



几何二

遵循新大纲 配合新教材

新编精解本

初中数学

(第三版)

初三适用

万题选

中国人民大学附属中学
北京大学附属中学
北京市第四中学
北京师范大学附属实验中学
清华大学附属中学

合编

北京大学出版社

新编精解本

《初中数学万题选》（第三版）

本题选以新大纲和新教材为基础，与现行统编教材同步，按初中数学教学体系编写。共分五册，其中代数三册，几何两册。每章按知识要点、基本要求给出典型例题分析与点评，揭示出解题规律和思路；全部练习题有答案或提示，难题给出详细解答。每册配备了适量的总复习题，以便自我测试。本题选由人大附中等五所重点中学的特、高级教师按教学要求严格命题，并经专家检验、总体检验等多种校验审定。

本题选覆盖面广，涵盖了初中数学的各个知识点；题型配备齐全，精题精解，自命题占一定比例。本书既适应新大纲、新教材同步要求，又注重基本概念的训练和基本技能的训练，加强综合能力的培养和提高。本书对于初中数学教师、学生及家长皆为极有价值的教学参考书，亦可供青少年数学爱好者课外阅读。

- 遵循新大纲、配合新教材
- 覆盖面广、涵盖初中数学全部知识点
- 难度及认知层次分布合理
- 典型例题、练习题精心筛选，题型齐全、精题精解
- 全部题目附有答案或提示，难题给出详细解答
- 便于学生思考、教师指导和家长辅导

ISBN 7-301-03361-3



9 787301 033616 >

责任编辑：刘勇
封面设计：林胜利

ISBN 7-301-03361-3/G·404

定价：12.00元

遵循新大纲 配合新教材

初中数学万题选

(新编精解本)

几何(二)

(初三适用)

中国人民大学附属中学
北京大学附属中学
北京市第四中学 合编
北京师范大学附属实验中学
清华大学附属中学

刘连璞 袁 鑫 方振寰 改编

北京大学出版社

·北 京·

书 名: 初中数学万题选(新编精解本)·几何(二)

著作责任者: 中国人民大学附属中学等五校 合编

责任编辑: 刘 勇

标准书号: ISBN 7-301-03361-3/G·404

出 版 者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn/cbs.htm>

电 话: 出版部 62752015 发行部 62559712 编辑室 62752021

电 子 信 箱: zpup@pup.pku.edu.cn

排 版 者: 高新特公司激光照排中心

印 刷 者: 北京大学印刷厂

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787×1092 32开本 10.625印张 225千字

2000年6月第3版 2000年7月第二次印刷

定 价: 12.00元

第三版说明

《初中数学万题选》(第二版)自1997年再版以来,多次重印,深受广大中学数学教师、学生及学生家长的喜爱。许多中学生来信谈到使用这套题选后,激发了学习数学的兴趣,基础扎实了,数学成绩有了很大提高,这使我们深感欣慰。但在读者来信中也反映了这套题选题量偏大,某些同类型题目数量偏多;有些练习题偏难,同学做题有困难;个别题超纲等。我们仔细研究了读者的来信,并根据教育部减轻中学生课业负担的精神,我们聘请具有丰富教学经验的有关的代数、几何专家对第二版内容作了较大的修改。

现在的第三版是新编精解本,它是根据最新教学大纲要求,并与现行初中数学统编教材同步,突出了每章按知识要点、基本要求给出典型例题,总结出解题规律;精题精解,重新把练习题进行了归纳、分类、整理,精简同类型题、删去超纲题,对难题、综合题加“*”号并给出详细解答。本书注重启发思维,强调基础训练、解题思路、数学的思想方法及应用。它更适合当前的初中数学的教学要求,是一本优秀的中学数学教学参考书。

