汽车振动学

何渝生　魏克严　洪宗林　孙祥根　编著

人民交通出版社

Qiche Zhendongxue

汽车振动学

何渝生　魏克严
洪宗林　孙祥根　编著

人民交通出版社

内 容 提 要

本书讲述汽车振动理论及其应用。全书共分十三章，主要内容包括：振动基础知识；多自由度系统振动；汽车发动机的振动；汽车传动系统的扭转振动；减振器和减振措施；制动系统和制动时汽车的振动；汽车的操纵稳定性；前轮及前桥的振动；有限元法在振动分析中的应用；汽车结构系统的动力分析；随机过程及相关分析；功率谱密度函数；线性系统在随机激励下的响应等。

本书可供从事汽车设计、制造、研究的技术人员使用，亦可作为高等学校汽车及相近专业的教学参考书。

责任编辑：梁恩忠

汽 车 振 动 学

偶渝生 魏克严 洪宗林 孙祥根 编著

正文设计：孔伟

人民交通出版社出版发行

（北京和平里东街10号）

各 地 新 华 书 店 经 销

人民交通出版社印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：25 字数：624千

1 9 9 0 年5月 第1版

1 9 9 0 年5月 第1版 第1次印刷

印数：0001—2000册 定价：15.10元

前　　言

汽车在当今的社会生产和生活中，是极为重要的运输工具。随着社会需求的不断增长和科学技术发展的推动，汽车的设计日臻精巧，其运输生产率和各项性能都有很大提高。随着汽车的高速化和自身质量的减轻，振动问题日益突出。本书是从振动学的观点研究提高汽车行驶速度和行驶平顺性时所出现的各种振动现象，弄清各种振动现象的机理，分析和研究各种不稳定因素。

“汽车振动学”已成为汽车工程必不可少的基础理论之一。随着计算机技术的发展，汽车振动学的理论已得到进一步的重视和应用。

本书分为十三章：振动基础知识；多自由度系统振动；汽车发动机的振动；汽车传动系统的扭转振动；减振器和减振措施；制动系统和制动时汽车的振动；汽车的操纵稳定性；前轮及前桥的振动；有限元法在振动分析中的应用；汽车结构系统的动力分析；随机过程及相关分析；功率谱密度函数；线性系统在随机激励下的响应。全书既重视基础理论又充实了应用实例。

本书为高等学校汽车专业师生及从事汽车专业的各级技术人员提供了一本较全面、较系统的有关汽车振动理论与应用的参考书。

本书是在重庆大学汽车系何渝生及清华大学汽车系魏克严等同志编写的“汽车振动学讲义”及“随机振动讲义”的基础上编写的。全书由孙祥根统稿、整理，洪宗林审校。清华大学夏群生也参加了部分统稿工作。

目前国内关于“汽车振动学”方面著作还较少，我们是在人民交通出版社等有关单位大力支持下编写本书的。由于作者水平、能力有限，无疑会有许多缺点和不足之处，欢迎广大读者、专家批评指正。

作　　者

目　　录

第一章　振动基础知识

第一节　引　　言

如把汽车作为一个系统来研究，汽车本身就是一个具有质量、弹性和阻尼的振动系统。由于汽车内部各部分的固有频率不同，汽车在行驶中常因路面不平，车速和运动方向的变化，车轮、发动机和传动系统的不平衡，以及齿轮的冲击等各种外部和内部的激振作用而极易产生整车和局部的强烈振动。汽车的这种振动使汽车的动力性得不到充分的发挥，经济性变坏。同时还要影响汽车的通过性、操纵稳定性和平顺性，使乘员产生不舒服和疲乏的感觉，甚至损坏汽车的零部件和运载的货物，缩短汽车的使用寿命。

随着工业和社会的发展，对汽车的使用性能提出越来越高的要求，而解决汽车的振动问题已成为汽车设计、制造和使用部门的一个重要课题。“汽车振动学”作为一门学科，已广泛引起国内外的重视。

汽车振动和一般机械振动问题一样，可以用图1-1所示的框图来说明。图中的“系统”是指所研究的振动对象，就是通常所说的振动系统或机械系统。所研究的振动对象可以是各种各样，例如：汽车、各种机器或机床、工程结构或某些零部件等。从振动理论来分析，“系统”是表示研究对象的振动特性。“输入”或“激励”是表示初始干扰和激振力等外界因素对系统的作用。“输出”或“响应”是表示系统在输入或外激励作用下所产生的动态响应。

