SCHAUM'S outlines

全美经典 学习指导系列

3000物理习题精解

〔美〕A. 哈尔彭 著

解希顺 张勇 朱艳梅 章宁 译

3000物理习题精解

大学生物理习题库

按步就班解题，易于教与学

可与各类教科书配套使用

科学出版社

麦格劳-希尔教育出版集团

内 容 简 介

本书收录了3000多道普通物理习题,给出了详细的分析和解答。内容涵盖普通物理学的各个部分,选题面广,数据详实,注重原理,适于自学。在美国,本书与多种大学物理教材配套使用,既可供理工科大学非物理专业学生使用,也可供物理专业的教师、学生和参加奥林匹克竞赛的青少年参考。

Alvin Halpern:3000 Solved Problems in Physcs

ISBN:0-07-099180-4

图字:01-2001-1776号

图书在版编目(CIP)数据

3000物理习题精解/〔美〕A.哈尔彭(Halpern)著;解希顺等译. -北京:科学出版社,2002
(全美经典学习指导系列)
ISBN 7-03-009393-3

Ⅰ.3… Ⅱ.①哈… ②解… Ⅲ.物理学-高等学校-解题 Ⅳ.O4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第032789号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
新蕾印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2002年1月第 一 版 开本:A4(890×1240)
2002年1月第一次印刷 印张:39 1/4
印数:1—5 000 字数:1 141 000

定价: 50.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

目　　录

第一章　数学简介

1.1　平面矢量;科学符号和单位

1.1　什么是标量?

解　☞ 标量只有大小,是一纯数.加减时按普通数字运算.

1.2　什么是矢量?

解　☞ 矢量既有大小,又有方向.例如,每小时向南开 40 km 的汽车的速度矢量为 40 km/h,向南.

1.3　什么是合矢量?

解　☞ 合矢量是多个相似的矢量(例如,力矢量)的和,仍为一矢量,它与各分矢量共同作用效果相同.

1.4　叙述矢量相加的图解法

解　☞ 从任一点开始,依次画出每个矢量的大小和方向,使它们首尾相连,从起始点至最后一个矢量的端点的矢量即为合矢量.

1.5　叙述两个矢量相加的平行四边形法.

解　☞ 两任意矢量的和可用平行四边形的对角线表示.如图 1-1.两矢量为平行四边形的邻边,对角线就是合矢量,其方向总是背离二矢量的起点.

1.6　矢量如何相减?

解　☞ 矢量 $\boldsymbol{A}$ 减去矢量 $\boldsymbol{B}$,只要将矢量 $\boldsymbol{B}$ 改变到相反的方向再与 $\boldsymbol{A}$ 相加,即可.因为,$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{B})$.

1.7　简述三角函数.

解　☞ 对如图 1-2 所示的直角三角形,定义

$$\sin\theta=\frac{o}{h},\cos\theta=\frac{a}{h},\tan\theta=\frac{o}{a}$$

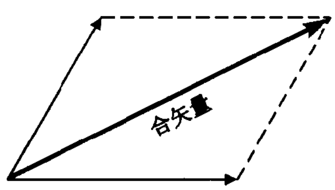

图 1-1

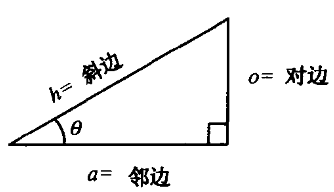

图 1-2

1.8　将下列数用 10 的幂次表示:
(a)627.4,(b)0.000365,(c)20001,(d)1.0067,(e)0.0067

解　☞ (a)6.274×10^{2},(b)3.65×10^{-4},(c)2.0001×10^{4},(d)1.0067×10^{0},(e)6.7×10^{-3}

1.9　将下列数用 10^0 次幂表示:
(a)31.65×10^{-3},(b)0.415×10^{6},(c)$1/(2.05\times10^{-3})$,(d)$1/(43\times10^{3})$

解　☞ (a)0.03165,(b)415000,(c)488,(d)0.0000233

1.10　地球的直径大约为 1.27×10^{7} m,将其表示为(a)mm,(b)Mm,(c)mi.

解　☞ (a)$(1.27\times10^{7}\ \mathrm{m})(1000\mathrm{mm}/1\mathrm{m})=1.27\times10^{10}\mathrm{mm}$

(b)1Mm = 10^6m, 所以, 结果为 12.7Mm

(c)1mi = 1.61 km, 所以为 7.89×10^3mi

1.11 在周长为 200 m 的圆形跑道上举行 100 m 赛. 运动员开始向东然后向南跑. 从起点到终点的位移是多少?

解 ☞ 如图 1-3 所示, 比赛路径为半个圆圈, 因此位移沿直径, 大小为 $200/\pi$ = 63.7 m, 正南. 图 1-3.

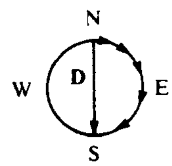

图 1-3

1.12 什么是矢量的分量?

解 ☞ 矢量的分量是它在一给定方向的轴上的投影.

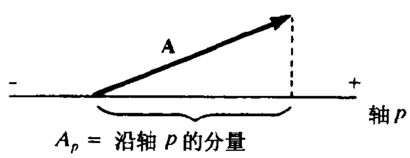

图 1-4

例如: 一个位移的 p 分量是它沿 p 轴的距离. 分量是标量, 可正可负, 分别对应于与给定轴的正向相同或相反的情况. 在图 1-4 中, A_p 是正的. (有时矢量的分量也定义为矢量, 其大小与标量定义的相同, 方向沿给定的轴. 若标量分量为负, 则表明沿该轴的负向). 通常, 分解矢量时沿互相垂直的方向分解(直角分量).

1.13 什么是矢量相加的分量加法?

解 ☞ 将每个矢量分解成 x、y、z 分量, 指向负轴方向的分量为负值, 合矢量的 x 分量等于所有 x 分量的代数和, 同样可求得合矢量的 y 分量和 z 分量.

1.14 定义矢量与标量的乘法?

