模糊开关和自动机理论和应用

〔美〕K.亚伯拉罕　C.L.塞缪尔　著　楼世博　译

上海科学技术出版社

模糊开关和自动机理论和应用

〔美〕K. 亚伯拉罕
C. L. 塞缪尔 著
楼世博 译

上海科学技术出版社

Abraham Kandel, Samuel C. Lee

Fuzzy Switching and Automata: Theory and Applications

Crane, Russak & Company, Inc., 1979

模糊开关和自动机

理论和应用

上海科学技术出版社出版
(上海瑞金二路450号)
新华书店上海发行所发行　浙江湖州印刷厂印刷
开本787×1092 1/32　印张9　字数199,000
1984年3月第1版　1984年8月第1次印刷
印数 1－8,500

统一书号: 13119·1111　　定价: (科五) 1.20 元

前　　言

过去的十年里，对一般的模糊理论领域，特别是对模糊开关和自动机领域，人们的兴趣和研究结果都有相当大的增长。在美国和其它国家内，在模糊理论方面，每年均有大量的论文和报告在杂志和会议论文集中发表．为了帮助那些希望在较短期间掌握模糊开关和自动机知识或增进已有知识的读者，很需要有一本有关这课题的书．写作本书的目的就是为了满足读者这种需要的一个尝试．

目前大家都承认，今天的计算机科学家和系统工程师应该熟悉模糊集理论和它的应用．因为这种理论是一种数学工具，它能够被用来解决实际的现实世界的许多科学领域中的软科学问题——从模式识别到神经网络，从语言理论到逻辑设计．本书包括了这些领域中我们的许多最新研究成果．为了使本书既包括各主要应用领域又保持合理的篇幅，因此本书详述而力求简洁．

下面简要介绍本书各章．

第一章复习集论和两个重要代数系统——格和布尔代

数．这些内容是开关和自动机理论的基础．

第二章收集了模糊集论、代数和逻辑的基本结果，可供对这些材料感到全新或部分新的读者参考．

第三章讨论模糊开关函数，它们的最小化，分解和其它有关课题．

自动机理论已被应用来作为时序电路和离散系统（包括工程系统和生物系统）的模型．形式语言已被应用来描述自然语言、计算机语言和图象及语言模式的分析．在不精确场合下，将自动机拓展为模糊自动机，将形式语言拓展为模糊语言，已经增加了模型系统和语言的能力．第四章介绍模糊理论在这些方面的内容．

第五章讨论了前几章讲到的概念在各方面的应用．这些应用包括模糊神经网络的工作，通过模糊函数的逼近，二值开关系统的瞬态分析和在作用理论、模式识别及聚类方面的工作．

本书可供模糊理论和有关领域的研究者阅读，还可用来作为开关和自动机理论、模糊逻辑及其应用等方面的一学期提高课程的教科书．我们假定读者已具有开关和自动机理论及一定程度的数学加工的基本知识．

本书中的部分材料曾在美国新墨西哥采矿和技术学院与佛罗里达州立大学使用过．我们很感激我们的学生和同事们提出的批评和建议．

我们还要感谢那些对本书的出版有贡献的人们．并特别感激 C. L. Chang, M. L. Davis, J. S. Hughes, E. T. Lee, P. N. Marinos, F. P. Preparata, G. W. Schwede, M. G. Thomason, R. T. Yeh, L. Yelowitz 和 L. A. Zadeh．本书的部分材料是起源于他们在这些领域的早期工作．

本书结尾的参考文献目录列举了这些先生和其它研究人员在模糊集及其应用和有关课题方面的工作*.

Abraham Kandel 博士
计算机科学系主任,副教授
佛罗里达州立大学
Tallahassee, FL. 32306

Samuel C. Lee
电子工程教授
俄克拉何马大学
Norman, OK.

一九七八年十一月

* 译文中参考文献目录从略. ——译者注

目　录

第一章　集、格和布尔代数

1.1. 引　　言

近代数学中最重要的工具之一是集合的理论. 集合理论的符号、术语和概念对研究数学的任何分支都是有帮助的. 每个数学分支都可被看作是研究这类或那类对象的集合. 例如: 几何是研究点的集合; 代数是与数的集合及其运算有关的; 分析主要是处理函数集合的. 在数学基础中, 对集合及其应用的研究是十九世纪后期由德国数学家乔奇·康托(George Contor 1845～1918)所开创的. 此后, 集合的理论统一了许多似乎没有联系的概念. 它有助于用严谨、系统的方法, 将许多数学概念简并到它们的逻辑基础上. 此外, 它不仅影响和丰富了几乎每一个数学分支, 而且有助于弄清数学和哲学的关系.