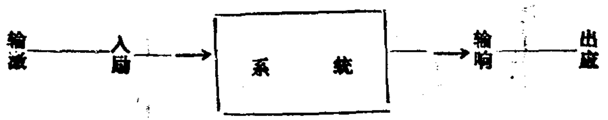


图1-1　框图

根据图1-1，可把振动问题分为以下三类：

振动分析——在输入和系统特性已知的情况下，求系统的响应问题。

振动环境预测——在系统特性与系统响应已知的情况下，反推系统的输入问题。

系统识别——在输入和响应均为已知的情况下，确定系统的特性问题。这个问题的另一提法是：在一定的激励条件下，如何设计系统的特性，使系统的响应满足指定的条件，即所谓的振动综合或振动设计问题。

根据输入、输出和系统的特性等的不同，机械振动还有以下各种不同的分类法。

一、根据系统的输入类型分类

自由振动——系统受初始干扰后，在没有外界激励作用时所产生的振动。

强迫振动——系统在外界激振作用下产生的振动。

自激振动——系统在输入和输出之间具有反馈特性，并有能源补充时产生的振动。

参数振动——通过周期地或随机地改变系统的特性参数而实现的振动。

二、根据系统输出的振动规律分类

简谐振动——振动量是时间的正弦函数或余弦函数。

周期振动——振动量是时间的周期函数。

瞬态振动——振动量是在一定时间内存在的，并为非周期的时间函数。

随机振动——振动量不是时间的确定函数，这种振动只能通过概率统计的方法来研究。

三、根据描述系统的微分方程分类

线性振动——用常系数线性微分方程式描述的系统所产生的振动。

非线性振动——用非线性微分方程式描述的系统所产生的振动。

四、根据系统的自由度分类

单自由度系统的振动——用一个独立坐标就能确定位置的系统的振动。

多自由度系统的振动——用多个独立坐标才能确定位置的系统的振动。

无限多自由度系统的振动——要用无限多个独立坐标才能确定位置的系统的振动，这种振动又称为弹性体的振动。

系统的自由度是指确定系统位置的独立坐标数目。独立坐标又称为广义坐标，是决定系统位置的独立参数。它可以是图1-2a 所示的直线坐标 x，也可以是图 1-2b 所示的角坐标 φ。图1-2c 所示的数学摆，其振动位置可用摆线 oA 与铅垂坐标轴线 ox 间的夹角 θ 来决定；也可用 xoy 平面内的笛卡儿直角坐标 $x(t)$ 和 $y(t)$ 来决定。它们之间有如下关系：

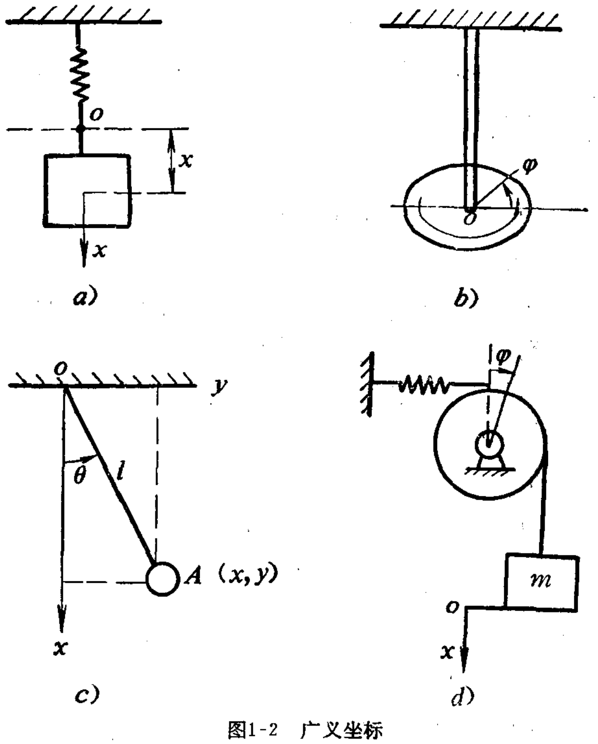


图1-2　广义坐标

$$\left.\begin{aligned}x^2+y^2&=l^2\\x&=l\cos\theta\\y&=l\sin\theta\end{aligned}\right\}\tag{1-1}$$