解 ☞ 定义 $b\boldsymbol{F}$ 仍为一矢量, 其大小为 $|b|F$(b 的绝对值乘以 $\boldsymbol{F}$ 的大小, 其方向为)$\boldsymbol{F}$ 或 $-\boldsymbol{F}$ 的方向, b 大于零时方向与 $\boldsymbol{F}$ 相同, 反之则相反.

1.15 用作图法求下列两位移的合矢量:
大小为 2m, 与 x 轴正向成 40°; 大小为 4 m, 与 x 轴正向成 127°.

解 ☞ 如图 1-5 所示, 从原点开始画两个矢量, 注意角度是与 $+x$ 轴之间的夹角. 合矢量 $\boldsymbol{R}$ 如图. 在图上测得其大小为 4.6 m, $\theta = 101°$.

1.16 一位移大小为 25 m, 与 x 轴成 210°角, 求其 x 和 y 分量.

解 ☞ 位移矢量及其分量如图 1-6 所示, 分量为

x 分量 = $-25\cos30° = -21.7$ m y 分量 = $-25\sin30° = -12.5$ m

注意: 两分量均指向负轴方向, 所以为负.

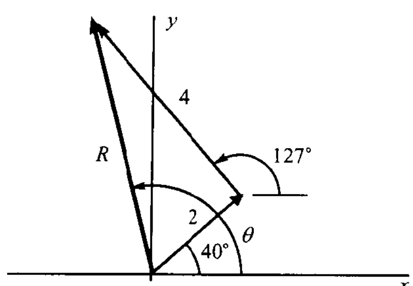

图 1-5

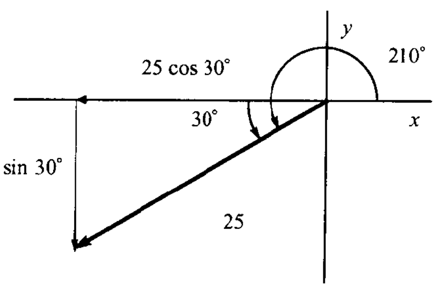

图 1-6

1.17 用直角分量法求解题 1.15

解 ☞ 每个矢量的直角分量如图 1-7(a), (b)所示, (画有交叉影线的是原矢量). 合矢量的分量大小为

$$R_x = 1.53 - 2.40 = -0.87 \text{ m} \quad R_y = 1.29 + 3.20 = 4.49 \text{ m}$$

注意: 指向负轴方向的分量一定为负值.

合矢量如图 1-7 (c)所示,由图可知 $R=\sqrt{(0.87)^2+(4.49)^2}=4.57$ m $\tan\phi=\frac{4.49}{0.87}$

$\phi=79^\circ$ 而 $\theta=180^\circ-\phi=101^\circ$

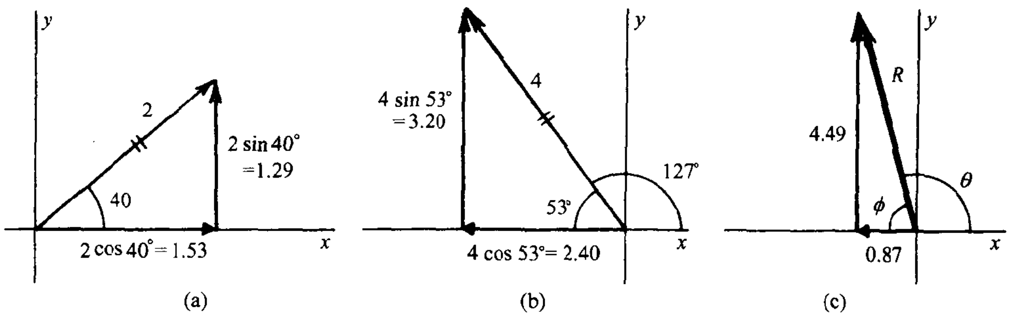

图 1-7

1.18 将下列两力矢量用平行四边形法相加:
30 lb(磅),与 x 轴正向成 30°;20 lb(磅),与 x 轴正向成 140°(1 kg 物体重 2.21lb,一 lb 等于 4.45 N 的力)

解 ☞ 力矢量如图 1-8 所示,画如图 1-9 所示的平行四边形,对角线为合矢量 **R**,其大小为 30 lb, $\theta=72^\circ$.

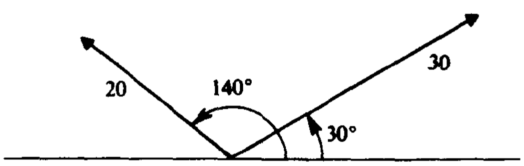

图 1-8

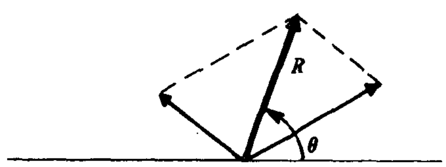

图 1-9

1.19 求图 1-10 中矢量 $\boldsymbol{F}$ 在 x 和 y 轴方向的分量.

解 ☞ 在图 1-10 中,从 P 点到 X 和 Y 的垂线(虚线)确定了矢量 $\boldsymbol{F}$ 的两个分量 $\boldsymbol{F}_x$ 和 $\boldsymbol{F}_y$ 的大小及方向.由图可见,$F_x=F\cos\theta$, $F_y=F\sin\theta$

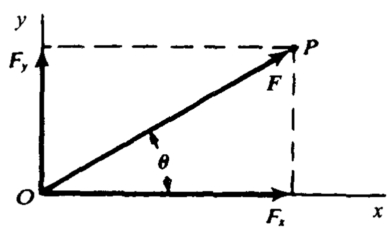

图 1-10

1.20 (a)$\boldsymbol{F}$ 的大小为 300 N,与 x 方向之间的夹角 $\theta=30^\circ$,求 F_x 和 F_y,(b)若 $F=300$ N, $\theta=145^\circ$($\boldsymbol{F}$ 在第二象限内),重求 F_x 和 F_y.