某种对象的一个集合称为**集**, 对其中个别对象的性质我们不作特别的假定. 集合中的个别对象称为集合中的**元素**或**元**. 我们称这些元素**属于**(或**被包含于**)该集合. 一群男人、一束花和一系列数均为集的例子. 这里, 人、花和数是这些集合中的元素. 一个集本身可以是另一个集合的元素, 弄清这一点是很重要的. 例如, 一条直线是一个点集, 平面中所有直线的集合是点集的集合. 事实上, 一个集合可以是集合的集合的集合等等. 用上面的方式处理(抽象)集合的理论称为(**抽象或普通**)**集论**, 与这相对照的**模糊集论**将在第二章中介绍. 本章从复习集合论开始并将导出一些重要类型的集合及其性

质.

接着，我们研究两种重要的代数系统——格和布尔代数.这两种系统均由有序集导出. 有两种格的类型：模格和分配格. 分配格的一个子集合——有补的分配格称为布尔代数.每一个布尔代数都是分配格，每一个分配格是模格. 换言之，一个是布尔代数的格必然是分配格，因而它是模格.

1.2. 集合的运算

通常用大写字母 $A, B, C, \cdots, X, Y, Z$ 来表示"集合"，用小写字母 $a, b, c, \cdots, x, y, z$ 来表示"元素". 用记号 $\in$ 来表示"属于". 这样，我们把"x 是 A 的元素"(x 属于 A)记为 $x\in A$. 我们用"|"来表示否定陈述. 这样，我们把"x 不是 A 的元素"(x 不属于 A)记为 $x\notin A$.

描述一个集合有五种方法.

(1) 通过描述集合中元素的性质来描述一个集合.

(2) 通过列举集合中的元素来描述一个集合.

(3) 通过特征函数来描述一个集合，特征函数定义为：对所有 A 中的 x,

$$\text{如 } x\in A,\ \text{则 } \mu_A(x)=1,$$
$$\text{如 } x\notin A,\ \text{则 } \mu_A(x)=0.$$

(4) 通过一个递推公式来描述一个集合. 给出集合中一个元素和一个规则，借助于这规则，该集合中的元素都可以找到.

(5) 通过一些集合上的运算(例如并、交、补等)，来描述一个集合.

例 **1.2.1**. 描述一个由所有小于等于 5 的非负整数组成的集合.

以 A 记这个集合，则 A 可用下列方式来描述：

(1) $A=\{x|x$ 是小于等于 5 的非负整数$\}$；

(2) $A=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$；

(3) $\mu_A(x)=\begin{cases}1, & 当\ x=0, 1, \cdots, 5, \\ 0, & 其它；\end{cases}$

(4) $A=\{x_{i+1}=x_i+1, i=0, 1, \cdots, 4$, 其中 $x_0=0\}$；

(5) 留给读者作为练习.

对给定的集合，并非都能用这五种方法来描述，例如 0 和 1 之间的实数就不能用列举所有元素和递推公式来描述.

本节中，我们要引入集的基本运算和这些运算之间的关系，我们从下列定义开始.

定义 1.2.1. 设 A 和 B 是两个集合，如 A 的每个元素均为 B 的元素，则称 A 是 B 的**子集**. 如 A 是 B 的子集且至少有 B 的一个元素不是 A 的元素，则称 A 是 B 的**真子集**.

如 A 是 B 的子集，我们称 A **包含**于 B，记为 $A\subseteq B$. 如 A 是 B 的真子集，我们称 A 严格包含于 B，记为 $A\subset B$. 集合的包含有如下性质：设 A、B 和 C 是集合，

(1) $A\subseteq A$；

(2) 如 $A\subseteq B$ 和 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$；

(3) 如 $A\subseteq B$ 和 $B\subset C$，则 $A\subset C$；

(4) 如 $A\subseteq B$ 和 $A\nsubseteq C$，则 $B\nsubseteq C$.

$A\subseteq B$ 并没有排除 $B\subseteq A$ 的可能. 事实上，当且仅当 A 和 B 有同样的元素时，$A\subseteq B$ 和 $B\subseteq A$ 同时成立，我们有如下定义：

定义 1.2.2. 当且仅当 $A\subseteq B$ 和 $B\subseteq A$ 时，称两集合 A 和 B **相等**，记为 $A=B$.

