SCHAUM'S outlines

全美经典 学习指导系列

数理金融引论

〔美〕E. T. 道林 著

荣喜民 于秀云 张凤玲 译

- 710道有完全解答的习题
- 对微积分及其在金融中应用的简洁说明
- 覆盖优秀金融教科书的分支，并作有益补充
- 理想的考前复习资料

科学出版社

麦格劳-希尔教育出版集团

全美经典学习指导系列

数理金融引论

〔美〕E.T.道林　著

荣喜民　于秀云　张凤玲　译

科学出版社

麦格劳-希尔教育出版集团

2002

内容简介

本书自第一版发行以来,20多年来在美国非常畅销(第一版名为《经济数学》,《数理经济学引论》是其第三版).本书为经济学家、社会科学家及商业专业学生提供了大量所需的数学内容.

本书强调的是概念的实际背景及在经济、金融和社会中的应用,为读者学习数学及如何在实际中使用数学指明了方向.全书共分21章,对微积分、微分方程、矩阵代数、线形规划的基本原理及其在经济中的应用进行了介绍,书中还涉及对数微分、曲线区域、I'Hopital法则和联立微分和差分方程等内容.书中包括1600多个有详细解答的问题及大量的例子.许多例子与习题都非常有代表性,将经济金融问题用所学的数学加以描述.这样既说明了数学概念的经济金融的含义,同时也为经济金融问题提供了解决方法.

本书可作为从事非数学类,特别是经济数学的教师和学生的重要参考书,也会对宏微观经济学教学及学习起到非常重要的帮助,因此也是从事这方面教学与研究人员的一本非常好的参考书.

Edward T. Dowling: Schaum's Outline of Theory and Problems of Introduction to Mathematical Economics, Third edition

ISBN: 0-07-135896-X

图字:01-2001-1756号

图书在版编目(CIP)数据

数理金融引论/(美)道林著;荣喜民,于秀云,张凤玲译:—北京:科学出版社,2002

(全美经典学习指导系列)

ISBN 7-03-009711-4

Ⅰ.数… Ⅱ.①道… ②荣… ③于… ④张… Ⅲ.数理经济学
Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第055587号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2002年1月第一版 开本:A4 (890×1240)
2002年1月第一次印刷 印张:26 3/4
印数:1—5 000 字数:769 000

定价:36.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈北燕〉)

前 言

在过去的几年中，用于经济和商业研究所需的数学在继续增长。这对学生和教员就有了更高的要求。《数理金融引论》第三版引入了三章新内容。一章是关于比较静力学及凹规划的内容，一章是关于联立微分及差分方程组的内容，另一章是关于控制论的内容。为了保持这本书的合理篇幅，第二版中的某些章节不得不被删除。删除的部分包括三章有关线性规划的内容以及一些有关基础内容的小节，如平方的展开和组合。删除这些内容在某种程度上是因为它们能够在最近的 Schaum 系列书籍中的一本题为“商业和经济学中的数学方法”中找到。

自第一版发行以来的 20 多年中这本书的内容都没有改变。第一版名为《经济数学》。《数理金融引论》是第三版，为经济学家、社会科学家以及商业专业学生现在所需要了解的大量的数学内容，例如，线性代数、微积分学、非线性规划、微分及差分方程、变分法以及最优控制理论，提供了完整且简单易懂的介绍。本书也对基本代数作了简短的回顾以便那些对代数生疏了的读者阅读。本书还为日常经济问题及经济方面的问题提供了直接、常用、实际的应用例子。

每章的“理论-被解决的问题”的形式给出了简明的说明，这些说明又被例题和大量的带全部解答的问题所阐明。论题和相关的问题在难易程度上的安排是从简单的数学运算到复杂的应用。在本书的开始，对数学熟练程度的要求不超过高中。“实践-学习”教学法将会使学生以适合自己的速度进步并选择满足自己需要的书籍。