解 ☞ (a)$F_x=300\cos30^\circ=259.8$N,

$F_y=300\sin30^\circ=150$ N

(b)$F_x=300\cos145^\circ=(300)(-0.8192)=-245.75$N(在 x 轴负向)

$F_y=300\sin145^\circ=(300)(+0.5736)=172.07$ N

1.21 一轿车先向东开 5.0 km,再向南 3.0 km,然后向西 2.0 km,最后向北 1 km.(a)求轿车向北向东各开了多远?(b)分别用几何法和代数法求位移矢量.

解 ☞ (a)矢量相加次序可任意.向南 3.0 km,向北 1 km 产生 2.0 km 向南的净位移.同样,向东 5.0 km,向西 2.0 km 产生 3 km 向东的净位移.而向

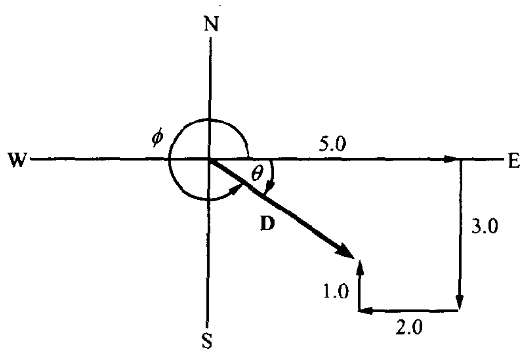

图 1-11

东的位移在南北方向无分量，向南的位移在东西方向无分量，所以小轿车位于起点以北 -2.0 km，以东 3 km 处.

(b)用头尾相连的方法，容易得到合位移矢量 **D**(见图 1-11). 用代数方法则有

$$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3.6 \text{ km}$$

$$\tan\phi = -\frac{2}{3}, \quad \text{或} \tan\theta = \frac{2}{3}, \theta = 34°(\text{偏东南方向})$$

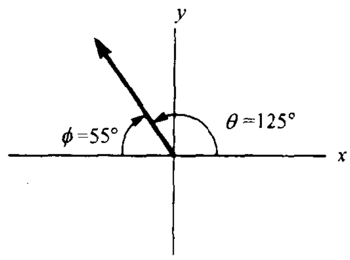

图 1-12

1.22 一力大小为 400 N，与 x 轴成 125°角，求其 x 和 y 分量.

解 ☞ 用正规方法(取与 x 轴正向的夹角)

$$F_x = (400\text{ N})\cos125° = -229\text{N},$$

$$F_y = (400\text{N})\sin125° = 327\text{N}$$

用直观方法(取与 x 轴正向或负向之间的锐角)

$$|F_x| = F\cos\phi = 400\cos55° = 229(\text{N})$$

$$|F_y| = F\sin\phi = 400\sin55° = 327(\text{N})$$

1.23 求下列位于同一平面内的两个力的合力：
30 N 与 x 轴正向成 37°，50 N 与 x 轴正向成 180°

解 ☞ 先求分量，再求合力

$$R_x = 24 - 50 = -26(\text{N}), R_y = 18 + 0 = 18(\text{N})$$

所以 $R = 31.6\text{N}, \tan\theta = 18/(-26), \quad \theta = 145°$

1.24 **A**、**B** 矢量如图 1-13 所示，求(a)**A** + **B**，(b)**A** − **B**，(c)**B** − **A**

解 ☞ $A_x = 6$ m, $A_y = 0$, $B_x = 12\cos60° = 10.4(\text{m})$

(a)$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})_x = 12\text{m}$, $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})_y = 10.4\text{m}$, $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}| = 15.9\text{m}$，在 40.9°方向.

(b)$(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})_x = 0$, $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})_y = -10.4\text{m}$, $|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}| = 10.4$ m，在 −90°方向.

(c)$(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})_x = 0$, $(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})_y = 10.4\text{m}$, $|\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A}| = 10.4$ m，在 90°方向.

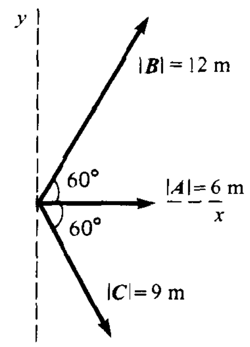

图 1-13

1.25 对图 1-13 中的矢量，求(a)**A** + **B** + **C**，(b)**A** + **B** − **C**

解 ☞ **C** 的 x、y 分量分别为 4.5m 和 −7.8m.

(a)x 分量为 $A_x + B_x + C_x = 16.5$，而 y 分量为 2.6，所以合矢量大小为 16.7m，在 9.0°(与 x 轴正向的夹角，下同)方向.

(b)$A_x + B_x - C_x = 7.5$，而 y 方向的分量为 $0 + 10.4 - (-7.8) = 18.2$，所求矢量大小为 19.7 m，在 68°方向.

1.26 对图 1-13 中的矢量，求(a)**A** − 2**C**，(b)**B** − (**A** + **C**)，**C** − **A** − **B** − **C**

解 ☞ (a)x 分量为 $A_x - 2C_x = -3$，y 分量为 $-2(-7.8) = 15.6$，所求矢量大小为 15.9 m，在 101°方向.

(b)x 分量 $= 6 - (6 + 4.5) = -4.5$，y 分量 $= 10.4 - [0 + (-7.8)] = 18.2$ 因此，$(4.5^2 + 18.2^2)^{1/2} = 18.7$ m，在 104°方向.

(c)所求是题 1.25(a)的矢量的负值，所以大小为 16.7 m，在 $9.0° + 180° = 189° = -171°$方向.

1.27 一位移矢量大小为 20m，在 xy 平面内，与 x 轴正向成 70°(即在沿 x 轴逆时针转 70°的方向)，求其 x 和 y 分量. 又：若成 120°；250°；重新计算此问题.

解 ☞ 任一种情况下，均有 $S_x = S\cos\theta$, $S_y = S\sin\theta$，所以结果分别为 6.8m, 18.8m; −10.0m, 173m; −6.8m, −18.8m.

1.28 一物体受到 x 方向 20 N 的力和 y 方向 −30 N 的力，求受到的合力.