不包含任何元素的集合称为**空集**，记为 $\emptyset$. 例如满足方

程 $x+1=0$ 的所有正数的集合是空集，因为没有任何一个正数能满足此方程. 空集是任何集合的子集. 换言之，$\emptyset\subseteq A$ 对任何集合 A 成立. 这是因为 $\emptyset$ 中没有元素，因而每个属于 $\emptyset$ 的元素均属于 A. 我们应该了解 $\emptyset$ 和 $\{\emptyset\}$ 是两个很不相同的集合，前者没有元素，反之，后者有唯一的元素 $\emptyset$. 包含一个元素的集合称为**独点集**.

另一个特殊的集合是**全集** U. 全集定义为包含任何其它集合的集合. 这样，任何集合均为全集的子集. 在许多场合，会有某个特殊的集合 U 显得特别重要，并且要研究 U 的许多子集. 在这种情况下，我们把 U 称为讨论中的全集. 这时，U 并不包括一切集合，只是特定场合的全集.

下面我们将描述集合的三种运算，即所谓补、并和交. 这些运算使我们能从若干已知集合去构成新的集合. 我们还将研究这些运算的关系.

定义 1.2.3. 设 U 是全集，A 是任意集. A 的**绝对补** $\overline{A}$ 定义为 $\{x|x\notin A\}$ 或 $\{x|x\in U$ 且 $x\notin A\}$. 如 A 和 B 为集合，A 关于 B 的**相对补**定义如下：

$$B-A=\{x|x\in B \text{ 且 } x\notin A\}.$$

显然，$\overline{\emptyset}=U$, $\overline{U}=\emptyset$, A 的补的补等于 A.

定义 1.2.4. 设 A 和 B 是两集合，A 和 B 的**并**是 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B$, 或两者皆是$\}$. 一般说来，如 A_1, A_2, $\cdots$, A_n 是集合，它们的并是至少属于其中一个集合的所有元素组成的集合，记为 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$ 或 $\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k$.

定义 1.2.5. 两集合 A 与 B 的**交**是 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$. n 个集合 A_1, A_2, $\cdots$, A_n 的交是同时属于这 n 个集合的所有元素组成的集合，记为 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$, 或

$\bigcap_{k=1}^{n} A_k$.

两集合的并和交的一些基本性质如下:

	并	交
(1) 幂等律:	$A\cup A=A$.	$A\cap A=A$.
(2) 交换律:	$A\cup B=B\cup A$.	$A\cap B=B\cap A$.

(3) 结合律:

$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$. $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.

应该指出,一般说来

$$(A\cup B)\cap C\neq A\cup(B\cap C).$$

定义 1.2.6. 两集合 A 和 B 的**对称差**是 $A\triangle B=\{x\,|\,x\in A$, 或 $x\in B$, 但不同时成立$\}$. 两集合的对称差也称为两集合的**布尔和**.

定义 1.2.7. 两集合 A 和 B 如无一公共元素, 即 $A\cap B=\emptyset$, 则称为**不重**. 一般说来, 如无一元素属于 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中的一个以上的集合, 即 $\bigcap_{k=1}^{n} A_k=\emptyset$, 则称 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为不重.

从并、交和补的定义易得下列定理.

定理 1.2.1. (**分配律**) 设 A、B 和 C 为三集合, 则

$$C\cap(A\cup B)=(C\cap A)\cup(C\cap B),$$

$$C\cup(A\cap B)=(C\cup A)\cap(C\cup B).$$

定理 1.2.2. (**德·摩尔根**(De·Morgan) **律**) 设 A 和 B 是两集合, 则

$$(\overline{A\cup B})=\overline{A}\cap\overline{B},$$

$$(\overline{A\cap B})=\overline{A}\cup\overline{B}.$$

这两个定理的证明留给读者作为练习.

练习

(1) 在一个城市中，有且仅有一个理发师 b. 他仅仅替不为自己理发的人服务. 定义 $S=\{x|x$ 不为自己理发的人$\}$. b 在 S 中吗? b 不在 S 中吗? 如 b 既不在 S 中又不是不在 S 中，请找出发生这种情况的原因.

(2) 分别用两个集合的(a)并，(b)交，(c)补运算来描述由所有小于等于5的非负整数组成的集合.

(3) 证明定理1.2.1.和定理1.2.2..