这次新编精解本的改编工作是在北京大学数学科学学院姚孟臣先生的组织和指导下进行的,刘连璞、方振寰、袁鑫三位老师承担了具体、精细的改编工作,他们为此付

出了辛勤的劳动。在此,我们向他们表示衷心地感谢。

为使这套题选不断完善,并在初中数学教学中作为一本优秀数学参考书更好地发挥作用,我们热忱希望中学数学教师、学生及学生家长提出宝贵意见。

北京大学出版社

2000年5月20日

第二版说明

《初中数学万题选》(共五册)自1994年问世以来,多次印行,深受广大中学数学教师、学生及学生家长喜爱,并以优良的品质在第三届全国教育图书订货会被评选为优秀图书。

《初中数学万题选》面世后,众多读者来信表示非常喜爱这套题选,这使我们深感欣慰。尤其让我们感动的是,一些细心的读者在使用这套题选时,将他们的体会告诉我们,指出了其中的差错和不足之处,并提出了修改意见。这也是促使我们进行第二版工作的原因之一。原因之二,则是为了适应国家教委新颁初级中学数学教学大纲及新编统编教材。第二版保留了第一版的精要和框架,对一些内容进行了适当的增删和调整,对第一版中的谬误进行了订正,并根据读者的建议,对书中较难的计算题与证明题给出关键步骤的提示。第二版的目的,一是为了与现行统编的教材同步,便于教师选题、学生自测、家长辅导,二是为了更加方便校外读者使用本题选,特别是家长检查、辅导。

这次再版工作是在北京大学数学系姚孟臣先生的组织和指导下进行的。刘连璞、王秋芳两位老师承担了具体的、精细的修订工作。在此,我们向他们表示衷心地感谢!

为了使这套题选不断完善,并在数学普及教育中更好地发挥作用,我们热忱希望读者朋友和社会各界人士提出

改进意见。

北京大学出版社将一如既往地为中国的教育事业服务,为进一步提高我国的数学教育水平作出我们的努力。

北京大学出版社数理编辑室
1996年12月

前 言

著名数学大师苏步青教授在论述数学学习方法时曾经说过：“学数学，我一向提倡学生多演算一些习题，通过自己独立思考，在演算过程中弄清基本概念和定义，这是一项非常重要的基本功。”本着加强初中数学基本功训练之目的，同时也为了更好地向教师和学生家长提供有代表性的训练习题，以辅导学生真正学好并灵活运用数学知识，提高解决问题的能力，我们组织力量精心编选了这套《初中数学万题选》系列图书。

本套书由中国人民大学附属中学、北京大学附属中学、北京市第四中学、北京师范大学附属实验中学、清华大学附属中学等五所重点学校的特、高级数学教师，集多年执教积累的丰富经验编写而成。全书共编选 15000 余道题，其中自命题占了相当大的比例。这些自命题是上述五校特、高级数学教师及有关专家多年的智力精华，是我国中学数学教学的宝贵财富。

全书共分五册，其中代数三册，收入约 11000 题；几何两册，收入约 4000 题。

本套书与一般习题集的根本区别在于：其总体结构由北京大学等有关方面的专家根据教育学、心理学原理先行设计，形成命题要求，然后五校特、高级教师及有关方面的专家按要求严格命题，最后经命题教师自检、互检，再经专家检验、总体检验等多种校验审定。这种命题过程在我国课外教学读物的编写中尚不多见，也使得本套书中题目的各项指标，如认知层次，难度、区分度等更趋合理。

与一般习题集相比,本套书还具有如下特色,即题量大,覆盖面广,初中数学的内容已基本囊括其中。

题型配备齐全,也是本套书的一个突出特点。给同样的考核内容赋予新颖多样的考核方式,有助于拓展学生的思维,帮助学生提高分析问题、解决问题的能力。本书尤其注重对选择、填空和判断是非等标准化题型的训练,使学生基础知识和基本技能的掌握达到事半功倍的效果。章、节后均配备了适量的综合题和竞赛练习题,旨在启迪学生智力的自我开发与提高。每册最后附有参考答案与提示,有助于学生自查或家长家庭辅导与检查。

由于本套书中题目的难度及认知层次分布合理,使本书具有难易得当、适应性广的特点,而不是难题、怪题的集汇,各级各类学校均可根据自身的情况选择使用,是教师测试学生的标准化样本。