解 ☞ 合力的分量为 $R_x = 20$ N, $R_y = -30$ N,

$$R = (400 + 900)^{1/2} = 36\text{N}, \tan\theta = -30/20, \quad \theta = 303.7° = -56.3°$$

θ 是与 x 轴正向之间的夹角.

1.29 一力 x 分量为 -40 N, y 分量为 -60 N, 求该力的大小和方向.

解 ☞ 大小为 $R = (1600 + 3600)^{1/2} = 72$ (N)

方向角 $\theta = 180° + \arctan(6/4) = 236.3°$

1.30 求下列共面位移矢量的合矢量的大小和方向:
20m, 与 x 轴成 0°角; 10m, 与 x 轴成 120°角.

解 ☞ $R_x = 20 - 5 = 15$(m), $R_y = 0 + 8.7 = 8.7$(m), 所以

$$R = 17.3(\text{m}), \tan\theta = 8.7/15, \theta = 30°$$

1.31 四力共面,作用于点 O,如图 1-14(a). 用几何法求合力.

解 ☞ 四矢量画于图 1-14(b)中,首尾相接,起点在原点,则从原点指向最后一个矢量的端点的箭头(虚线)即为所求矢量.

由图 1-14(b)测得,合矢量大小为 119 N. α 为 37°,即合矢量与 x 轴正向夹角 $\theta = 180° - 37° = 143°$.

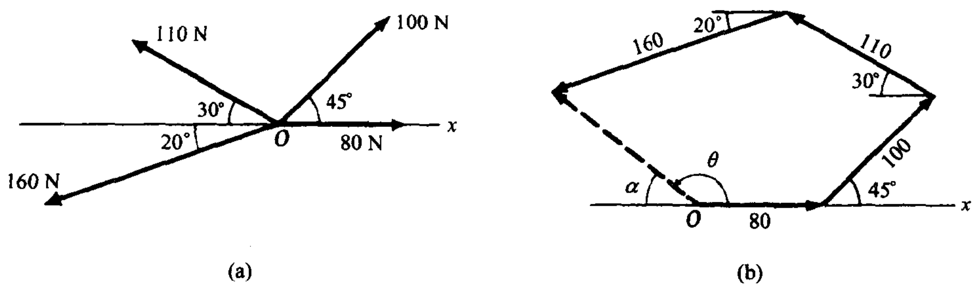

图 1-14

1.32 用直角分量法解题 1.31.

解 ☞ 矢量及其分量如下:

大小/ N	x 分量/ N	y 分量/ N
80	80	0
100	100cos45° = 71	100sin45° = 71
110	−100cos30° = −95	110sin30° = 55
160	−160cos20° = −150	−160sin20° = −55

注意各分量的符号. 容易求得

$$R_x = 80 + 71 - 95 - 150 = -94(\text{N}),$$

$$R_y = 0 + 71 + 55 - 55 = 71(\text{N})$$

合矢量如图 1-15 所示. 由图知, $R = \sqrt{(94)^2 + (71)^2} = 118\text{N}$.

$\tan\alpha = 71/94$, $\alpha = 37°$. 所以合矢量大小为 118 N, 在 $180° - 37° = 143°$ 的方向上.

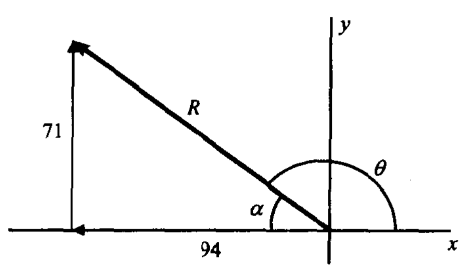

图 1-15

1.33 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$ 见图 1-16, 用作图法求矢量的和或差.
(a) $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$, (b) $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}$, (c) $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$, (d) $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C}$

解 ☞ 见图 1-16(a)→(d).

在(c)中, $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{B})$, 即改变 $\boldsymbol{B}$ 的方向再与 $\boldsymbol{A}$ 相加.
同样,在(d)中, $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}-\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}(-\boldsymbol{C})$, $-\boldsymbol{C}$ 与 $\boldsymbol{C}$ 大小相等,方向相反.

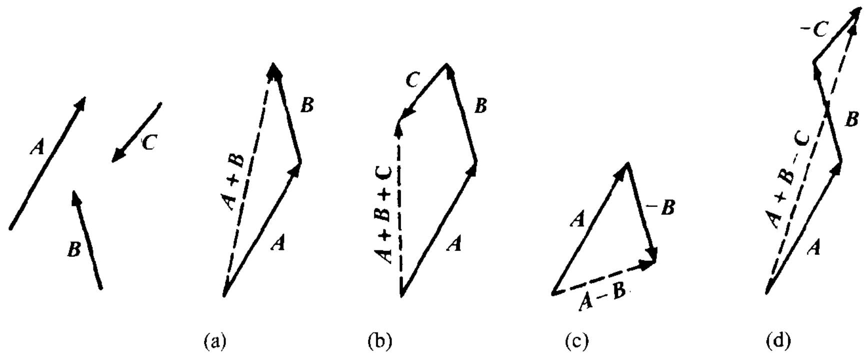

图 1-16

1.34 求下列作用于同一点的力的合力:
30 lbf,东北方向;70 lbf,正南;50 lbf,西偏北 20°.

解 选取正东为x轴正向(见图 1-17)

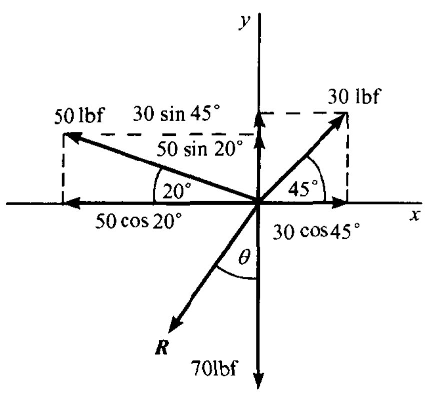

图 1-17

x 分量/lbf	y 分量/lbf
$30\cos 45^\circ=21.2$	$30\sin 45^\circ=21.2$
$-50\cos 20^\circ=-47.0$	$50\sin 20^\circ=17.1$
	$-70=-70$
和 $=-25.816$	和 $=-31.7$lbf

$$R=\sqrt{(-25.8)^2+(-31.7)^2}=\sqrt{665.8+1004.9}=40.9\ (\text{lbf})$$

$$\tan\theta=\frac{-25.8}{-31.7}=0.8139^\circ,$$

$$\theta=39^\circ(\text{偏西南方向})$$

1.35 两力矢量大小相等,合力等于每个分力大小的$\frac{1}{3}$,求两力之间的夹角.