因 $oA=l$ 是不变的摆长，只要知道 x、y、θ 中的一个，便可由上式确定其他两个参数。因此，这三个参数中只有一个是独立的。因此，图1-2c 的数学摆，可选 $\theta(t)$、$x(t)$、$y(t)$中任意一个为广义坐标来确定摆的位置。它是有一个自由度的系统。

图 1-2d 是由重物和滑轮组成的振动系统。若跨过滑轮的绳子不能伸长，则可选重物的铅垂坐标 $x(t)$，或滑轮的转角 $\varphi(t)$为广义坐标来确定此系统的位置。因此，它是一个自由度的系统。

在多自由度系统中，不但可以选用不同的参数作为广义坐标来确定系统的位置，而且组成同一组广义坐标的参数也可以是不同性质的物理量。例如，研究汽车在铅垂平面内的振动时，可把汽车简化成支持在两根铅垂弹簧上的平板，如图 1-3 所示。在微小振动的假设下，支承点 A、B 的铅垂位移 z_1、z_2，作为两个独立参数，就可以完全确定系统的位置。故系统有两个自由度，广义坐标为 z_1、z_2。此外，系统的位置也可用重心 C 的铅垂位移 z_C 和相对于重心 C 的转角 θ 两个独立参数来确定。这两组不同类型的广义坐标，都可以确定同一系统的位置。它们之间有如下关系：

$$\left.\begin{aligned}z_C&=\frac{l_1z_1+l_2z_2}{l}\\\theta&=\frac{z_2-z_1}{l}\end{aligned}\right\}\tag{1-2a}$$

或

$$\left.\begin{aligned}z_1&=z_C-l_1\theta\\z_2&=z_C+l_2\theta\end{aligned}\right\}\tag{1-2b}$$

根据这些公式，便能由一组广义坐标确定出另一组广义坐标。

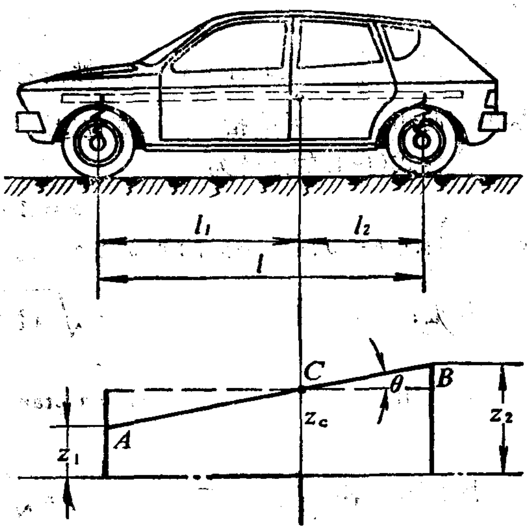


图1-3　二个自由度系统

第二节　单自由度系统的自由振动

工程上的一些简单振动问题，有时可简化成为图 1-4 所示的弹簧—质量系统的运动问题。质量为 m 的重物，放置在刚度为 k 的弹簧上。设重物处于静止时，弹簧的静缩短（伸长）为 λ_s，根据物体 m 的平衡条件，可得平衡方程