感谢北京市教育局教研部的有关数学专家,他们对本套书的设计和编写提出了很多指导性意见,使本书大为增色。

囿于编者水平,书中疏漏、错误之处在所难免,热忱希望读者斧正。

· 编 选 组

1994年1月

目 录

第六章 解直角三角形	(1)
一、知识要点	(1)
二、基本要求	(1)
§1 锐角三角函数	(2)
1.1 正弦和余弦	(2)
练习题(答案 240)	(4)
1.2 正切和余切	(5)
练习题(答案 241)	(7)
§2 解直角三角形	(9)
2.1 解直角三角形	(9)
练习题(答案 241)	(10)
2.2 解直角三角形的应用	(13)
练习题(答案 242)	(14)
自测题(答案 242)	(18)
第七章 圆	(23)
一、知识要点	(23)
二、基本要求	(24)
§1 圆的有关性质	(25)
1.1 圆及其确定	(25)
练习题(答案 245)	(27)
1.2 垂直于弦的直径	(28)
练习题(答案 245)	(30)

1.3	圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	(35)
	练习题(答案 247)	(36)
1.4	圆周角	(40)
	练习题(答案 248)	(43)
1.5	圆的内接四边形	(54)
	练习题(答案 254)	(58)
§ 2	直线和圆的位置关系	(67)
2.1	切线的判定和性质	(67)
	练习题(答案 257)	(69)
2.2	切线长定理和弦切角	(78)
	练习题(答案 262)	(80)
2.3	三角形的外接圆和内切圆	(93)
	练习题(答案 266)	(96)
2.4	圆外切四边形的性质	(96)
	练习题(答案 266)	(97)
2.5	和圆有关的比例线段	(98)
	练习题(答案 267)	(102)
§ 3	圆和圆的位置关系	(109)
3.1	圆和圆的位置关系	(109)
	练习题(答案 271)	(112)
3.2	两圆的公切线	(129)
	练习题(答案 279)	(132)
§ 4	正多边形和圆	(145)
4.1	正多边形和圆	(145)
	练习题(答案 285)	(148)
4.2	圆周长、弧长	(151)
	练习题(答案 288)	(152)

4.3 圆、扇形、弓形的面积	(162)
练习题(答案 292)	(167)
§ 5 几个基本轨迹及其应用	(177)
练习题(答案 304)	(179)
* § 6 反证法及其简单应用	(180)
练习题(答案 305)	(181)
§ 7 圆柱和圆锥的侧面展开图	(182)
练习题(答案 307)	(183)
自测题(答案 309)	(185)
附录：总复习题	(224)
总复习题(一)	(224)
总复习题(二)	(227)
总复习题(三)	(230)
总复习题(四)	(233)
总复习题(五)	(236)
习题答案与提示	(240)
第六章	(240)
第七章	(245)
附录：总复习题	(325)

第六章 解直角三角形

一、知识要点

1. 正弦和余弦.
2. 正切和余切.
3. 解直角三角形.
4. 解直角三角形的应用.

二、基本要求

1. 锐角的四个三角函数的定义是本章基础. 要准确无误地牢记它们.

2. 要熟记 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 的三角函数值.

3. 要能熟练地查三角函数表. 既要会查已知角度的三角函数值; 又要会查三角函数值对应的角度.

4. 掌握互余两角的三角函数的关系, 会应用它们进行计算.

5. 同一锐角的正弦与余弦的平方关系

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

以及正切与余切的倒数关系

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$$

在计算及证明中都极重要, 要熟记它们.

6. 解直角三角形是锐角三角函数的应用. 要熟练掌握直角三角形的三边间的关系, 两锐角间的关系, 边角间的关系, 并能应用解直角三角形去解决一些实际问题.

§ 1 锐角三角函数

1.1 正弦和余弦

- 例 1** 已知 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. (1) 求证: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$;
(2) 求证: $\sin \alpha + \cos \alpha \geq 1$, 讨论在什么情形下等号成立;
(3) 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$, 求 $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$ 的值.

证明 (1) 如图 6-1, 当 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时, $\sin \alpha = BC/AB$, $\cos \alpha = AC/AB$, 所以在这种情形下

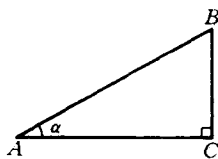


图 6-1

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= \left(\frac{BC}{AB}\right)^2 + \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 \\ &= 1.\end{aligned}$$

当 $\alpha = 0^\circ$ 时, $\sin \alpha = 0, \cos \alpha = 1$; 当 $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1, \cos \alpha = 0$. 所以在这两种情形下仍有

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

(2) 如图 6-1, 当 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时, $\sin \alpha = BC/AB, \cos \alpha = AC/AB$. 所以在这种情形下

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{BC}{AB} + \frac{AC}{AB} = \frac{BC + AC}{AB} > 1;$$

当 $\alpha = 0^\circ$ 时, $\sin \alpha + \cos \alpha = 0 + 1 = 1$; 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, $\sin \alpha + \cos \alpha = 1 + 0 = 1$. 所以当 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ 时, 总有

$$\sin \alpha + \cos \alpha \geq 1,$$

当并且只当 $\alpha = 0^\circ$ 或 $\alpha = 90^\circ$ 时, 等号成立.

