\cup\{2,3,4,5,6\}$$
$$=\{1,2,3,4,5,6\}.$$

**例7**．在例3中，

$$A\cup B=\{某银行的职工\}.$$

例 8．设$J=\{$整数$\}$，$P=\{$分数$\}$，$E=\{$无理数$\}$，求$J\cup P\cup E$。

解：$J\cup P\cup E=\{$整数$\}\cup\{$分数$\}\cup\{$无理数$\}$

$=\{$有理数$\}\cup\{$无理数$\}$

$=\{$实数$\}$。

4．补集

为了研究补集，首先，我们给出全集的概念。

一般地说，所谓全集，就是事先给定的包含所要研究的各个集合所有元素的集合。记作$I$．通常用一个矩形来表示全集。

这样，我们所要研究的每一个集合，就可以用矩形中的一个区域（一般用圆）来表示。如图1—4不带阴影的圆表示集合$A$。

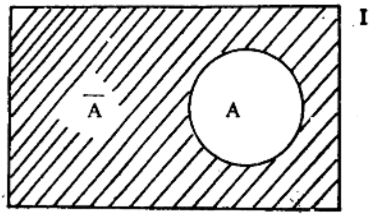


图1—4

在图1—4中，我们把矩形里去掉集合$A$而剩余的阴影部分，叫做$A$的补集。常用$\overline{A}$表示。也就是说，由属于全集I而不属于集合$A$的所有元素组成的集合，叫做A的**补集**。即

$$\overline{A}=\{x|x\in I,\ 但x\notin A\}。$$

补集有下面的性质：

（i）$A\cup\overline{A}=I$；

（ii）$A\cap\overline{A}=\phi$；

（iii）$\overline{\overline{A}}=A$。

例 9．设$I=\{$全行职工$\}$，$A=\{$全行女职工$\}$，那么，$\overline{A}=\{$全行男职工$\}$。

例10. 设 $I=\{a, b, c, d, e\}$, $A=\{a, b, c\}$, $B=\{b, c, d, e\}$, 求:

①$\overline{A}$; ②$\overline{B}$; ③$\overline{A}\cup\overline{B}$; ④$\overline{A\cap B}$; ⑤$\overline{A}\cap\overline{B}$;

⑥$\overline{A\cup B}$.

解: ①$\overline{A}=\{d, e\}$;

②$\overline{B}=\{a\}$;

③$\overline{A}\cup\overline{B}=\{d, e\}\cup\{a\}=\{a, d, e\}$;

④$A\cap B=\{a, b, c\}\cap\{b, c, d, e\}$

$=\{b, c\}$;

$\therefore \overline{A\cap B}=\{a, d, e\}$;

⑤$\overline{A}\cap\overline{B}=\{d, e\}\cap\{a\}=\phi$

⑥$A\cup B=\{a, b, c\}\cup\{b, c, d, e\}$

$=\{a, b, c, d, e\}$

$=I$,

$\therefore \overline{A\cup B}=\phi$.

## 练　　习

1. 写出集合$A=\{0, 1, 2\}$的所有子集。

2. 设$A=\{2, 3\}$, $B=\{x|x^2-5x+6=0\}$, 试说明$A=B$.

3. 在下列各题的____处填上适当的符号 ($\in$, $\notin$, $=$, $\supseteq$, $\subseteq$):

(1) 1 __ $\{1\}$; (2) $\phi$ __ $\{0\}$;

(3) $a$ __ $\{a, b, c\}$; (4) $\{a\}$ __ $\{a, b, c\}$;

(5) $\{a, b\}$ __ $\{a, b, c\}$; (6) $\{c, b, a\}$ __ $\{a, b\}$;

(7) $\{c, b, a\}$ __ $\{a, b, c\}$; (8) 0 __ $\{a, b, c\}$.

4. 设$A=\{$全体四边形$\}$, $B=\{$全体平行四边形$\}$, $C=$

{全体矩形}， $D=\{$全体菱形$\}$， $E=\{$全体正方形$\}$。试求诸集合的包含关系。

5．已知$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$，$B=\{4,\ 6,\ 10\}$，$C=\{2,\ 4,\ 6\}$

