

遵循新大纲 ▼ 配合新教材

立体几何

高中数学 万题选

高一适用 (第一版)

邓 均 主编

北京大学出版社

高中数学万题选

立体几何(高一适用)

邓 均 主编

编撰者:王人伟 王建民 邓 均 董世奎

北京大学出版社

北 京

图书在版编目(CIP)数据

高中数学万题选:立体几何/邓 均主编. —北京:北京大学出版社, 1997. 10

ISBN 7-301-03548-9

I. 高… I. 邓… II. ①数学课-习题-高中 ②立体几何课-高中-习题 · N. G634. 6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 20992 号

书 名:高中数学万题选·立体几何

著作责任者:邓 均主编

责任编辑:孙 晔

标准书号:ISBN 7-301-03548-9/G · 426

出版者:北京大学出版社

地 址:北京大学校内 100871

电 话:出版部 62752015 发行部 62759712 编辑部 62752032

排 印 者:唐山市兴卫装璜印刷厂印刷

发 行 者:北京大学出版社

经 销 者:新华书店

787×1092 32 开本 6.25 印张 150 千字

1997 年 8 月第一版 1997 年 8 月第一次印刷

定 价:8.00 元

编者的话

作为一名数学教师和一名高中学生,谁都希望得到一本便于寻找例题和作业,内容丰富、知识面广、系统性强、具有一定深度、数学思想应用较多、解法灵活多变的习题集,陪伴你和你的学生愉快地度过高中阶段的学习,使你的学生既有扎实的数学知识,又具有较强的分析能力和解题技巧.为此,我们根据教学大纲和高考说明编写了此书.

本书的特点是:实用性极强,选题源于教材而高于教材,突出重点,突破难度,内容上做了较多的补充和引伸,寓应试教育于素质教育之中.本书基本上把我们 30 余年教学过程中的典型例题、作业以及在海淀教师进修学校乃至在全国各省市的教师培训班给老师们讲课的精华,按教学顺序都编入了该题选.该题选实际上是我们在北大附中、北航附中和科大附中的教学的实录,两届国际数学奥林匹克金牌获得者周宏,今年高考数学满分得主张煜在高中学习时就是用的本题选中的习题.所以该题选特别便于教师在备课时选择补充例题和作业,也特别便于高中学生与教师教学同步寻找补充练习.

本书另一个特点是:既重视双基,又重视能力,由浅入深,层次分明,适用面广.

为了便于读者使用,该书基本上是按与教材同步的形式编写.

为了对读者在思维方法和解题方法上有所帮助,我们在书后编写了部分难题的二级提示和解答.

本书可作为高中学生与教材配套的习题集,也可供教师

教学时参考.由于水平有限,书中的错误在所难免,欢迎读者批评指正.

编 者

1996 年 10 月于北大附中

目 录

第一章 直线和平面	(1)
一、平面	(1)
二、空间两条直线	(4)
三、空间直线和平面	(9)
四、空间两个平面	(20)
复习题	(29)
第二章 多面体和旋转体	(35)
一、多面体	(35)
二、旋转体	(44)
三、多面体与旋转体的体积	(55)
复习题	(68)
答案与提示	(74)
二级提示与解答	(83)

第一章 直线和平面

一、平面

1. 判断正误(将表示正、误的 $\checkmark$ 、 $\times$ 号填入题后的括号内):

- (1) 四边形的两条对角线必相交于一点 ()
- (2) 两个平面不可能只有一个公共点. ()
- (3) 用平行四边形表示的平面,以平行四边形的四条边作为平面的边界线. ()
- (4) 两个平面有无数多个公共点,则这两个平面相交或重合. ()
- (5) 如果两个平面有三个公共点,那么这两个平面重合. ()
- (6) 若四点不共面,那么每三点一定不共线. ()
- (7) 三条平行直线确定三个平面. ()
- (8) 三条两两相交的直线一定共面. ()

2. 两两相交且不重合的四条直线,可确定平面的最多个数为()

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

3. 三个平面两两相交,则交线有()

- (A) 1 条 (B) 2 条
(C) 1 条或 3 条 (D) 3 条

4. E, F, G, H 分别为空间四边形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, DA 上的内点,若 EF, GH 所在直线交于点 P , 则

().

(A) $P \in \text{平面 } ABD$ (B) $P \in \text{直线 } AC$

(C) $P \in \text{直线 } AD$ (D) $P \in \text{直线 } BD$

5. 空间内有五个点,其中有四个点在同一平面内,但没有任何三个点共线,这样的五个点能确定平面的个数最多为

().

(A) 4 个 (B) 5 个

(C) 6 个 (D) 7 个

6. 若点 A 在直线 m 上,直线 m 在平面 α 上,则可记作 ().