解 ☞ 在矢量图 1-18 中,菱形对角线两部分相等.

因此 $\cos\theta=\frac{F/6}{F}=\frac{1}{6}=0.1667$, $\theta=80.4^\circ$, $2\theta=160.8^\circ$,两力之间的夹角为 160.8°

1.36 求地图上下列四位移的矢量和:
60mm 正北;30mm 正西;40mm,北偏西 60°;50mm,南偏西 30°.(a)用作图法,(b)用代数法.

解 ☞ (a)四矢量头尾相连如图 1-19 所示.测得合矢量大小为 97 mm,与正北方向成 67.7°,偏西.
(b)令 $\boldsymbol{D}$ = 合矢量,则

$$D_x=-30-40\sin 60^\circ-50\sin 30^\circ=-89.6(\text{mm})$$

$$D_y=60+40\cos 60^\circ-50\cos 30^\circ=+36.76(\text{mm})$$

$$D=\sqrt{D_x^2+D_y^2}=96.8\ \text{mm},\quad \tan\phi=\left|\frac{D_y}{D_x}\right|\Rightarrow\phi=22.3^\circ\ \text{在负}\ x\ \text{轴上方}.$$

1.37 两力大小分别为 80 N 和 100 N,夹角为 60°,作用在一物体上,什么力可代替此两力?什么力可与此平衡?用代数法求解.

解 ☞ 选取 x 轴沿 80 N 力的方向,则 100 N 力在正 x 轴上方 60°的方向,其 y 分量为正.可代替

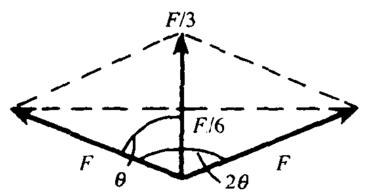

图 1-18

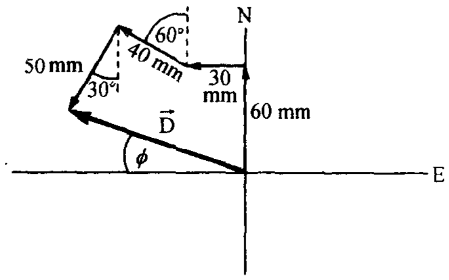

图 1-19

的力 $\boldsymbol{R}$ 为两力的矢量和

$$R_x = 80 + 100\cos 60° = 130(\mathrm{N}), R_y = 100\sin 60° = 87(\mathrm{N})$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 156(\mathrm{N}), \theta = \arctan\left|\frac{R_y}{R_x}\right| = 34°,\text{在正 } x \text{ 轴上方}.$$

平衡力为 $-\boldsymbol{R}$,大小 156 N,与 $\boldsymbol{R}$ 方向相反,在负 x 轴下方 34°方向(即与正 x 轴成 214°的夹角).

1.38 作用于一质点上的两力如下:100 N,170°;100 N,50°,求它们的合力.

解 ☞ F_1 = 100 N,在 x 轴上方 170°,100 N,50°,求它们的合力.

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2, R_x = 100\cos 170° + 100\cos 50° = -34.2(\mathrm{N})$$

$$R_y = 100\sin 170° + 100\sin 50° = 94.0(\mathrm{N})$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 100\mathrm{N}, \theta = \arctan\frac{R_y}{R_x}$$

θ 有两个解:290°或 110°.按题意知 $\boldsymbol{R}$ 应在第二象限,所以答案是 110°(或在负 x 上方 70°).也可用下列方法:$\phi = \arctan|R_y/R_x|$,由此得到一小于 90°的解,这里为 70°,它总是表示矢量与 x 轴(正向或负向)之间的夹角,在轴的上方或下方.而我们总能判断出 $\boldsymbol{R}$ 位于哪一象限,所以就能确定方向.这里 70°是在负 x 轴上方.

1.39 100 N 的力与 x 轴成 θ 角,其 y 方向的分量为 30 N,求力的 x 方向的分量及其方位角 θ.

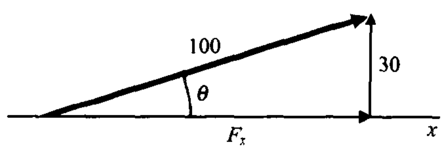

图 1-20

解 ☞ 如图 1-20 所示,要求 F_x 和 θ,因为

$$\sin\theta = \frac{o}{h} = \frac{30}{100} = 0.30$$

所以 $\theta \approx 17.5°$,又 $a = h\cos\theta$,所以

$$F_x = 100\cos 17.5° = 95.4(\mathrm{N})$$

1.40 小船在静止的湖水中速度为 8 km/h,在流动的溪水中它相对溪水的速度为 8 km/h,而溪水的流速为 3 km/h.问船相对于岸上的树的速度是多少? (a)逆流,(b)顺流.

解 ☞ (a)若水静止,船相对树的速度为 8 km/h,而溪水使船向相反方向运动 3 km/h,所以这时船相对于树的速度为 8 − 3 = 5 (km/h)

(b)此时船速水速方向相同,所求速度为 8 + 3 = 11 (km/h)

1.41 一飞机向东飞行的速度为 500km/h,向南的风速为 90km/h,求飞机相对于地面的速度大小和方向.