（1）求$A\cap B$，$B\cap C$；

（2）在____处填上适当的符号（$\supset$，$\subset$）：

$A$____$C$；$A\cap B$____$C$。

6．设$I=R=\{$实数$\}$，$A=Q=\{$有理数$\}$，求$\overline{A}$。

7．设$I=\{x|x$为不超过5的整数$\}$ $A=\{-1,\ 0,\ 1\}$，求$\overline{A}$。

## 习　题 1.1

1．用符号表示下列元素的集合：

（1）我国大陆的省、自治区、直辖市的工商银行；

（2）正整数的平方；

（3）方程$x^2=0$的解；

（4）方程$x^2+5=0$的实数解。

2．下面的表达式是否正确？如不正确，请把它改正过来：

（1）$\phi=\{0\}$；　（2）$0=\{0\}$；

（3）$A\cup\overline{A}=I$；　（4）$A\cap\overline{A}=0$。

2．在下列各题中，恒真者在（　）中记以✓；有时真者记以$\times\!\!\!\checkmark$；恒不真者记以×：

（1）如果$a\in A$，那么$a\in A\cap B$；　（　　）

（2）如果$a\in A\cup B$，那么$a\in A$；　（　　）

（3）如果$A\supseteq B$，那么$A\cap B=B$；　（　　）

（4）如果$a\notin A$，那么$a\in A\cap B$；　（　　）

（5）$A\cap\phi=\phi\cup A$；（　　）

（6）$A\cap\overline{B}=B\cap\overline{A}$，且$A\neq B$．（　　）

3．在下面的｛　｝内填入集合中的元素的限制条件：

（1）$\{x|x<0\}\cup\{x|x>5\}=\{x|\quad\}$；

（2）$\{x|x>0\}\cap\{x|x<5\}=\{x|\quad\}$．

4．设 $A=\{(x,y)|2x-y=1,\ x\in R,\ y\in R\}$，$B=\{(x,y)|ax+3y=9,\ x\in R,\ y\in R\}$，已知$A\cap B=\phi$，求$a$的取值．

5．设$A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,3,4,5\}$，$C=\{5,6,7,8\}$，求：

（1）$A\cup B\cup C$；（2）$A\cap B\cap C$；

（3）$(A\cap C)\cup B$；（4）$(B\cap C)\cup A$．

## 二、函　　数

### 1.3　映射

在中学我们已学过对应的例子。例如，对于任何一个实数$a$，数轴上都有唯一的点$A$和它对应；坐标平面内的任何一个点$P$，都有唯一的有序实数对$(x,y)$和它对应。现在我们学习一种特殊的对应——映射。

先看两个集合$A$、$B$的元素之间的一些对应的例子（图1—5），为简单起见，集合$A$、$B$取有限集。

在图1—5(1)中对应法则是“开平方”，即对于集合$A$中的每一个正数$x$（如$x=9$），集合$B$中有两个平方根$\pm\sqrt{x}$（即3与$-3$）和它对应；在图1—5(2)中对应法则是“求余弦”，即对于集合$A$中的每一个角$\alpha$（如$\alpha=120°$），集合$B$中有一

个余弦值cosα（即$-\frac{1}{2}$）和它对应；在图1—5（3）中，对应法则是“平方”，即对于集合$A$中的每两个非零整数$\pm m$（如2与$-2$），集合$B$中有一个平方数$m^2$（即4）和它们对应。

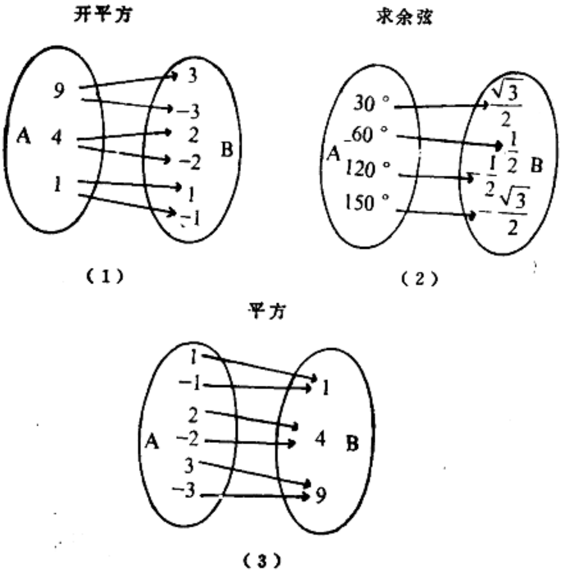


图1—5

作为两个集合$A$、$B$，对于集合$A$中的一个或$n$个元素，可以按照某种对应法则，使另一个集合$B$（也可以是$B$集）中有一个或$n$个元素和它对应。

图1—5中（2）与（3）这两个对应都有这样的特点：对于集合$A$中任何一个元素，作为集合$B$中都有唯一的元素和它对应。我们把具有这样特点的对应叫映射。

一般地，设$A$，$B$是两个集合，如果按照某种对应法则