(A) $A \subset m \subset \alpha$ (B) $A \in m \in \alpha$

(C) $A \in m \subset \alpha$ (D) $A \subset m \in \alpha$

7. E, F, G, H 分别是空间四边形 $ABCD$ 各边 AB, BC, CD, DA 的中点,若对角线 $BD = 2, AC = 4$,则 $EG^2 + HF^2$ 的值等于().

(A) 5 (B) 10

(C) 12 (D) 不能确定

8. 空间不共线的四个点可确定_____个平面.

9. 三个平面,若有一个公共点,则有_____条交线.

10. 用符号表示下列语句:

(1) 直线 l 在平面 α 内,点 A 在直线 l 上 _____;

(2) 直线 a 在平面 α 内,直线 b 与 α 交于 A 点,直线 a 不过点 A _____;

(3) 平面 α 与平面 β 交于直线 l ,直线 a 在平面 α 内,直线 b 在平面 β 内, a 与 l 交于 A 点, b 与 l 交于 B 点_____.

11. 把下列符号所表示的几何图形的位置关系,用语言

叙述出来,并画出立体图.

(1) $l \cap \alpha = A, B \in l$ 且 $B \notin \alpha$ _____;

(2) $\alpha \cap \beta = l, A \in l, A \in \alpha, \alpha \subset \alpha$ _____.

12. 作图:

(1) 已知平面 α (图 1-1), 画出两条直线 l_1 与 l_2 , 使 $l_1 \subset \alpha, l_2$ 与 α 相交, 且 l_1 与 l_2 不相交;



图 1-1

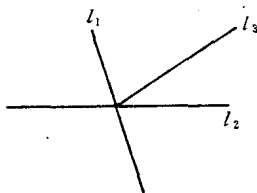


图 1-2

(2) 已知直线 l_1 与 l_2 分别为表示平面 α 与 β 的平行四边形的一条边所在直线, $\alpha \cap \beta = l_3$ (图 1-2), 画出平面 α 和 β ;

(3) 已知, 如图 1-3, 直线 l 交平面 γ 于点 A , 画出以 l 为交线的两个平面 α 和 β ;

(4) 画出两两相交的三个不同的平面 α, β, γ .

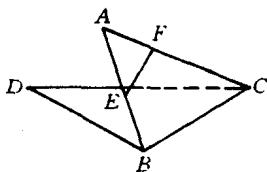


图 1-3

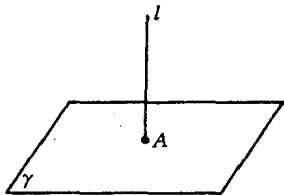


图 1-4

13. 已知平面 ABC 与平面 DBC 交于 BC , E, F 分别为 AB, AC 上的点, 且 EF 不平行 BC (如图 1-4), 作出直线 EF

与平面 DBC 的交点 P .

14. 已知 $l_1 // l_2 // l_3$, 且 $l \cap l_1 = P_1, l \cap l_2 = P_2, l \cap l_3 = P_3$, 求证: l_1, l_2, l_3, l 四条直线共面.

15. 已知 $\triangle ABC$ 在平面 α 外, 它的三边所在直线分别交 α 于 P, Q, R 三点, 求证: P, Q, R 三点共线.

16. 若 α, β, γ 三个平面两两相交所得三条交线中, 有两条相交, 则三条交线交于一点.

二、空间两条直线

17. 下列命题正确的是().

- (A) 分别在两个平面内的两条直线是异面直线
- (B) 无公共点的两条直线是异面直线
- (C) 不在任何一平面内的两条直线是异面直线
- (D) 以上三个命题都正确

18. 两条直线互相平行的等价命题是().

- (A) 两条直线无公共点
- (B) 两条直线在同一平面内
- (C) 两条直线在同一平面内但不相交
- (D) 两条直线与同一条直线所成角相等

19. 直线 a 与 b 在同一平面内, 则().

- (A) $a // b$ (B) $a \cap b = P$
- (C) $a // b$ 或 $a \cap b = P$ (D) 以上答案均不正确

20. 直线 $a \perp b$, 则().

- (A) a 与 b 成角 90° (B) a 与 b 共面
- (C) 必有垂足 (D) a 与 b 是异面直线

21. 过直线 a 外一点 P ().

- (A) 与 a 垂直的直线只有一条.
(B) 与 a 垂直的直线至多有一条.
(C) 与 a 平行的直线只有一条.
(D) 与 a 平行的直线有无数多条.

22. 若 θ 是两条异面直线所成角, 则().

- (A) $\theta \in (0, \pi]$ (B) $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$
(C) $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ (D) $\theta \in [0, \pi)$

23. 若直线 a 与 c 所成角等于直线 b 与 c 所成角, 则有().

