



数学方法

数 学 方 法

刘永振 编著

辽 宁 人 民 出 版 社

一九八七年·沈阳

数 学 方 法

Shuxue Fangfa

刘永振 编著

辽宁人民出版社出版 辽宁省新华书店发行
(沈阳市南京街6段1里2号) 沈阳新华印刷厂印刷

字数: 78,000

开本: $787 \times 960 \frac{1}{2}$

印张: 5

印数: 2,651—16,750

1986年2月第1版

1987年3月第2次印刷

责任编辑: 杨永富

责任校对: 周 全

封面设计: 马书林

ISBN 7-205-00002-5 / B · 2

统一书号: 2090·85 定价: 0.94元

编 者 的 话

这套科学方法论丛书是为科技人员和准备投身于科技事业的青年同志们编写的。每本小册子讲一个专题，如果把各本小册子的内容汇集起来，大体上包括了科学研究过程中所用的基本方法。

说到方法，很自然地会想到我们常常碰到的问题。

“搞科学就是要如实反映客观对象，还讲什么方法？”确实，自然科学知识是对客观实际的反映，但是，在科学研究中，要真正做到从实际出发，如实反映客观对象却不是一件简单的、轻而易举的事情。虽然自然界的客观规律是可以被人们正确反映和认识的，但自然界不会主动地把它的规律交给人们去把握，人们也不可能一眼就看穿客观现象的本质。

要让自然界暴露出它的真实面目，非得想点办法不可，对于科学研究来说，只讲物质世界不依赖于人的意识，是人们认识的客体，这还不够；科学探索的成果如何，在相当程度上还决定

于进行研究的人——认识主体，决定于认识主体是否有良好的素质和足够的才能，其中包括对科学方法的了解和训练。科学研究工作者掌握了正确的方法，善于能动地变革现实让自然界暴露其现象，善于能动地改造制作所获得的实际资料，就能更好地坚持从实际出发的原则，揭示和把握自然界的规律。

“搞科学就是要刻苦，要认真，不能靠走捷径，不必讲方法。”毫无疑问，科学是老老实实的学问，科学家应当是老实人，谁不肯下苦功，不肯费力气，就不能攀登科学的高峰。然而，这只是事情的一个方面——科学家又应当是聪明人，会巧干，善于避免失误，力求少走弯路。科学发展史上的许多事例表明，在大致相同的物质条件下同样刻苦地进行实验，结果是巧于安排的研究者取得了更重要的发现；根据大致相同的实验结果同样认真地进行加工，善于思索的科学家会作出较高水平的理论创造。

科学方法论的学习对于科技工作者、理工科大学生来说是必要的，对于哲学工作者来说也是有益的。在现代条件下，要探讨认识论和逻辑问题，就必须关心自然科学的成就和自然科学的研究方法。

那么，是不是看过了一些小册子就能领会科

学方法的诀窍，走进发现和发明的殿堂呢？问题也不这么简单。方法对头终究是取得科学成果的一个条件，如果从事探索活动的人力物力不足，科研体制不当，科技政策失误，再好的方法也无济于事。而且，任何科学方法论的著述都只能在理论原则上给人们以启发，只能着重介绍前人和他人在研究过程中的经验教训，而一个人要真正掌握正确的方法就不能只靠看书，还要靠自己的理解、实践和总结。学习科学方法论也要理论联系实际，也要把读书和应用结合起来。

我们这套丛书是吸取了科学方法论方面的已有的研究成果，着眼于普及宣传而编写的。在编写时力求做到正确准确，生动活泼，深入浅出。同时，我们又深感力不从心，无论是编者或作者，从事自然科学方法论的教学和研究工作都为时不长，造诣不深，错误和缺点一定很多。我们希望读者能对这些小册子提出宝贵意见。

这套丛书是由大连工学院、辽宁社会科学院、东北工学院等单位的自然辩证法工作者参加编写的。辽宁省自然辩证法研究会对编写工作给予了大力支持，不少同志对丛书初稿提出了宝贵的修改建议，在此一并致谢。

陈 昌 曙

一九八四年五月

内 容 提 要

《数学方法》是“科学方法论丛书”之一。本书介绍了作为科学研究工具的数学——数学方法的形成、演变、功能和用场，探讨了数学方法的辩证性质，阐述了数学方法模型的类型及提炼模型的注意事项，评述了数学方法革新的特点，强调了科技工作者加强数学修养的必要性。

本书语言流畅，富有趣味性和哲理性。

目 录

引 言	1
第一章 数学方法的功能	7
一 “捷足先登者”的秘密何在	7
——谈作为科学研究工具的数学方法	
二 自由落体与哥尼斯堡七桥问题	19
——谈作为形式化语言的数学方法	
三 当真理碰到鼻子尖的时候	30
——谈作为数量分析和计算工具的 数学方法	
四 电磁波、正电子及其他	45
——谈作为推理工具的数学方法	
第二章 数学模型的建立	63
一 架设数学通向各门科学的“彩桥”	63
——谈实体、数学模型及其特征	
二 炉火纯青的刀具与“说一不二”	71
——谈必然现象的数学模型	
三 从流星说起	79
——谈或然现象的数学模型	
四 模糊中见到的光明	88
——谈模糊现象的数学模型	