那些需要更多的时间和帮助才能开始学习一些基本问题的读者可能会感到从“商业及经济学中的数学方法学习指导”一书开始，或以它作为辅助材料进行学习会更合适一些。本书为学习本专业提供了的一个很好的方法。另一方面，那些喜欢更严密的推理和更多的理论知识的读者可能发现学习“商业、经济及社会科学中的积分学习指导”一书会有更大的收获。本书将更多的篇幅用于理论和构造基础上。

《数理金融引论》第三版可单独使用，也可作为经济、商业以及社会科学专业本科生和研究生的辅助教材。从第一章对高中代数的基本复习开始，本书对以后章节要用的概念及方法都作了解释。

由于在介绍微积分和线性代数的顺序上没有完全统一的看法，如果需要，书中有关线性代数的第十章和第十一章的内容可以在第二章之后立刻学习，而不失连续性。

本书包括了 1600 多个有详细解答的问题。为了从书中获得最大的收益，学生应该争取尽快做到在脱离解答的情况下学习。这可以通过合上书本，然后将问题独立解在纸上来完成。如果遇到困难，可以再到书中查找答案。

为了获得最佳的效果，学生决不能满足于被动的学习——仅仅能仿效和理解书中介绍的许多方法步骤的能力。掌握这门课程并在考试中获得好成绩需要积极的学习——在任何状况下，不用书本的帮助都能解决问题的能力。

经验证明具有不同的学习背景和能力的学生，如果他们专心致志地学习全部问题和例子，就能成功地掌握这门课程中出现的相关问题。

最后，作者要感谢在福德姆的朋友及同事 D. 萨尔瓦托雷博士。感谢他在过去的 25 年中对作者不懈的鼓励和支持。同时要感谢作者的非常优秀的研究生 R. 德雷尔对手稿的校对以及对答案的准确性的核实。作者还要感谢麦克劳-希尔的全体员工，特别是 B. 古尔森，T. 卡梅伦，M. B. 沃尔克，D. 阿伦森。

E. T. 道林

目　　录

第一章　回　顾

1.1　指数

设 n 是一个整数，x^n 表示 n 个 x 相乘．这里 x 称为底，n 称为指数．约定指数 1 不用写出：$x^1=x$，$8^1=8$．定义非零的数或变量的零次方等于 1：$x^0=1, 3^0=1$．0^0 没有定义．在下面的讨论中，假设 a 和 b 是正整数，x 和 y 是实数．下列是指数运算法则，例解见例 1，例 2 和问题 1.1．

1. $x^a(x^b)=x^{a+b}$	6. $\dfrac{1}{x^a}=x^{-a}$
2. $\dfrac{x^a}{x^b}=x^{a-b}$	7. $\sqrt{x}=x^{1/2}$
3. $(x^a)^b=x^{ab}$	8. $\sqrt[a]{x}=x^{1/a}$
4. $(xy)^a=x^ay^a$	9. $\sqrt[b]{x^a}=x^{a/b}=(x^{1/b})^a$
5. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^a=\dfrac{x^a}{y^a}$	10. $x^{-(a/b)}=\dfrac{1}{x^{a/b}}$

例 1　从法则 2，很容易看到，为什么一切变量或非零数的零次方等于 1．例如：$x^3/x^3=x^{3-3}=x^0=1$；$8^5/8^5=8^{5-5}=8^0=1$．

例 2　在乘法中，相同变量的指数相加；在除法中，相同变量的指数相减；对于自乘，指数相乘，正如上面的法则及如下例子中的括号里所描述的．

a)　$x^2(x^3)=x^{2+3}=x^5\neq x^6$　　（法则 1）

$$[x^2(x^3)=(x\cdot x)(x\cdot x\cdot x)=x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x=x^5]$$

b)　$\dfrac{x^6}{x^3}=x^{6-3}=x^3\neq x^2$　　（法则 2）

$$\left[\frac{x^6}{x^3}=\frac{x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}{x\cdot x\cdot x}=x\cdot x\cdot x=x^3\right]$$