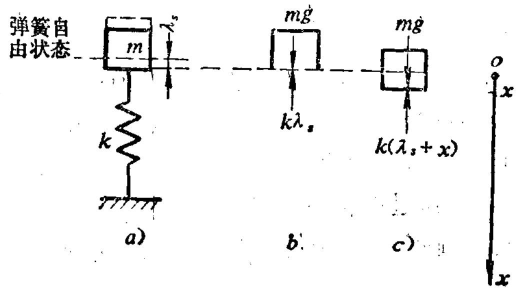
$$mg-k\lambda_s=0\tag{1-3}$$

选取重物静平衡位置的坐标原点，以铅垂向下的运动方向为 x 轴的正向，则物体在振动时，任一瞬时的位置都可由坐标 x 来确定，故是单自由度系统。

根据振动时的受力情况（图1-4c），不难由牛顿定律写出重物的运动微分方程式：

$$m\ddot{x}=mg-k(\lambda_s+x)$$

把式(1-3)代入，得



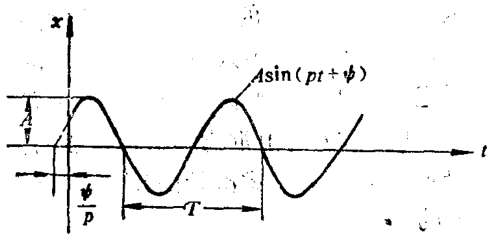


图1-4　单自由度系统　　　　图1-5　位移-时间曲线

$$m\ddot{x} = -kx$$

或

$$\ddot{x} + p^2x = 0 \tag{1-4}$$

式中，$p^2 = \dfrac{k}{m}$。我们称 $-kx$ 为弹性恢复力，它的大小和位移 x 的大小成正比，方向与位移的方向相反，即始终指向静平衡位置。

方程式(1-4)的通解为

$$x = A\sin(pt + \psi) \tag{1-5}$$

设在初瞬时 $t=0$ 时，物体的初位移 $x = x_0$，初速度 $\dot{x} = \dot{x}_0$。于是可求得（图1-5）

$$\left.\begin{aligned} &\text{振幅：} & A &= \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{p}\right)^2} \\ &\text{初位相：} & \psi &= \arctan\frac{px_0}{\dot{x}_0} \end{aligned}\right\} \tag{1-6}$$

$$\text{固有圆频率：}\quad p = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \mathrm{s}^{-1} \tag{1-7}$$

$$\text{固有频率：}\quad f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \mathrm{Hz} \tag{1-8}$$

$$\text{周期：}\quad T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \mathrm{s} \tag{1-9}$$

物体作自由振动时，其位置随时间按正弦规律变化，又称为简谐振动。简谐振动的振幅与初位相与振动的初始条件有关，振动的周期或频率与初始条件无关，而与系统的固有特征有关，故称为固有周期、固有频率。

研究振动问题时，也可用旋转矢量来表示简谐振动，如图 1-6 所示。旋转矢量的模等于振幅 A，反时针旋转的等角速度就是固有圆频率 p，当 $t=0$ 时旋转矢量的位置由初位相 ψ 来确定。由图 1-6 知

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= A\cos(pt+\psi) \\ y(t) &= A\sin(pt+\psi) \end{aligned}\right\} \tag{1-10}$$

简谐振动也可用复数表示。把坐标平面 xoy 视为复平面；x 轴当成实轴(Re)，y 轴当成

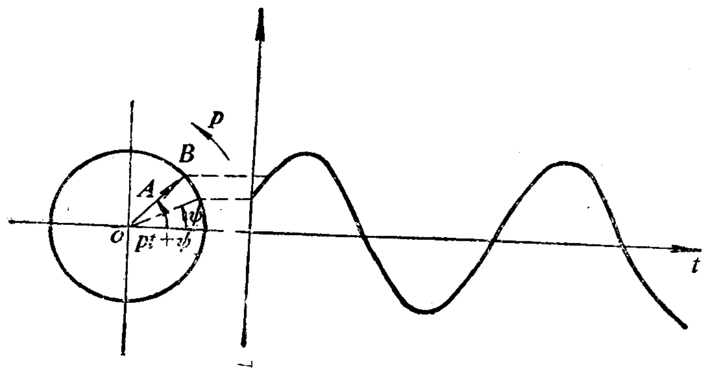


图1-6 简谐振动的矢量表示

虚轴(Im)，则此复平面上的复数（图1-7）

$$z = A\cos(pt+\psi) + iA\sin(pt+\psi) = Ae^{i(pt+\psi)}$$

复数 z 代表模为 A，等角速度 p 旋转的旋转矢量 OB。复数的实部与虚部都表示简谐振动。本书中，不作特别说明时，任一复数表示式

$$z = Ae^{i(pt+\psi)} \tag{1-11}$$

均用虚部来表示简谐振动规律。

例1-2-1 扭摆的自由振动

扭摆是由一根弹性杆和一个刚性圆盘组成的振动系统（图 1-8）。弹性杆的一端固定在不动的支座上，另一端紧固着惯量为 J 的刚性圆盘。如将圆盘转动一微小角度后突然释放，圆盘就会绕轴线作自由扭转振动，试求振动的固有圆频率。