- (A) $a \parallel b$ (B) a 与 b 相交
(C) a, b 是异面直线 (D) 上述三种情况均可能

24. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 与 A_1B 为异面直线的棱有().

- (A) 6 条 (B) 5 条 (C) 4 条 (D) 2 条

25. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 异面直线 AB 和 CC_1 的公垂线段是().

- (A) BC (B) B_1C_1
(C) A_1D_1 (D) 以上三条都是

26. 若 $a \parallel b, c \parallel d$, 且 a, c 是异面直线, 则().

- (A) b, d 是异面直线 (B) b, d 相交
(C) $b \parallel d$ (D) (A), (B) 均有可能

27. 直线 $a \parallel b$, 且 $a, b \subset$ 平面 α , c 与 a 是异面直线, 则().

- (A) c 与 α 相交
(B) c 与 b 平行

(C) c 与 b 是异面直线

(D) c 与 a 所成的角等于 c 与 b 所成角

28. 直线 $a \perp b, a \perp c$, 则 b 与 c ().

(A) 相交

(B) 垂直

(C) 是异面直线

(D) 位置关系不定

29. 过异面直线 a 与 b 外的一点 P , 与 a, b 都垂直的直线的条数为().

(A) 一条

(B) 无数多条

(C) 不存在

(D) 视 P 点位置而定

30. 已知直线 $a \cap$ 平面 $\alpha = P$, 则 α 内与 a 成角 30° 的直线().

(A) 不存在

(B) 只有一条

(C) 有无数条

(D) (A), (B), (C) 均有可能

31. $\triangle ABC$ 在平面 α 上, 过 α 上 $\triangle ABC$ 内的一点 P , 与 $\triangle ABC$ 三边所在直线成等角的直线().

(A) 不存在

(B) 只有一条

(C) 有 3 条

(D) 有无数多条

32. 直线 a, b, c 有共同的公垂线, 并且 a 和 b 是异面直线, b 和 c 也是异面直线, 那么 a 和 c 是().

(A) 异面直线

(B) 相交直线

(C) 平行直线

(D) 可能是异面直线

33. 已知 a, b, c 均是直线, 则下列命题中, 必定成立的是().

(A) 若 a 与 b 垂直, b 与 c 垂直, 则 a 与 c 也垂直

(B) 若 a 与 b 相交, b 与 c 相交, 则 a 与 c 也相交

(C) 若 a 与 b 平行, b 与 c 平行, 则 a 与 c 也平行

(D) 若 a 与 b 异面, b 与 c 异面, 则 a 与 c 也异面

34. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的所有面对角线中, 与 AB_1 成异面直线且与 AB_1 的成角为 60° 的有().

(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条

35. 下列命题中, 正确的命题是().

(A) 若一条直线和两条平行直线中的一条直线相交, 则它必与另一条相交

(B) 一条直线和两平行直线中的一条直线可以确定一个平面, 则它必与另一条直线也能确定一个平面

(C) 一条直线和两条平行直线中的任何一条都没有公共点, 那么这三条直线平行

(D) 一条直线和两条平行直线中的一条直线是异面直线, 当它与另一条直线没有公共点时, 必与另一条直线也是异面直线

36. 已知 a 和 b 是成角为 60° 的两条异面直线, 则过空间一点, 且与 a, b 都成 60° 角的直线共有().

(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条

37. 如图1-5, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle BAB_1 = 30^\circ$, $\angle B_1A_1C_1 = 30^\circ$, 则 AB 与 A_1C_1 的成角的大小为 _____, AA_1 与 B_1C 的成角的大小为 _____, AD_1 与 B_1C 的成角的大小为 _____, AB_1 与 D_1C 的成角的大小为 _____.

38. 在边长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中(如图1-6所示),

(1) 异面直线 AB 与 CC_1 间的距离为 _____;

(2) 异面直线 A_1D_1 与 BC_1 所成角的度数为 _____;

(3) 若 E, F 分别为 AA_1, AB 的中点, 则异面直线 EF

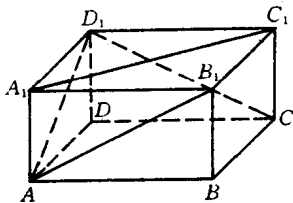


图 1-5

与 BC_1 所成角的大小为 _____；

(4) 把两两都为异面直线的三条直线称为一组, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的 12 条棱所在直线中, 满足条件的直线有 _____ 组.

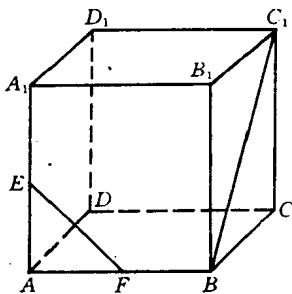


图 1-6

39. 已知空间四边形 $ABCD$.