c)　$(x^4)^2=x^{4\cdot 2}=x^8\neq x^{16}$　或　x^6　　（法则 3）

$$[(x^4)^2=(x\cdot x\cdot x\cdot x)(x\cdot x\cdot x\cdot x)=x^8]$$

d)　$(xy)^4=x^4y^4\neq xy^4$　　（法则 4）

$$[(xy)^4=(xy)(xy)(xy)(xy)=(x\cdot x\cdot x\cdot x)(y\cdot y\cdot y\cdot y)=x^4y^4]$$

e)　$\left(\dfrac{x}{y}\right)^5=\dfrac{x^5}{y^5}\neq\dfrac{x^5}{y}$　或　$\dfrac{x}{y^5}$　　（法则 5）

$$\left[\left(\frac{x}{y}\right)^5=\frac{(x)}{(y)}\frac{(x)}{(y)}\frac{(x)}{(y)}\frac{(x)}{(y)}\frac{(x)}{(y)}=\frac{x^5}{y^5}\right]$$

f)　$\dfrac{x^3}{x^4}=x^{3-4}=x^{-1}=\dfrac{1}{x}\neq x^{3/4}$　　（法则 2 和 6）

$$\left[\frac{x^3}{x^4}=\frac{x\cdot x\cdot x}{x\cdot x\cdot x\cdot x}=\frac{1}{x}\right]$$

g)　$\sqrt{x}=x^{1/2}$　　（法则 7）

因为 $\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}=x$，并且由法则 1，在乘法中，同底的指数相加，对 $\sqrt{x}$ 的指数自己相加等于 1．$\sqrt{x}$ 的指数是 $\dfrac{1}{2}$，且 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$，则 $\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}=x^{1/2}\cdot x^{1/2}=x^{1/2+1/2}=x^1=x$．

h)　$\sqrt[3]{x}=x^{1/3}$　　（法则 8）

正如 $\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[3]{x}=x$，因此 $x^{1/3}\cdot x^{1/3}\cdot x^{1/3}=x^{1/3+1/3+1/3}=x^1=x$．

i)　$x^{3/2}=(x^{1/2})^3$　或　$(x^3)^{1/2}$　(法则 9)

$[4^{3/2}=(4^{1/2})^3=(\sqrt{4})^3=(\pm 2)^3=\pm 8$ 或 $4^{3/2}=(4^3)^{1/2}=(64)^{1/2}=\sqrt{64}=\pm 8]$

j)　$x^{-2/3}=\dfrac{1}{x^{2/3}}=\dfrac{1}{(x^{1/3})^2}$　或　$\dfrac{1}{(x^2)^{1/3}}$　(法则 10)

$$\left[27^{-2/3}=\frac{1}{(27^{1/3})^2}=\frac{1}{(3)^2}=\frac{1}{9}\quad \text{或} \quad 27^{-2/3}=\frac{1}{(27^2)^{1/3}}=\frac{1}{(729)^{1/3}}=\frac{1}{9}\right]$$

见问题 1.1.

1.2　多项式

给定一个表达式 $5x^3$. 因为 x 可假定为一切不同的值，所以称 x 为变量. 称 5 为 x 的系数. 实数或一个系数乘以一个变量或变量的正整数幂称为单项式. 单项式相加、减形成多项式. 组成多项式的每个单项式称为一项. 有相同变量和相同指数的项称为同类项. 多项式的加、减、乘和除的法则在例 3 中给出. 问题 1.2 和 1.4 做了讨论.

例 3　同类项能够通过它们的系数相加减而相加减，非同类项不能相加减. 见问题 1.2 和 1.3.

a)　$4x^5+9x^5=13x^5$　　b)　$12xy-3xy=9xy$

c)　$(7x^3+5x^2-8x)+(11x^3-9x^2-2x)=18x^3-4x^2-10x$

d)　$(24x-17y)+(6x+5z)=30x-17y+5z$

例 4　通过系数和变量的相乘除，同类项和非同类项相乘除.