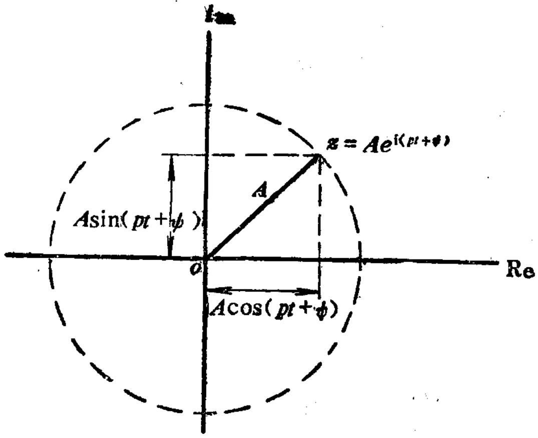


图1-7 简谐运动的复数表示

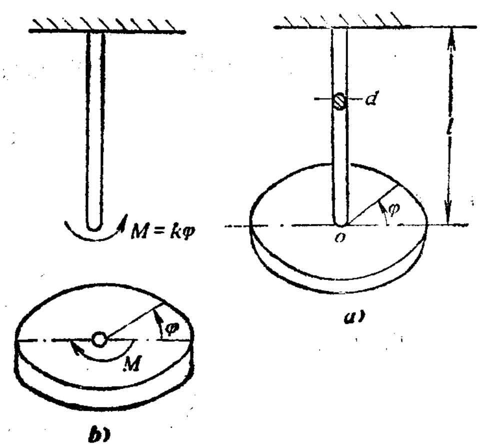


图1-8 扭摆

解 圆盘振动时的位置，可用动半径与定半径的夹角 φ 来决定。作用在圆盘上的弹性力矩为：

$$M = -k\varphi$$

式中，$k = \dfrac{GJ}{l} = \dfrac{\pi d^4 G}{32 l}$。 (1-12)

称为弹性轴的扭转刚度。G 为材料的剪切弹性模量，J是弹性杆横截面的极惯性矩。

根据图1-8b的受力情况，可列出扭摆的运动微分方程式

$$J\ddot{\varphi}=-k\varphi$$

或
$$\ddot{\varphi}+p^2\varphi=0 \tag{1-13}$$

其中，
$$p=\sqrt{\frac{k}{J}} \tag{1-14}$$

式(1-13)与式(1-4)相似，由此可知扭摆的自由扭转振动是简谐振动，它的运动规律为

$$\varphi=A\sin pt$$

固有圆频率为 $p=\sqrt{\dfrac{k}{J}}$

例1-2-2 复摆 在重力作用下能绕某一轴作微摆动的刚体称为复摆。设图1-9所示复摆的重力为mg，对悬点的转动惯量为J_O，重心C到悬点的距离为a，试求其振动的规律和周期。

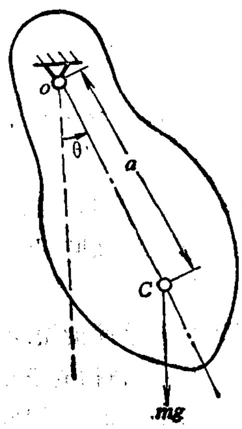


图1-9 复摆

解 用θ表示摆在任意瞬时偏离垂直平衡位置的角位移。此时重力的切向分力$mg\sin\theta$将产生一恢复力矩$mga\sin\theta$，使复摆产生振动，根据转动方程可得复摆的运动微分方程式

$$J_O\ddot{\theta}=mga\sin\theta$$

在微小摆动的条件下，$\sin\theta\approx\theta$，上式可简化为

$$J_O\ddot{\theta}-mga\theta=0$$

或
$$\ddot{\theta}-\frac{mga}{J_O}\theta=0$$

这是一个与自由简谐振动有同一形式的微分方程，它的通解是

$$\theta=A\sin\left(\frac{mga}{J_O}t+\alpha\right)$$

固有圆频率为

$$p=\sqrt{\frac{mga}{J_O}} \tag{1-15}$$

频率和周期分别为

$$f=\frac{p}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mga}{J_O}}$$

$$T=\frac{1}{f}=2\pi\sqrt{\frac{J_O}{mga}} \tag{1-16}$$

根据式(1-16)，用实验法测出周期T后，便可算出刚体的转动惯量

$$J_O=\frac{T^2}{4\pi}mga \tag{1-17}$$

再根据转动惯量的平行移轴定理，可计算出刚体绕重心的转动惯量

$$J_C=J_O-ma^2 \tag{1-18}$$

上述复摆原理常用来测定形状比较复杂的构件的转动惯量，如发动机连杆的转动惯量（图1-10）。

用复摆法测量汽车绕其重心轴 C 的转动惯量 J_C 和汽车重心离地面高度 h 的装置，如图1-11所示。此试验台本身就是一个悬挂在 O 点，高度 H 可以变化的复摆。试验台重心 C' 的高度 a 和绕重心的转动惯量 I_s 都是已知的，若试验台和汽车的重力分别为 $m_s g$ 和 $m_C g$，则可以用两次摆动法测出重心的位置 h 和转动惯量 J_C。