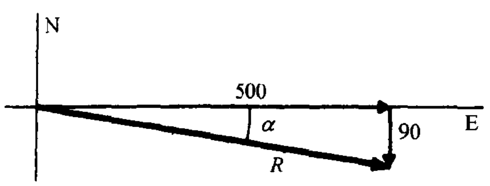

图 1-21

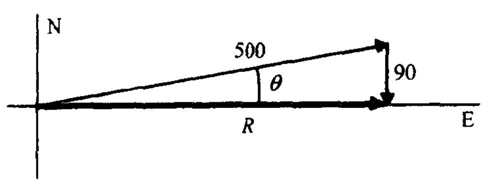

图 1-22

解 ☞ 飞机的合速度是两速度之和.如图 1-21 所示,$R_E = 500\text{km/h}$, $R_s = 90\text{km/h}$,合速度为

$$R = \sqrt{(500)^2 + (90)^2} = 508(\text{km/h})$$

$$\tan\alpha = \frac{90}{500} = 0.180$$

$\alpha = 10.2°$.所以飞机相对地面的速度为 508km/h,东偏南 10.2°.

1.42 飞机速率与题 1.41 相同,要使飞机向正东飞,机头应保持在什么方向?

解 ☞ 据题意,飞机相对于空气的速度与风速的矢量和必须在正东方向,矢量图示见图 1-22.由图可见

$$\sin\theta = 90/500, \theta = 10.4°$$

飞机头应保持在东偏北 10.4°的方向.

若要求飞机向东的速度,由图 1-22 可知 $R = 500\cos\theta = 492$ (km/h)

1.43 一小孩用 60 N 的力拉系在雪撬上的绳,绳与地面成 40°角.(a)求使雪撬沿地面运动的分力,(b)求垂直分力.

解 ☞ 如图 1-23 所示,60 N 力的两分量分别为 39 N 和 46 N.所以(a)水平分力为 46 N,(b)垂直分力为 39 N.

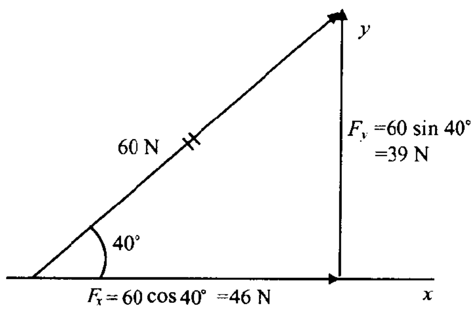

图 1-23

1.44 求图 1-24 中共面力系的合力.

解 ☞ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3$

$$R_x = -40 + 80\cos30° + 0 = 29.3(\text{lbf})$$

$$R_y = 0 - 80\sin30° + 60 = 20(\text{lbf})$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 35.4(\text{lbf}), \theta = \arctan\frac{R_y}{R_x} = 34.3° \text{ 在 } +x \text{ 轴上方.}$$

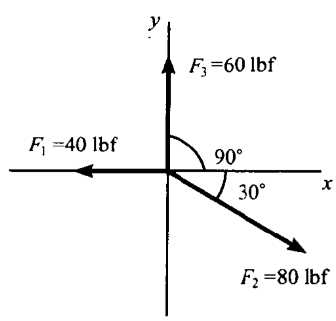

图 1-24

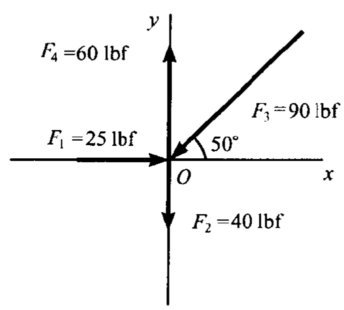

图 1-25

1.45 对图 1-25 中的力,重解题 1.44

解 ☞ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_4$

$$R_x = 25 - 90\cos50° + 0 = -32.8(\text{lbf})$$

$$R_y = 0 - 40 - 90\sin50° + 60 = 19.2(\text{lbf})$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 38.0(\text{lbf})$$

$$\phi = \arctan\left|\frac{R_y}{R_x}\right| = 30.3° \text{ 在 } -x \text{ 轴上方.}$$

1.46 对图 1-26 中的力,重解题 1.44

解 ☞ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{R}_2 + \boldsymbol{R}_3 + \boldsymbol{R}_4$

$$R_x = -125\cos25° + 0 + 180\cos23° + 150\cos62°$$

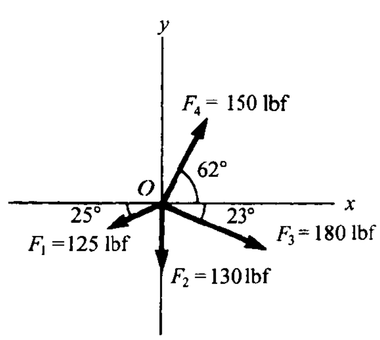

图 1-26

$$= 122.8(\text{lbf})$$

$$R_y = -125\sin25° - 130 - 180\sin23° + 150\sin62°$$

$$= -120.7(\text{lbf})$$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 172.2\text{lbf}$, $\phi = \arctan\left|\dfrac{R_y}{R_x}\right| = 44.5°$在 $+x$ 轴上方.

1.47 用代数方法求下列共面力的合力 $\boldsymbol{R}$ 和平衡力 $\boldsymbol{E}$:100 kN, 30°;141.4 kN, 45°;100 kN, 240°.

解 ☞ $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3$

$$R_x = 100\cos30° + 141.4\cos45° + 100\cos240° = 136.6(\text{kN})$$

注:$100\cos240° = -100\cos60°$, $100\sin240° = -100\sin60°$

$$R_y = 100\sin30° + 141.4\sin45° + 100\sin240° = 63.4(\text{N})$$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 150.6\text{kN}$, $\phi = \arctan\left|\dfrac{R_y}{R_x}\right| = 24.9°$在 $+x$ 轴上方.

$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{R} = 150.6\text{kN}$, 在 $24.9° + 180° = 204.9°$方向($+x$ 轴上方).

1.48 用代数方法计算下列位移的合矢量:

20m, 30°;40m, 120°;25m, 180°;42m, 270°;12m, 315°.