五	F-111 飞机为什么突然坠毁	99
	——谈突变现象的数学模型	
六	怎样从“抽象王国”步入现实世界	105
	——谈提炼数学模型的步骤	
第三章	数学方法的革新	111
一	旧貌换新颜	
	——谈数学方法应用的计算机化	
二	从爱因斯坦与格罗斯曼的合作 所想到的	127
	——谈科技工作者的数学修养	
三	警惕“陷阱”和“泥潭”	142
	——谈运用数学方法的注意事项	

引 言

早在两千多年以前，古希腊的学者们就争论着一个大问题：“世界的本原是什么”？

以泰勒斯为代表的米利都学派主张，自然界的万事万物应当归结为“水”，水是世界的本原。与这个学派的观点截然相反，毕达哥拉斯学派则认为，世界的本原并不能归结为水、气等具体的自然物质形态，万事万物皆统一于抽象的“数”。于是，他提出了“万物皆数”的命题。

泰勒斯学派用自然界本身来解释自然界，自然观的基本观点是正确的。但是，这种观点从某一特定的自然物中寻找世界的统一性，这是不正确的。毕达哥拉斯学派颠倒了现实世界与数学的关系，将“数”神秘化了，对世界的本原作了错误的解释。可是，他们猜测到了客观世界数量关系的普遍性，这是他的合理因素所在。揭开“万物皆数”的神秘主义帷幕，我们就会发现其中包含有数学的广泛适用性和今天科学数学化的思想萌芽。“万物皆数”的合理成分在于，万事万物的统一可以用数学形式加以描述。正是这一点，

对后来人们用数学方法来探索世界的统一性，产生了极其深远的影响。

今天，数学不仅早已渗透到自然科学各学科中，而且愈来愈广泛地被应用于社会科学和思维科学的许多领域中。现代科学技术的一个重要特征，就是它的数学化。数学已成为社会进步的一个不容忽视的因素。

力学，这是物理科学最先精确化的一个分支，是最先从物理学中独立出来，成为一门单独学科的。随后，光学、热学、声学、电磁学等学科也由于数学方法的帮助，逐一从物理学的母体中脱胎而出。恩格斯指出：“如果说，在中世纪的黑夜之后，科学以意想不到的力量一下子重新兴起，并且以神奇的速度发展起来，那么，我们要再次把这个奇迹归功于生产。”^①生产实践的深入，推动了科学的发展，也加速了科学数学化的进程。

由伽利略开创而由牛顿完成的经典力学体系，是近代科学发展初期应用数学的必然结果。牛顿把他的力学著作称之为《自然哲学的数学原理》，说明他对数学的高度重视，也反映了这门学科的精确化水平。

① 恩格斯：《自然辩证法》，人民出版社1971年版，第163页。

在整个十八、十九世纪，是牛顿力学体系绝对统治物理科学的时期。这期间，力学和数学相互带动，彼此促进，成为科学发展史上得天独厚的一对“双胞胎”。与此同时，数学被逐渐推广到物理学的其他学科，如热学、声学、光学、电磁学，使这些学科也欣欣向荣、茁壮成长起来。以傅立叶、麦克斯韦和玻耳兹曼等人为代表，把数学应用到热学、电磁学和分子运动论中，因而物理学获得了一系列重要成果。

二十世纪，爱因斯坦创立的相对论，就是运用偏微分方程、张量分析和黎曼几何等新的数学工具，以严密的数学结构表达的物理理论，从而使人类对物质运动的认识从宏观低速领域扩展到宇观高速领域，使整个自然科学开始了一场崭新的革命。

1916年，爱因斯坦通过引进非欧几何这一最新数学理论，从而把引力和几何概念联系在一起；1925年，量子力学中引进了希尔伯特空间，才使这门描述微观客体运动规律的新学科建立起完整的理论体系；目前，绝大多数的物理学家都相信，只有用近四十年发展起来的纤维丛这一新的数学方法，才能描述规范场这一物理观念。

以往，人们常常把化学称为“经验科学”，其原因在于一般的化学研究绝大部分是运用经验

规律。随便翻开一本化学书，映入人们眼帘的大都是这样的词句：“氢气和氧气化合成水，每克分子放热137千卡”，“糖精比蔗糖甜500倍”，“银是导电性最好的金属”……。如果要打破沙锅问到底：氢氧化合为什么放热137千卡而不是130千卡或140千卡？糖精为什么比蔗糖甜500倍，而不是490倍或510倍？银的导电性为什么比别的金属都好？这些道理在当时科学条件的限制下，还讲不清楚。