(4) 证明下列恒等式. 设 A, B, C 和 D 均为集合,

(a) $A\cup\emptyset=A$; $A\cap\emptyset=\emptyset$.

(b) $A\cup U=U$; $A\cap U=A$.

(c) $\emptyset-A=\emptyset$.

(d) $A\triangle\emptyset=A$.

(e) $A-B=A\cap\overline{B}$.

(f) $A-(A-B)=A\cap B$.

(g) $C\cap D=A-[(A-C)\cap(A-D)]$, 其中 $A\cap C=\emptyset$ 且 $A\cap D=\emptyset$.

(h) $(C\cup D)=A-[(A-C)\cap(A-D)]$, 其中 $A\cap C=\emptyset$ 且 $A\cap D=\emptyset$.

(i) $A\triangle B=(A-B)\cup(B-A)$.

(j) $A\triangle B=(A\cup B)-(A\cap B)$.

(5) 证明下列陈述:

(a) $A\subset B$ 当且仅当 $A\cup B=B$ 当且仅当 $A\cap B=A$ 当且仅当 $A-B=\emptyset$.

(b) $A\subseteq\emptyset$ 当且仅当 $A=\emptyset$.

(6) 下面的语句哪些是错误的? 对每个错误的语句给出一个例子说明它是错误的.

(a) 两集合的对称差的性质是可结合的.

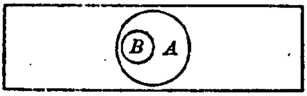
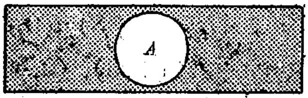
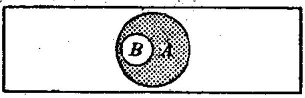
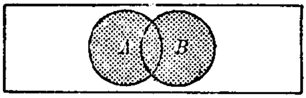
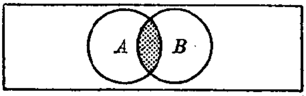
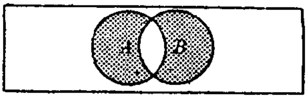
(b) 如 A 和 B 是两集合，则 $A\cap B\subseteq A\cup B$.

(c) 如 A 和 B 是两集合，则 $A-B=B-A$.

(d) 如 A, B 和 C 均为集合，$A\neq B$ 且 $B\neq C$，则 $A\neq C$.

为了使集合运算的各种性质形象化，用文氏(John Venn 1843～1883)图常能有帮助．用一个大的矩形区域表示全集，用圆形区域表示全集中的子集．表 1.1 是集合运算及其文氏图的一览表.

表 1.1． 集合运算的文氏图

集合的运算	符号	文氏图
集 B 包含于集 A	$B\subset A$	
集 A 的绝对补	$\overline{A}$	
集 B 关于集 A 的相对补	$A-B$	
集 A 和集 B 的并	$A\cup B$	
集 A 和集 B 的交	$A\cap B$	
集 A 和集 B 的对称差	$A\triangle B$	

1.3. 笛卡尔积、关系和函数

本节我们将讨论其元素为序偶的集合．**序偶是指规定次序的两个对象所确定的每一个集．** a 和 b 的序偶是集 (a, b)，第一个坐标是 a，第二个坐标是 b．我们定义 $(a, b)=(c, d)$ 当且仅当 $a=c$ 和 $b=d$．我们现在可以定义 A 和 B 的笛卡尔积．

定义 1.3.1．设 A 和 B 是两集合．A 和 B 的**笛卡尔积**定义为 $A\times B=\{(a, b)\,|\,a\in A$ 且 $b\in B\}$．一般说来，n 个集合 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的笛卡尔积定义为

$$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n$$
$$=\{(a_1, a_2, \cdots, a_n)\,|\,a_i\in A_i,\ i=1, 2, \cdots, n\}.$$

记号 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ 称为**一个 n 元有序组．**

例 1.3.1．设 $A=\{0, 1, 2\}$ 和 $B=\{3, 4\}$．则

$$A\times B=\{(0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\},$$

$$A\times A=\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}.$$

例 1.3.2．设 R^1 是实数集，则笛卡尔积

$$R^1\times R^1=\{(x, y)\,|\,x \text{ 和 } y \text{ 为实数}\}.$$

练习

(1) A, B, C 和 D 均为集合，试确定下列式子哪些是对的，哪些是错的．

(a) $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$.

(b) $(A\times B)\cap C=(A\times C)\cap(B\times C)$.

(c) $(A\cap B)\times(C\cap D)=(A\times C)\cap(B\times D)$.