解 ☞ $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{d}_1 + \boldsymbol{d}_2 + \boldsymbol{d}_3 + \boldsymbol{d}_4 + \boldsymbol{d}_5$ = 合矢量

$D_x = 20\cos30° + 40\cos120° - 25 + 0 + 12\cos315° = -19.3(\text{m})$

注:180°即沿 $-x$ 轴;270°为沿 $-y$ 轴;$\cos120° = -\cos60°$;$\sin120° = \sin60°$;$\cos315° = \cos45°$;$\sin315° = -\sin45°$;

$D = \sqrt{D_y^2 + D_y^2} = 20.2$ m, $\phi = \arctan\left|\dfrac{D_y}{D_x}\right| = 16.7°$在 $-x$ 轴下方, 或 $\theta = \arctan\dfrac{D_y}{D_x} = 196.7°$(与 $+x$ 轴的夹角).

1.49 参见图 1-27, 用矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 表示矢量 $\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{Q}$.

解 ☞ 在平行四边形中, $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{R} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{S} - \boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{Q} = -\boldsymbol{B} + \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$

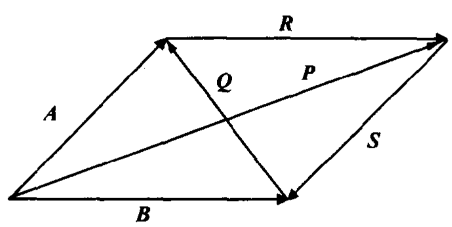

图 1-27

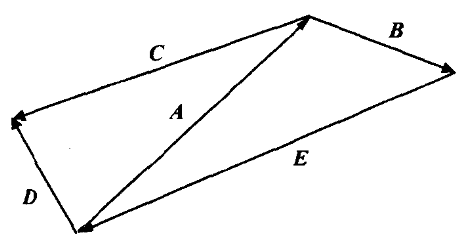

图 1-28

1.50 参见图 1-28, 用矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 表示矢量 $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{Q}$.

解 ☞ 显然, $-\boldsymbol{E} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$ 即:$\boldsymbol{E} = -(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}) = -\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{D} - \boldsymbol{C} = \boldsymbol{D} + (-\boldsymbol{C}) = \boldsymbol{A}$, 所以 $\boldsymbol{E} + \boldsymbol{D} - \boldsymbol{C} = \boldsymbol{E} + \boldsymbol{A} = -\boldsymbol{B}$

1.51 一合位移 $\boldsymbol{D}$ 大小为 100m, 起点在原点, 与 x 轴成 37°. 它由下列三位移合成:$\boldsymbol{d}_1$, 100m, 沿 x 轴;$\boldsymbol{d}_2$, 200m, 与 x 轴成 150°;$\boldsymbol{d}_3$ 待求. 求 $\boldsymbol{d}_3$.

解 ☞ $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{d}_1 + \boldsymbol{d}_2 + \boldsymbol{d}_3$

$$D_x = d_{1x} + d_{2x} + d_{3x}, \text{即 } 100\sin37° = -100 + 200\cos150° + d_{3x}, d_{3x} = 353\text{m}$$

(注:$\cos150° = -\cos30°$)

$D_y = d_{1y} + d_{2y} + d_{3y}$, 即 $100\sin37° = 0 + 200\sin150° + d_{3y}$, $d_{3y} = -40\text{m}$

(注:$\sin150° = -\sin30°$)

$d_3 = \sqrt{d_{3x}^2 + d_{3y}^2} = 355\text{m}$, $\phi = \arctan\left|\dfrac{d_{3y}}{d_{3x}}\right| = 6.5°$在 $+x$ 轴下方.

1.52 四作用力的合力 $\boldsymbol{R}$ 大小为 100 N, 沿负 y 轴方向. 其中三个力分别为:100 N, 与 x 轴夹

角 60°;200 N,与 x 轴夹角 140°;250 N,与 x 轴夹角 320°.求第四个力.

解 ☞ $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{F}_3+\boldsymbol{F}_4$

$R_x = F_{1x}+F_{2x}+F_{3x}+F_{4x}$,即 $0 = 100\cos60° + 200\cos40° + 250\cos320° + F_{4x}$

$F_{4x} = -88.3\text{N}$

$R_y = F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}+F_{4y}$,即 $-100\sin60° - 200\sin40° + 250\sin320° + F_{4y}$

$F_{4y} = -154.4\text{N}$

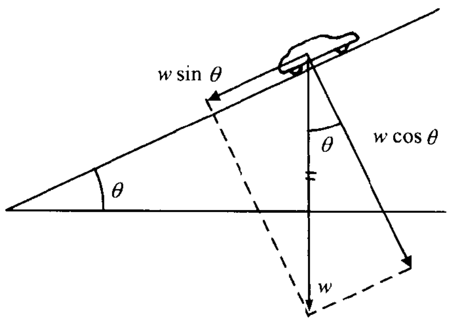

图 1-29

1.53 一轿车重 w,位于倾角为 θ 的斜面上,斜面支撑轿车的正压力应为多大才能承受住轿车的重量?

解 ☞ 如图 1-29 所示,轿车的重力 $\boldsymbol{w}$ 可分解为沿斜面和垂直斜面的两个分量.斜面的正压力应与垂直斜面的分量 $w\cos\theta$ 平衡.

1.54 图 1-30(a)所示为作用于一物体上的五个共面力.求它们的合力.

解 ☞ (1)求每个力的 x 和 y 分量.