a)　$(5x)(13y^2)=65xy^2$　　b)　$(7x^3y^5)(4x^2y^4)=28x^5y^9$

c)　$(2x^3y)(17y^4z^2)=34x^3y^5z^2$　　d)　$\dfrac{15x^4y^3z^6}{3x^2y^2z^3}=5x^2yz^3$

e)　$\dfrac{4x^2y^5z^3}{8x^5y^3z^4}=\dfrac{y^2}{2x^3z}$

例 5　两个多项式相乘时，第一个多项式的每一项必须乘以第二个多项式的每一项，然后将乘积相加. 见问题 1.4.

$$\begin{aligned}(6x+7y)(4x+9y)&=24x^2+54xy+28xy+63y^2\\&=24x^2+82xy+63y^2\\(2x+3y)(8x-5y-7z)&=16x^2-10xy-14xz+24xy-15y^2-21yz\\&=16x^2+14xy-14xz-21yz-15y^2\end{aligned}$$

1.3　方程:线性和二次

两个互相相等的代数式的数学表示称为方程. 所有变量都是一次的方程称为线性方程. 通过移动未知变量到等式左端，其他项移动到等式右端，可以求解线性方程，如例 6. 形如 $ax^2+bx+c=0$ 的方程称为二次方程，这里 a,b 和 c 是常数，且 $a\neq 0$. 可通过因式分解或二次公式

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\tag{1.1}$$

求解二次方程. 用因式分解求二次方程见例 7；用二次公式求解见例 8 和问题 1.6.

例 6　下列线性方程可以由三个简单步骤求解：

$$\frac{x}{4}-3=\frac{x}{5}+1$$

解　☞ 1. 通过在方程两端减去 $x/5$，移动含有未知变量的项到方程左端.

$$\frac{x}{4}-3-\frac{x}{5}=1$$

2. 通过在方程两端加 3，移动不含未知变量的项到等式右端.

$$\frac{x}{4}-\frac{x}{5}=1+3=4$$

3. 通过在方程两端乘 20，且相减. 简化方程直到左端是未知变量，右端是解.

$$20\cdot\left(\frac{x}{4}-\frac{x}{5}\right)=4\cdot 20$$

$$5x-4x=80$$

$$x=80$$

例 7 当因式容易确认时，因式分解是求解二次方程最简单的方法.

$$x^2+13x+30=0$$

解 ☞ 因式分解可得

$$(x+3)(x+10)=0$$

因为 $(x+3)(x+10)$ 等于 0，$x+3$ 或 $x+10$ 必须等于 0. 设每个式子为 0，解出 x.

$$x+3=0 \qquad\qquad x+10=0$$

$$x=-3 \qquad\qquad x=-10$$

希望对因式分解和其他基本数学技巧有更深了解的读者可参考作者的另一本书，《商业和经济学中的数学方法 Schaum 概述》，进一步，得到训练.

例 8 用二次公式解下列二次方程

$$5x^2-55x+140=0.$$

解 ☞ 代 $a=5$，$b=-55$，$c=140$ 到公式(1.1)得

$$x=\frac{-(-55)\pm\sqrt{(-55)^2-4(5)(140)}}{2(5)}$$

$$=\frac{55\pm\sqrt{3025-2800}}{10}=\frac{55\pm\sqrt{225}}{10}=\frac{55\pm 15}{10}$$

$+15$ 和 -15 可得两个解

$$x=\frac{55+15}{10}=7 \qquad x=\frac{55-15}{10}=4$$

见问题 1.6.

1.4 联立方程

求解二个方程或多个方程的联立方程组，(1) 这些方程必须是相容的(不矛盾)，(2) 必须是相互独立的(非相互倍数)，(3) 有与相容的和独立的方程数相同的变量. 联立线性方程组可以用代入消元法求解. 如例 9 和问题 2.11～2.16 及用在 11.8 和 11.9 节的线性代数中的方法.

例 9 奶油和人造奶油这两个市场的均衡条件由(1.2)和(1.3)给出，这里 P_b 和 P_m 分别是奶油和人造奶油的价格.

$$8P_b-3P_m=7 \tag{1.2}$$

$$-P_b+7P_m=19 \tag{1.3}$$

使模型均衡的价格可用如下代入消元法得到.