但是，随着量子力学的理论与方法被引入化学领域，诞生了量子化学以后，现代化学的面貌发生了根本性的变化。特别是它根据量子力学中的薛定谔方程来计算分子间电子运动的规律，这样，量子化学既能从量子理论上做计算，又能对一百多年来所积累的大量实践经验和知识给予总结，而且还能进行科学预见。这就说明，化学这门古老的“经验科学”，在数学方法的帮助下，正在转化为具有严密的逻辑结构的精确科学。

过去一向认为地学与数学没有什么关系。然而，现在也迫切需要应用数学方法来解决一些问题。地质学家应用数学来研究各种复杂的地质过程，将其变换成数学模型，通过电子计算机来模拟地质过程的发展变化。数学地质学的出现和发展，预示着地学也将从定性描述阶段过渡到定量

分析的阶段。

一百多年以前，数学在生物学中的应用是很少的。但是在今天，生物学应用数学的情况较之那时已形成鲜明的对照。十九世纪达尔文提出的进化论，只不过是应用了比较的方法。近年来，运用数学来定量地研究不同种生物的亲缘关系，使生物进化论有了可靠的科学依据。在合成胰岛素的研究中，关于复杂的立体模型的计算，以及生物遗传密码的研究，都有数学的积极参与。在生态学中，已知动物的自然生长率及其相互影响的效能，就能够建立数学模型，刻画生态平衡关系。生物学中诞生了生物数学，以及由此派生出了诸如数量遗传学、数量分类学、数量进化论、分子生物数学、生物力学数学、生物统计学、生物概率论、生物运筹学、生物函数方程等小的学科分支。在生物学中，数学方法大显身手，生机勃勃。生物学的现状允许我们作出断言：科学研究由“物理学—数学时代”向“生物学—数学时代”的过渡已经开始了。未来的世纪，将是生物学的世纪。

在自然科学日益精确化的形势下，社会科学也变得日益依赖数学了。不论社会现象比自然现象如何复杂，也不论社会科学不具有自然科学掌握规律的量的精确性这一差别怎样明显，然而，

随着数学方法日益渗入社会科学领域，社会科学的数学化也是大势所趋，不可阻挡。数学方法渗入思维科学领域，产生了数理逻辑，这是现代逻辑学的一门新学科。数学方法渗入经济科学领域，诞生了新的科学——经济数学方法，这是符合经济需要的专门的数学工具，它包括计划计量学、经济控制论和数学规划。系统论、信息论和控制论等方法性学科的迅速崛起；运筹学、随机数学、模糊数学和突变理论等数学分支在国民经济领域中的广泛应用，更加说明数学已成为明显的社会推动力。

那么，数学为什么会具有如上面所叙述的那样广泛的适用性呢？科学研究为什么需要应用数学方法？科技工作者在自己的工作实践中应当怎样使用数学方法？这就是我们这本书所要讨论的问题。

本书在编写过程中，参考了许多同志的著作和观点，由于篇幅的限制，编者未能在参考文献栏目中一一列出；本书除了在丛书编委会的直接指导下进行写作外，还承蒙东北师范大学解恩泽副教授审阅原稿，提出了许多宝贵意见，在此一并表示感谢。

第一章 数学方法的功能

一 “捷足先登者”的秘密何在

——谈作为科学研究工具的数学方法

在科学史上，究竟是胡克还是牛顿发现了万有引力定律？为之曾出现过一些争论。实际上，两位科学家对万有引力定律的发现，都做出了自己的贡献。但是，牛顿较之胡克说来，却捷足先登。其秘密就在于牛顿比胡克有较高的数学才能。

牛顿早在23岁的时候，就在万有引力的研究上取得了惊人的成果。正如他说：

“就在这一年，我开始想到把重力引申到月球的轨道上，并且在弄清怎样估计圆形物在球体中旋转时压于球面的力量之后，我就从刻卜勒关于行星公转的周期与其轨道半径的二分之三方成比例的定律中，推得推动行星在轨道上运行的力量必定与它们到旋转

中心的距离的平方成反比例：于是我把推动月球在轨道上运行的力与地面上的重力加以比较，发现它们差不多密合。这一切都是1665与1666两个瘟疫年份的事，因为在那些日子里，我正处在发现旺盛的年代，对于数学和哲学，比以后任何年代都更加关心。惠更斯先生后来发表了关于离心力的研究成果，我想这些研究成果的取得应当在我之前。”^①

这就是说，牛顿已在一般的万有引力理论研究方面迈出了根本性的一步。但是，牛顿当时并没有把计算结果公布出来，据说有两条理由：其一是说当时人们对地球半径的数值知道得并不精确，因而牛顿计算把月亮约束在它的轨道上所需要的向心力和地球对月亮的吸引力这两个数值出现了较大的差异。这一说法不大可信，因为那时已有相当精确的数值，而且牛顿自己说两者差不多是密合的，另一种说法倒是很有道理的，认为牛顿在这里遇到了计算困难。就是说，如果两个质点间的引力正比于二者质量的乘积，反比于距离的平方，那么由无数个质点积累起来的两个球体之间的引力应如何计算呢？牛顿当时

① 转引自W.C.丹皮尔：《科学史》，商务印书馆1979年版，第222—223页。