(d) $(A\cup B)\times(C\cup D)=(A\times C)\cup(B\times D)$.

(2) 试确定下列式子哪些是对的，哪些是错的，并说明理由。

(a) $A\times B=B\times A$. 如果错，那么在什么情况下是对的.

(b) $(A-B)\times C=(A\times C)-(B\times C)$.

(c) $(\overline{A\cap B})\times C=(\bar{A}\times C)\cap(\bar{B}\times C)$.

(d) $A\triangle(B\times C)=(A\triangle B)\times(A\triangle C)$.

(3) 找一个例子说明并对笛卡尔积不是分配的，也就是说，下式不成立.

$$A\cup(B\times C)=(A\cup B)\times(A\cup C).$$

(4) 设 A, B, C 和 D 均为集合. 证明下述断言：

(a) 如 $A\times A=B\times B$, 则 $A=B$.

(b) 如 $A\subseteq B$, 则 $A\times C\subseteq B\times C$.

(c) 如 $A\subseteq C$ 且 $B\subseteq D$, 则 $A\times B\subseteq C\times D$.

(d) 如 $A\times B\subseteq A\times C$ 且 $A\neq\emptyset$, 则 $B\subseteq C$.

(5) 定义 1.3.1. 是否蕴含下式？

$$A\times B\times C=(A\times B)\times C=A\times(B\times C).$$

从笛卡尔积的定义可以看出笛卡尔积 $A\times B$ 中的任一元素(a, b)是一个序偶. 为了形成这序偶，并没有要求 a 与 b 有任何关系. 这样，我们并不常常对整个笛卡尔积集合有兴趣，而仅仅对其中已用某种方式给出恰当定义的某一部分有兴趣. 作为实例，我们考虑例 1.3.1. 假如我们仅仅对第二个坐标为第一个坐标的整数倍的序偶有兴趣. 我们有

$$R_1=\{(1,3),(1,4),(2,4)\}\subset A\times B,$$

$$R_2=\{(0,0),(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,2)\}\subset A\times A.$$

注意 R_1 和 R_2 分别为 $A\times B$ 和 $A\times A$ 的子集，相应地，我们给

出如下定义.

定义 1.3.2. 一个从 A 到 B 的(二元)关系 R 是 $A\times B$ 的一个子集. 如 $A=B$, 我们称 R 是 A 中的(二元)关系. 一般说来, 一个 n 元关系是 n 个集合 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的笛卡尔积的子集.

例 1.3.3. 考虑一群人的集合 P, 假如我们对在这群人中哪些是夫妻感兴趣, 在本例中关系 R 是"夫妻", 则

$$R=\{(x, y)\,|\,x, y\in P, x \text{ 是 } y \text{ 的丈夫或 } y \text{ 是 } x \text{ 的妻子}\}.$$

显然, R 是 $P\times P$ 的子集, 因为 $P\times P$ 中的某些序偶不是在夫妻关系之中, 例如 z 为男人或女人, 序偶 (z, z) 就不在 R 中.

例 1.3.4. 假定要去找中心在原点的单位圆中的所有点, 则关系是

$$R=\{(x, y)\,|\,x \text{ 和 } y \text{ 是实数且 } x^2+y^2<1\}.$$

这是 R^1 中的关系.

定义 1.3.3. 设 R 是从 A 到 B 的关系. R 的**定义域**记为 $\mathrm{Dom}\,R$, 定义为

$$\mathrm{Dom}\,R=\{x\,|\,x\in A \text{ 且对某个 } y\in B \text{ 而言 } (x, y)\in R\}.$$

R 的**值域**记为 $\mathrm{Ran}\,R$, 定义为

$$\mathrm{Ran}\,R=\{y\,|\,y\in B \text{ 且对某个 } x\in A \text{ 而言 } (x, y)\in R\}.$$

显然, $\mathrm{Dom}\,R\subseteq A$ 且 $\mathrm{Ran}\,R\subseteq B$. 而且, R 的定义域是 R 中第一个坐标的集合, 而 R 的值域是 R 中第二个坐标的集合.

$$R=\{(x, y)\,|\,x\in \mathrm{Dom}\,R,\ y\in \mathrm{Ran}\,R\}.$$

有时我们记 $(x, y)\in R$ 为 xRy, 读作 x 与 y 有关.

定义 1.3.4. 设 R 是 A 中的关系. 当且仅当它满足下列条件时, R 是 A 中的**等价关系**.