解 ☞ **代人法**

1. 解其中一个方程，一个变量用其他项表示，在(1.3)中解 P_b.

$$P_b=7P_m-19$$

2. 代这个解到其他方程，这里为(1.2)，解出 P_m.

$$8P_b-3P_m=7$$

$$8(7P_m - 19) - 3P_m = 7$$
$$56P_m - 152 - 3P_m = 7$$
$$53P_m = 159$$
$$P_m = 3$$

3. 把 $P_m=3$ 代入(1.2)和(1.3)得 P_b.

$$8P_b - 3(3) = 7$$
$$8P_b = 16$$
$$P_b = 2$$

消元法

1.用(1.3)的 P_b(或 P_m)的系数乘(1.2), 用(1.2)的系数 P_b(或 P_m)乘(1.3). 取 P_m, 得到

$$7(8P_b - 3P_m = 7) \qquad 56P_b - 21P_m = 49 \tag{1.4}$$
$$-3(-P_b + 7P_m = 19) \qquad 3P_b - 21P_m = -57 \tag{1.5}$$

2.(1.4)减(1.5)消去所选变量

$$53P_b = 106$$
$$P_b = 2$$

3.代 $P_b=2$ 到(1.4)或(1.5),如代入法第3步, 求出 P_m.

1.5 函数

对每个变量(x), 通过规律 f, 有惟一值[$f(x)$]与 x 对应, 则 f 称为函数. 这里 x 称为自变量, $f(x)$称为在 x 处的函数值. 函数的定义域指所有使函数有意义的 x 的集合, 值域指所有值 $f(x)$的集合. 函数通常用代数式定义, 如例 10 中的示例. 另外, 字母如 g, h 或希腊字母 ϕ 也用来表示函数. 经济学中常用的函数有

线性函数: $f(x) = mx + b$

二次函数: $f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$

n 次多项式: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0 \quad$ (n 为非负整数; $a_n \neq 0$)

有理函数: $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$

这里 $g(x)$和 $h(x)$都是多项式, 且 $h(x) \neq 0$.(注: 有理函数来自于比例.)

幂函数: $f(x) = ax^n \quad$ (n = 一切实数)

例 10 函数 $f(x)=8x-5$ 表示这样一个规律: 一个数乘以 8, 然后减去 5. 如果 x 给定, 并用给定的值代入函数, 则求出 $f(x)$. 例如, 如果 $x=3$,

$$f(x) = 8(3) - 5 = 19$$

如果 $x=4$,

$$f(x) = 8(4) - 5 = 27$$

见问题 1.7～1.9.

例 11 下面给出了不同的函数:

线性函数: $f(x)=7x-4 \quad g(x)=-3x \quad h(x)=9$

二次函数: $f(x)=5x^2+8x-2 \quad g(x)=x^2-6x \quad h(x)=6x^2$

多项式函数: $f(x)=4x^3+2x^2-9x+5 \quad g(x)=2x^5-x^3+7$

有理式函数: $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x+4}(x \neq -4) \quad g(x)=\dfrac{5x}{x-2}(x \neq 2)$

幂函数: $f(x)=2x^6 \quad g(x)=x^{1/2} \quad h(x)=4x^{-3}$

1.6 图，斜率和截距

作函数 $y=f(x)$的图像. x 位于水平轴上，称为独立变量；y 位于垂直轴上，称为相关变量. 线性函数的图像是一条直线，直线的斜率用 y 的变化 Δy 除以 x 的变化 Δx 来测度. 斜率表示直线的陡度和方向，斜率的绝对值越大，直线越陡. 正的斜率的直线从左向右上升；反之，直线向下. 对于水平直线，由于 $\Delta y=0$，其斜率为零. 对于垂线，由于 $\Delta x=0$，斜率没有定义，即由于不可能用零除，所以其不存在. 截距 y 是图像通过 y 轴的点；其当 $x=0$ 时得到. 截距 x 是图像通过 x 轴的点；其当 $y=0$ 时得到. 见问题 1.10.