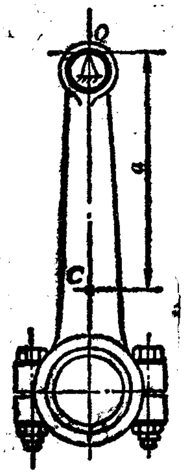


图1-10　发动机连杆

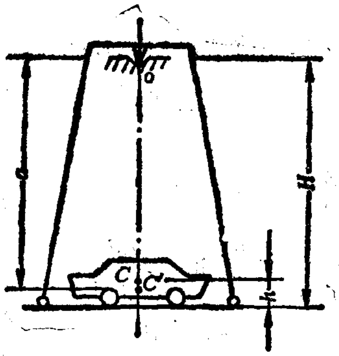


图1-11　用复摆法测量转动惯量

先把试验台调整到高度 H_1，将汽车放在台面上和试验台一起绕 O 轴作微摆动，测出摆动周期。然后调节试验台高度至 H_2，再次放上汽车作微摆动，测出摆动周期 T_2，最后根据式(1-17)，由两次摆动的周期可列出计算 J_C 和 h 的联立方程

$$\left.\begin{aligned} J_{s1}+J_C+m_C(H_1-h)^2=\frac{T_1^2}{4\pi}[m_s g a_1+m_C g(H_1-h)] \\ J_{s2}+J_C+m_C(H_2-h)^2=\frac{T_2^2}{4\pi}[m_C g a_2+m_C g(H_1-h)] \end{aligned}\right\} \tag{1-19}$$

由此可解出汽车重心 C 离地面的高度 h 和汽车绕过其重心轴的转动惯量 J_C。

从以上的例题可以看出：求解自由振动问题的关键在于建立微分方程式(1-4)，或系统所受的恢复力。但若象前面的例题那样用牛顿定律或达朗培尔原理建立运动微分方程式有时比较复杂，特别是由几个物体组成的系统振动问题。在这种情况下应用能量法比较容易得到所要求的结果。

在阻尼可以略去不计的条件下，系统在自由振动时动能 T 和势能 U 之和保持常数，即

$$T+U=\text{常数}$$

$$\frac{d}{dt}(T+U)=0 \tag{1-20}$$

式中，T 为系统中运动质量所具有的动能，U 为系统由于弹性变形而储存的势能或由于重力产生的重力势能。

以具体振动系统的能量表示代入式(1-20)，简化后即可得出描述系统自由振动的微分方程式。

如果，在系统动能有极大值 T_{max} 时取势能为零，则在动能为零时势能也必有其极大值 U_{max}。由式(1-20)求得：

$$T_{max}=U_{max} \tag{1-21}$$

只要系统作自由简谐振动，由此方程可以直接求出系统振动的固有圆频率，而不需要列出微分方程。对于复杂的系统，能量法常是一种计算固有频率的简便方法。

例1-2-3 半径为 r，重力为 mg 的圆柱体在半径为 R 的圆柱面内滚动而不滑动，如图1-12所示。试求圆柱体绕其平衡位置作微小振动的固有频率。

解 圆柱体的位置可用其重心 C 绕固定中心 O 的转角来决定，圆柱体中心 C 的速度为

$$v_C=(R-r)\dot{\theta}$$

由于滚动而不滑动，用瞬心法可求出圆柱体绕 C 点转动的角速度

$$\omega=\frac{v_C}{r}=\frac{(R-r)}{r}\dot{\theta}$$

圆柱体作平面运动的动能为

$$\begin{aligned}T&=\frac{1}{2}mv_C^2+\frac{1}{2}J_C\omega^2\\&=\frac{1}{2}m[(R-r)\dot{\theta}]^2+\frac{1}{2}m\frac{r^2}{2}\left(\frac{R-r}{r}\dot{\theta}\right)^2\\&=\frac{3}{4}m(R-r)^2\dot{\theta}^2\end{aligned}$$