(3) 由于已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. 由 (2) 可知 $\alpha = 0^\circ$ 或 $\alpha = 90^\circ$, 所以总有

$$\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1.$$

例 2 求证：对于 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$,

$$\frac{1 + \sin\alpha + \cos\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{1 + \sin\alpha + \cos\alpha} = \sin\alpha + \cos\alpha.$$

证法一 如图 6-1, 设 $BC=a, AC=b, AB=c$. 由锐角三角函数的定义 $\sin\alpha = \frac{a}{c}, \cos\alpha = \frac{b}{c}$. 所以

$$\begin{aligned} \frac{1 + \sin\alpha + \cos\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{1 + \sin\alpha + \cos\alpha} &= \frac{1 + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{2ab}{c^2}}{1 + \frac{a}{c} + \frac{b}{c}} \\ &= \frac{\frac{c^2 + 2ab}{c^2} + \frac{a+b}{c}}{\frac{a+b+c}{c}} = \frac{(a+b)^2 + (a+b)c}{(a+b+c)c} \\ &= \frac{(a+b+c)(a+b)}{(a+b+c)c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \sin\alpha + \cos\alpha. \end{aligned}$$

当 $\alpha=0^\circ$ 或 $\alpha=90^\circ$ 时, 容易验证以上等式仍成立.

证法二

$$\begin{aligned} &\frac{1 + \sin\alpha + \cos\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha}{1 + \sin\alpha + \cos\alpha} \\ &= \frac{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha) + \sin\alpha + \cos\alpha}{1 + \sin\alpha + \cos\alpha} \\ &= \frac{(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + \sin\alpha + \cos\alpha}{1 + \sin\alpha + \cos\alpha} \\ &= \frac{(\sin\alpha + \cos\alpha)(1 + \sin\alpha + \cos\alpha)}{1 + \sin\alpha + \cos\alpha} \\ &= \sin\alpha + \cos\alpha. \end{aligned}$$

点评 证法一是根据锐角三角函数的定义; 证法二用了公式 $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

证明一个三角恒等式成立, 可变换等号左(右)端的式子,

如得到等号右(左)端的式子,原恒等式就被证明了.一般对较复杂的式子进行变换,也可以对等号左、右的式子都进行变换,如得到相同的式子,原恒等式就被证明了.

练 习 题

(一) 选择

1. 若 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 $\angle A$ 为 [].

(A) 60° ; (B) 45° ; (C) 30° ; (D) 不确定.

2. 若 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,则 $\cos A$ 的值等于 [].

(A) $\frac{BC}{AB}$; (B) $\frac{AC}{AB}$; (C) $\frac{BC}{AC}$; (D) $\frac{AB}{AC}$.

3. 若 $\sin A=\frac{1}{2}$,且 $\angle A$ 为锐角,则 $\cos A$ 的值为 [].

(A) $\frac{1}{2}$; (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (D) 2.

4. 若锐角 $\alpha>\beta$,则 [].

(A) $\cos\alpha>\cos\beta$; (B) $\sin\alpha<\sin\beta$;

(C) $\sin\alpha>\cos\beta$; (D) $\sin\alpha>\sin\beta$.

5. 若 α 为锐角,则 $|\sin\alpha-1|$ 等于 [].

(A) $1-\sin\alpha$; (B) $\sin\alpha-1$;

(C) $\cos\alpha$; (D) 无法确定.

(二) 计算

6. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=41$, $BC=40$.求 $\sin A$, $\cos A$ 的值.

7. $\cos 48^\circ + \frac{\cos 40^\circ}{\sin 50^\circ} - \sin 42^\circ$.

8. $\sin^2 29^\circ + \sin^2 61^\circ - \sin^2 60^\circ - \cos^2 60^\circ$.