例 12 作线性方程 $y=-\frac{1}{4}x+3$ 的图像只需找出满足方程的两个点，然后将它们联接即可. 由于线性函数的图像是直线，所以所有满足方程的点都落在此直线上.

解 ☞ 找 y 截距. 设 $x=0$，解得 $y=-\frac{1}{4}(0)+3$，$y=3$. y 截距是点$(x,y)=(0,3)$. 找 x 截距. 设 $y=0$，解 x，则 $0=-\frac{1}{4}x+3$，$\frac{1}{4}x=3$，$x=12$. x 截距是点$(x,y)=(12,0)$. 标出点$(0,3)$和$(12,0)$，然后用直线将它们连接起来. 如图 1-1 表示 $y=-\frac{1}{4}x+3$ 的图像. 见例 13，14 及问题 1.10～1.12.

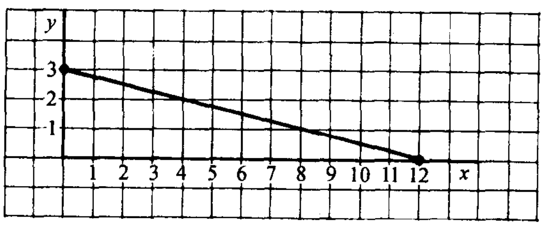

图 1-1

例 13 对于经过点(x_1,y_1)和(x_2,y_2)的直线，斜率计算如下：

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\quad (x_1\neq x_2)$$

对图 1-1，过点$(0,3)$和$(12,0)$的直线

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{0-3}{12-0}=-\frac{1}{4}$$

且垂直截距为$(0,3)$.

例 14 斜截式线性方程

$$y=mx+b\qquad (m,b\text{ 为常数})$$

解 ☞ 这条直线的斜率和截距可直接从方程中得到. 对于这样的方程，m 是直线的斜率，$(0,b)$是 y 截距，如问题 1.10，$(-\frac{b}{m},0)$是 x 截距. 从例 12 的方程中立即得到直线的斜率为 $-\frac{1}{4}$，y 截距为$(0,3)$，x 截距为$(12,0)$.

习题解答

指数

1.1 用指数法则简化下列各式：

(a) $x^4\cdot x^5$

解 ☞

$$x^4\cdot x^5=x^{4+5}=x^9$$

(b) $x^7 \cdot x^{-3}$

解 ☞
$$x^7 \cdot x^{-3} = x^{7+(-3)} = x^4$$
$$\left[x^7 \cdot x^{-3} = x^7 \cdot \frac{1}{x^3} = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot \frac{1}{x \cdot x \cdot x} = x^4\right]$$

(c) $x^{-2} \cdot x^{-4}$

解 ☞
$$x^{-2} \cdot x^{-4} = x^{-2+(-4)} = x^{-6} = \frac{1}{x^6}$$
$$\left[x^{-2} \cdot x^{-4} = \frac{1}{x \cdot x} \cdot \frac{1}{x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x^6}\right]$$

(d) $x^2 \cdot x^{1/2}$

解 ☞
$$x^2 \cdot x^{1/2} = x^{2+(1/2)} = x^{5/2} = \sqrt{x^5}$$
$$[x^2 \cdot x^{1/2} = (x \cdot x)(\sqrt{x}) = (\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x})(\sqrt{x}) = (x^{1/2})^5 = x^{5/2}]$$

(e) $\dfrac{x^9}{x^3}$

解 ☞
$$\frac{x^9}{x^3} = x^{9-3} = x^6$$

(f) $\dfrac{x^4}{x^7}$

解 ☞
$$\frac{x^4}{x^7} = x^{4-7} = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$$
$$\left[\frac{x^4}{x^7} = \frac{x \cdot x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x^3}\right]$$