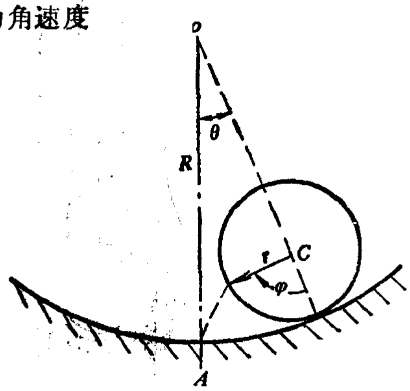


图1-12 圆柱体在圆柱面内滚动

圆柱体相对于最低点 A 的重力势能等于重力乘上重心上升的高度，即

$$U=mg(R-r)(1-\cos\theta)$$

由式(1-20)得

$$\frac{d}{dt}(T+U)=\frac{d}{dt}\left[\frac{3}{4}m(R-r)^2\dot{\theta}^2+mg(R-r)(1-\cos\theta)\right]=0$$

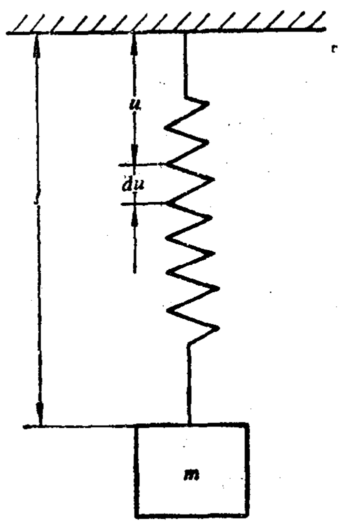


图1-13 螺圈弹簧

或

$$\frac{3}{2}m(R-r)^2\ddot{\theta}+mg(R-r)\sin\theta=0$$

在微小摆动的假设下，可令 $\sin\theta\approx\theta$，则上式可简化为

$$\ddot{\theta}+\frac{2g}{3(R-r)}\theta=0$$

与式(1-4)比较知圆柱作自由简谐振动，其固有圆频率为

$$p=\sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}}$$

例1-2-4 螺圈弹簧的等效质量

在图1-13中，设弹簧在静平衡位置的长度为 l，单位长度的质量为 ρ，悬挂的重物质量是 m，求重物振动时的固有圆频率。

解 设弹簧在振动过程中变形是均匀的，坐标原点取在静平衡位置上，即当弹簧下端重

物离开静平衡位置的距离为 x 时，离弹簧上端距离为 u 的截面位移为 $x_u=\frac{u}{l}x$。弹簧微段 du 的动能为 $\frac{1}{2}(du\cdot\rho)\left(\frac{u}{l}\dot{x}\right)^2$，积分后可求得弹簧的总动能为

$$T_s=\int_0^l\frac{1}{2}(du\cdot\rho)\left(\frac{u}{l}\dot{x}\right)^2=\frac{1}{2}\frac{\rho}{l^2}\dot{x}^2\int_0^l u^2du$$

$$=\frac{\rho}{2l^2}\dot{x}^2\frac{l^2}{3}=\frac{1}{2}\left(\frac{m_s}{3}\right)\dot{x}^2$$

式中　$m_s=\rho l$ 是弹簧的总质量。

系统的总动能

$$T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}\left(\frac{m_s}{3}\right)\dot{x}^2=\frac{1}{2}\left(m+\frac{m_s}{3}\right)\dot{x}^2$$

系统的变形势能不会因考虑弹簧质量而有所变化，仍为

$$U=\frac{1}{2}kx^2$$

代入式(1-20)得

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\left(m+\frac{m_s}{3}\right)\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2\right]=0$$

或

$$\left(m+\frac{m_s}{3}\right)\ddot{x}+kx=0 \tag{1-22}$$

与式(1-4)比较可以看出，在考虑弹簧质量时，系统仍作自由简谐振动。固有圆频率为

$$p=\sqrt{\frac{k}{m+\frac{m_s}{3}}} \tag{1-23}$$

比不考虑弹簧质量时低。由式(1-22)可以看出，当弹簧的质量不可忽略时，只要把弹簧质量的三分之一加到重物上去，所得系统就与一个不考虑质量的弹簧—质量系统相当，其中 $\frac{m_s}{3}$ 称为弹簧的等效质量，$m+\frac{m_s}{3}$ 称为系统的相当质量。