(1) 求证: 对角线 AC 与 BD 是异面直线;

(2) 若 $AC \perp BD$, E, F, G, H 分别为四条边 AB, BC, CD, DA 的中点, 试判断四边形 $EFGH$ 的形状;

(3) 若 $AB = BC = CD = DA$, 作出异面直线 AC 与 BD

的公垂线段

40. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 求

(1) A_1B 与 B_1D_1 所成角;

(2) AC 与 BD_1 所成角.

41. 已知直线 a, b 是异面直线, 直线 $c \parallel a$, 且 c 与 b 不相交, 求证 b 与 c 是异面直线.

42. 已知在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为正方形 ABB_1A_1 与正方形 BCC_1B_1 的中心. 求证: A_1N 与 D_1M 是异面直线.

43. 求证: 如果一条直线和两条平行线中的一条垂直, 那么这条直线也和另一条垂直.

44. 已知 E, F, G, H 分别为空间四边形 $ABCD$ 的四边中点, 求证: 相对边中点连线 EG, FH, MN 相交于一点.

45. 两个不全等的三角形不在同一平面内, 它们的边两两对应平行, 证明

(1) 这两个三角形相似;

(2) 连结两三角形对应顶点的三条直线交于一点.

三、空间直线和平面

46. 下列命题正确的是().

(A) 如果平面外一条直线有两点和这个平面的距离相等, 那么这条直线和这个平面平行

(B) 一条直线垂直于一个平面内的无数条直线, 这条直线就垂直于这个平面

(C) 和一个平面相交成等角的两条直线必平行

(D) 一条直线和一个平面平行, 就和这个平面内的无数

条直线平行

47. 过平面外一点().

- (A) 存在无数条直线和这个平面垂直
- (B) 存在无数条直线和这个平面内的一条直线平行
- (C) 只有一条直线和这个平面垂直
- (D) 只有一条直线和这个平面内的一条直线垂直

48. 直线 l 与平面 α 平行的充要条件是().

- (A) l 与 α 内一条直线不相交
- (B) l 与 α 内两条直线不相交
- (C) l 与 α 内的任意一条直线都不相交
- (D) l 与 α 内无数条直线不相交

49. 在一个平面内和这个平面的斜线垂直的直线
().

- (A) 只有一条
- (B) 有无数条
- (C) 有相交的两条
- (D) 不存在

50. 下述论断中正确的是().

- (A) 平行于同一平面的两条直线平行
- (B) 垂直于同一直线的两条直线平行
- (C) 和两条异面直线都垂直的直线是这两条异面直线的公垂线

(D) 平面的斜线可以与这个平面内的无数条直线垂直

51. 直线 a 与直线 b 垂直且直线 a 垂直于平面 α , 则一定有().

- (A) 直线 b 垂直于平面 α
- (B) 直线 b 平行于平面 α
- (C) 直线 b 在平面 α 内

(D) 直线 b 在平面 α 内或直线 b 平行于平面 α

52. 若直线 a 和直线 b 是异面直线, 下面的命题正确的是().

(A) 过直线 b 与直线 a 平行的平面有且只有一个

(B) 过直线 b 与直线 a 平行的平面有无数个

(C) 不存在过直线 a 与直线 b 平行的平面

(D) 一定存在过直线 b 与直线 a 垂直的平面

53. 平面的一条斜线和这个平面所成的角是 θ , 则 θ 的取值范围是().

(A) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ (B) $0^\circ < \theta < 90^\circ$

(C) $0^\circ < \theta \leq 180^\circ$ (D) $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$

54. 下面命题正确的是().

(A) 过一点和一条直线垂直的平面有无数个

(B) 过一点和一个平面垂直的直线有无数条

(C) 两条平行的直线和一个平面所成的角相等

(D) 斜线上的各点在平面上的射影不一定在同一条直线上

55. 如图 1-7, BC 是直角 $\triangle ABC$ 的斜边, $PA \perp$ 平面 ABC , 垂足为 A , 连结 PB, PC , 作 $PD \perp BC$ 于 D , 连 AD , 则图中直角三角形的个数为().

(A) 8 个 (B) 7 个

(C) 6 个 (D) 5 个

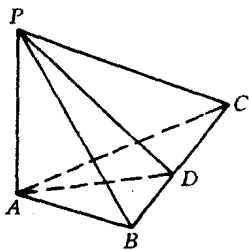


图 1-7

56. 设直角三角形 ABC 的斜边 AB 在 α 内, 顶点 C 在平面 α 外, 则 $\triangle ABC$ 的两条直角边