(g) $\dfrac{x^3}{x^{-4}}$

解 ☞
$$\frac{x^3}{x^{-4}} = x^{3-(-4)} = x^{3+4} = x^7$$
$$\left[\frac{x^3}{x^{-4}} = \frac{x^3}{1/x^4} = x^3 \cdot x^4 = x^7\right]$$

(h) $\dfrac{x^3}{\sqrt{x}}$

解 ☞
$$\frac{x^3}{\sqrt{x}} = \frac{x^3}{x^{1/2}} = x^{3-(1/2)} = x^{5/2} = \sqrt{x^5}$$

(i) $(x^2)^5$

解 ☞
$$(x^2)^5 = x^{2 \cdot 5} = x^{10}$$

(j) $(x^4)^{-2}$

解 ☞
$$(x^4)^{-2} = x^{4 \cdot (-2)} = x^{-8} = \frac{1}{x^8}$$

(k) $\dfrac{1}{x^5} \cdot \dfrac{1}{y^5}$

解 ☞
$$\frac{1}{x^5} \cdot \frac{1}{y^5} = x^{-5} \cdot y^{-5} = (xy)^{-5} = \frac{1}{(xy)^5}$$

(l) $\dfrac{x^3}{y^3}$

解 ☞
$$\frac{x^3}{y^3} = \left(\frac{x}{y}\right)^3$$

多项式

1.2 运算下列多项式：

(a) $3xy + 5xy$ (b) $13yz^2 - 28yz^2$ (c) $36x^2y^3 - 25x^2y^3$

(d) $26x_1x_2 + 58x_1x_2$ (e) $16x^2y^3z^5 - 37x^2y^3z^5$

解 ☞ (a) $8xy$, (b) $-15yz^2$, (c) $11x^2y^3$, (d) $84x_1x_2$, (e) $-21x^2y^3z^5$

1.3 多项式的加或减. 注意：同项相加前，减式的括号中每项的符号要改变.

(a) $(34x-8y)+(13x+12y)$

解 ☞
$$(34x-8y)+(13x+12y)=47x+4y$$

(b) $(26x-19y)-(17x-50y)$

解 ☞
$$(26x-19y)-(17x-50y)=9x+31y$$

(c) $(5x^2-8x-23)-(2x^2+7x)$

解 ☞
$$(5x^2-8x-23)-(2x^2+7x)-3x^2=15x-23$$

(d) $(13x^2+35x)-(4x^2+17x-49)$

解 ☞
$$(13x^2+35x)-(4x^2+17x-49)=9x^2+18x+49$$

1.4 做下列运算. 第一个多项式的每一项乘以第二个多项式的每一项，然后乘积相加.

(a) $(2x+9)(3x-8)$

解 ☞
$$(2x+9)(3x-8)=6x^2-16x+27x-72=6x^2+11x-72$$

(b) $(6x-4y)(3x-5y)$

解 ☞
$$(6x-4y)(3x-5y)=18x^2-30xy-12xy+20y^2=18x^2-42xy+20y^2$$

(c) $(3x-7)^2$

解 ☞
$$(3x-7)^2=(3x-7)(3x-7)=9x^2-21x-21x+49=9x^2-42x+49$$

(d) $(x+y)(x-y)$

解 ☞
$$(x+y)(x-y)=x^2-xy+xy-y^2=x^2-y^2$$

解方程

1.5 通过移动未知变量到左端，其他项移到右端，然后经简化解出方程.

解 ☞ (a) $5x+6=9x-10$
$$\begin{aligned}5x+6&=9x-10\\5x-9x&=-10-6\\-4x&=-16\\x&=4\end{aligned}$$

(b) $26-2x=8x-44$
$$\begin{aligned}26-2x&=8x-44\\-2x-8x&=-44-26\\-10x&=-70\\x&=7\end{aligned}$$

(c) $9(3x+4)-2x=11+5(4x-1)$
$$\begin{aligned}9(3x+4)-2x&=11+5(4x-1)\\27x+36-2x&=11+20x-5\\27x-2x-20x&=11-5-36\\5x&=-30\\x&=-6\end{aligned}$$