大小/N	x 分量/N	y 分量/N
19	19.0	0
15	$15\cos60° = 7.5$	$15\sin60° = 13.0$
16	$-16\cos45° = -11.3$	$16\sin45° = 11.3$
11	$-11\cos30° = -9.5$	$-11\sin30° = -5.5$
22	0	-22.0

注:符号表示方向

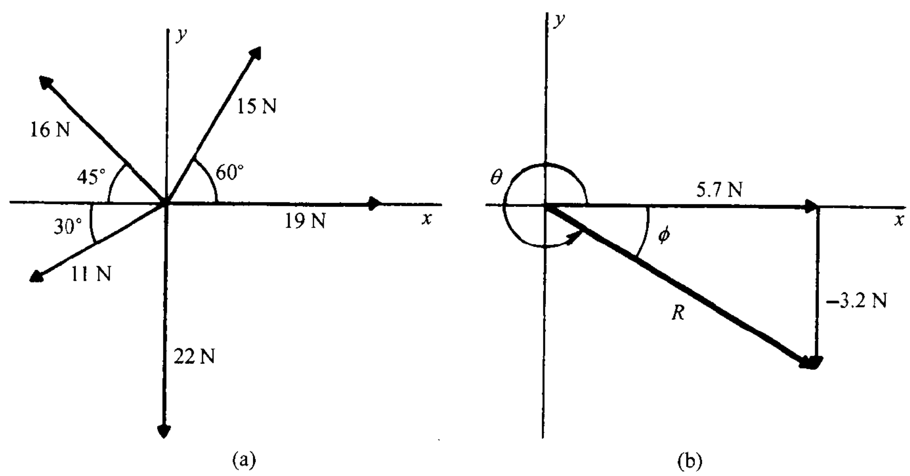

图 1-30

(2)合力 $\boldsymbol{R}$ 的分量为

$$R_x = \sum F_x = 19.0 + 7.5 - 11.3 - 9.5 + 0 = +5.7(\text{N})$$

$$R_y = \sum F_y = 0 + 13.0 + 11.3 - 5.5 - 22.0 = -3.2(\text{N})$$

(3)合力的大小为

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 6.5\text{N}$$

(4)合力如图 1-29(b)所示,由图可见

$$\tan\phi=\frac{3.2}{5.7}=0.56,\quad \phi=29°,\quad \theta=360°-29°=331°$$

合力大小为 6.5 N,在 331°(或 -29°)方向.

1.55 用代数方法求下列共面力的合力 **R** 和平衡力 **E**:300(N),0°;400(N),30°;400(N),150°.

解 ☞ $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{F}_3,\boldsymbol{E}=-\boldsymbol{R}$

$$R_x=300+400\cos30°+400\cos150°=300(\text{N})$$

注:$400\cos150°=-400\cos30°,400\sin150°=400\sin30°$

$$R_y=0+400\sin30°+400\sin150°=400(\text{N})$$

$R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=500(\text{N}),\varphi=\arctan\left|\frac{R_y}{R_x}\right|=53°$在 x 轴上方,而 $E=500\text{N},\varphi_E=53°$在 $+x$ 轴下方.

1.2 三维矢量;标积和矢积

1.56 矢量 **A**(见图 1-31)起点在原点,端点在点(7.0m,4.0m,5.0m)处,求其大小.

解 ☞ 首先,注意到矢量 **A** 和其分量 $\boldsymbol{A}_z$ 分别是直角三角形的斜边和直角边(该三角形所在平面垂直于 xy 平面),由勾股定理有 $A^2=B^2+A_z^2$,而矢量 **B** 又是 xy 平面内的直角三角形的斜边,该三角形的二直角边分别是 A_x 和 A_y,由勾股定理又得 $B^2=A_x^2+A_y^2$.两方程联立,得

$A^2=A_x^2+A_y^2+A_z^2$　即 $A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$

这就是三维情况下的勾股定理.

由已知条件,得

$$A=\sqrt{(7.0\text{m})^2+(4.0\text{m})^2+(5.0\text{m})^2}=9.5\text{m}$$

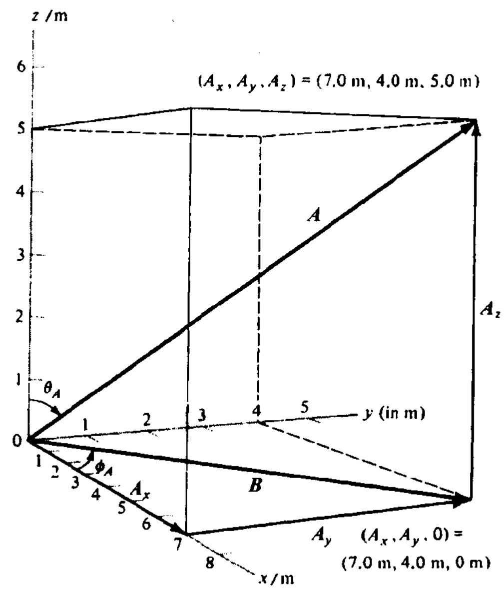

图 1-31

1.57 求图 1-32 中三维矢量 **F** 的三个分量的大小.

解 ☞ 在图 1-32 中,$\boldsymbol{F}_x,\boldsymbol{F}_y,\boldsymbol{F}_z$ 是 **F** 的三个互相垂直的分量,其大小 F_x、F_y、F_z 分别为

$$F_x=F\cos\theta_1,\quad F_y=F\cos\theta_2,$$
$$F_z=F\cos\theta_3$$

为方便起见,记 $\cos\theta_1=l,\cos\theta_2=m,\cos\theta_3=n$,则

$$F_x=Fl,\quad F_y=Fm,\quad F_z=Fn$$

l、m、n 称做 **F** 的方向余弦.由三维的勾股定理(题 1.56)得,$l^2+m^2+n^2=1$

1.58 在图 1-32 中,设 **F** 表示一力,其大小为 200(N).令 $\theta_1=60°,\theta_2=40°$,求 F_x、F_y 和 F_z.

解 ☞ $l=0.5,m=0.766,n=(1-l^2-m^2)^{1/2}=0.404$

(已设 F_z 为正,否则 $n=-0.404$)

F 的直角分量为

$$F_x=(200)(0.5)=100(\text{N}),$$
$$F_y=153.2(\text{N}),$$
$$F_z=80.0(\text{N})$$

复查:$(100_2+153.2^2+80.8^2)^{1/2}\approx200$. 而 $\theta_3=66.17°$

1.59 求 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$ 的矢量和 **R**.三矢量在与图 1-32 相同的三维直角坐标系中,起点均位于原点.

解 ☞ 按分量法