在工程上为便于研究，常把一些较为复杂的振动系统简化为单自由度弹簧—质量系统。由式(1-20)知，只要两系统的动能和势能分别相等，两系统就有相同的振动特性。经简化后得到的质量和刚度，分别称为原系统的等效质量和等效刚度。在例 1-2-4 中，考虑弹簧本身的质量时，是一个无限多自由度的分布质量系统，但把弹簧质量的 1/3 加上去作为集中质量处理，仍可保持系统动能相等，且不改变系统的振动特性。

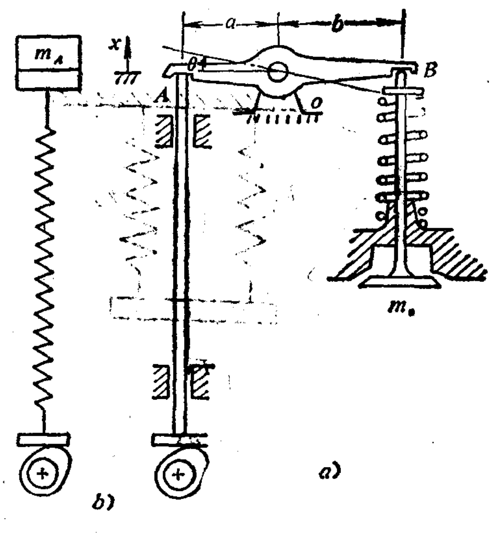


图1-14　发动机配气机构

例1-2-5 图 1-14a 所示发动机配气机构中，摇臂 AB 的转动惯量为 J，气门的质量为 m_v，弹簧的质量为 m_s，不计挺杆的质量和变形，试求简化成图 1-14b 所示等效系统在 A 点的等效质量。

解 设摇臂的转角为 θ，则 A 点处等效质量的速度为 $\dot{x}=a\dot{\theta}$，系统的动能为

$$T=\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}m_v(b\dot{\theta})^2+\frac{1}{2}\left(\frac{m_s}{3}\right)(b\dot{\theta})^2$$

$$=\frac{1}{2}\left(J+m_vb^2+\frac{1}{3}m_sb^2\right)\dot{\theta}^2$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{J+m_vb^2+\frac{1}{3}m_sb^2}{a^2}\right)\dot{x}^2$$

于是求得简化在 A 点处的等效质量

$$m_A=\frac{J+m_vb^2+\frac{1}{3}m_sb^2}{a^2}$$

在实际振动系统中常常不是单独使用一个弹性元件，因此在简化成一个质量—弹簧系统时，就需要把组合弹簧系统折算成一个等效弹簧。这等效弹簧的刚度应和组合弹簧系统的刚度相等，称为等效刚度。

并联弹簧的等效刚度（图1-15a）

$$k=k_1+k_2$$

串联弹簧的等效刚度（图1-15b）

$$\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$$

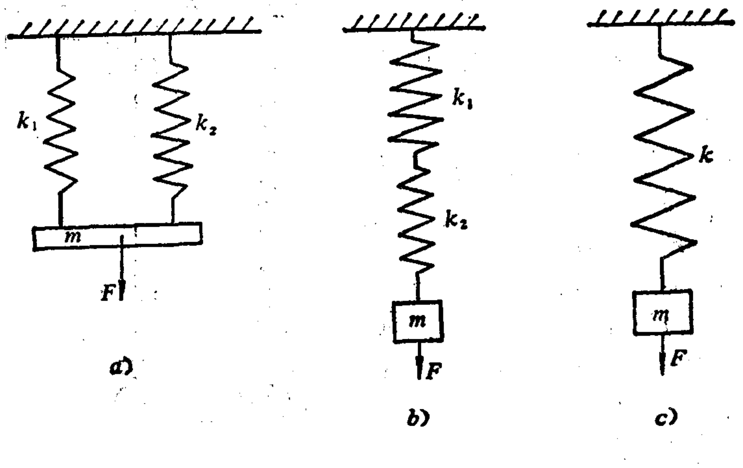


图1-15 并联、串联弹簧