(d) $\frac{x}{3}-16=\frac{x}{12}+14$
$$\begin{aligned}\frac{x}{3}-16&=\frac{x}{12}+14\\\frac{x}{3}-\frac{x}{12}&=14+16\end{aligned}$$

用最大公分母(LCD)，这里为 12，乘以方程两边得
$$\begin{aligned}12\cdot\left(\frac{x}{3}-\frac{x}{12}\right)&=30\cdot 12\\4x-x&=360\\x&=120\end{aligned}$$

(e) $\frac{5}{x}+\frac{3}{x+4}=\frac{7}{x}$ $[x\neq 0,-4]$
$$\frac{5}{x}+\frac{3}{x+4}=\frac{7}{x}$$

用 LCD 乘方程两边得

$$x(x+4)\cdot\left(\frac{5}{x}+\frac{3}{x+4}\right)=\frac{7}{x}\cdot x(x+4)$$
$$5(x+4)+3x=7(x+4)$$
$$8x+20=7x+28$$
$$x=8$$

1.6 用二次公式解下列二次方程：

解 ☞ (a) $5x^2+23x+12=0$

用(1.1)，并将 $a=5$，$b=23$，$c=12$ 代入得

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$=\frac{-23\pm\sqrt{(23)^2-4(5)(12)}}{2(5)}=\frac{-23\pm\sqrt{529-240}}{10}$$
$$=\frac{-23\pm\sqrt{289}}{10}=\frac{-23\pm17}{10}$$
$$x=\frac{-23+17}{10}=-0.6\qquad x=\frac{-23-17}{10}=-4$$

(b) $3x^2-41x+26=0$

$$x=\frac{-(-41)\pm\sqrt{(-41)^2-4(3)(26)}}{2(3)}=\frac{41\pm\sqrt{1681-312}}{6}$$
$$=\frac{41\pm\sqrt{1369}}{6}=\frac{41\pm37}{6}$$
$$x=\frac{41+37}{6}=13\qquad x=\frac{41-37}{6}=\frac{2}{3}$$

函数

1.7 (a) $f(x)=x^2+4x-5$，计算 $f(2)$和 $f(-3)$.

解 ☞ 将函数中的 x 用 2 代替，得

$$f(2)=(2)^2+4(2)-5=7$$

将函数中的 x 用 -3 代替，得

$$f(-3)=(-3)^2+4(-3)-5=-8$$

(b) $f(x)=2x^3-5x^2+8x-20$，求 $f(5)$和 $f(4)$.

解 ☞

$$f(5)=2(5)^3-5(5)^2+8(5)-20=145$$
$$f(-4)=2(-4)^3-5(-4)^2+8(-4)-20=-260$$

1.8 在下图(图 1-2)中，用 y 代替$f(x)$作为函数的相关变量，指出哪一个图是函数的图像，哪一个不是.

解 ☞ 如果对每个 x，有且仅有一个对应的 y，则图为函数的图像. 如果垂线穿过图像超过一个点，则这个图像不是函数的图像. 应用这个被称为垂线法的法则，可看出(a),(b)和(d)是函数图像；(c),(e)和(f)不是函数图像.

1.9 下列哪些方程是函数，为什么?

解 ☞ a) $y=-2x+7$

由于对每个 x 有惟一的 y 与之对应，则 $y=-2x+7$ 是一个函数. 例如，如果 $x=1$，$y=-2(1)+7=5$. 此图像类似于图 1-2 的(a).

b) $y^2=x$

$y^2=x$ 等价于 $y=\pm\sqrt{x}$. 由于对每个正的变量 x，有两个 y 与之对应，所以它不是函数. 例如，$y^2=9$，$y=\pm3$. 此图类似于图 1-2 的(c)，对称轴平行于 x 轴的抛物线不是函数.

c) $y=x^2$

$y=x^2$ 是一个函数. 对每个 x，有惟一的 y 与之对应. 例如，$x=-5$，$y=25$. 当 $x=5$ 时，$y=25$