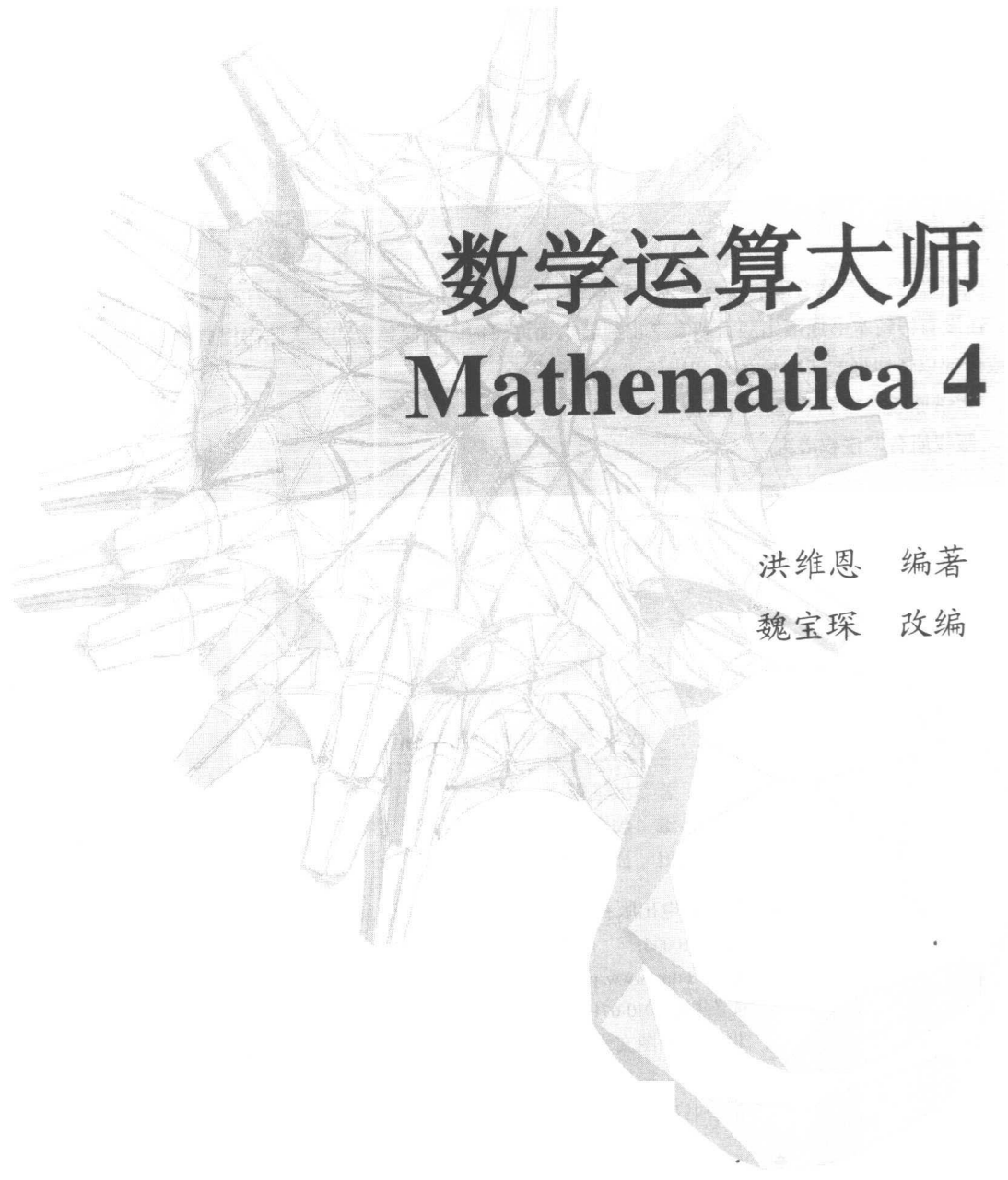


数学运算大师 Mathematica 4

$$\text{expr} := \sin\left\{\frac{4x^2}{x(x+2)}\right\}$$

洪维恩 编著
魏宝琛 改编



数学运算大师 Mathematica 4

洪维恩 编著

魏宝琛 改编

人民邮电出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学运算大师 Mathematica 4 / 洪维恩编著. —北京: 人民邮电出版社, 2002.2

ISBN 7-115-09997-9

I. 数... II. 洪... III. 数学—应用软件, Mathematica 4 IV. 0245

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 096551 号

版 权 声 明

本书为台湾**碁峰**资讯股份有限公司独家授权的中文简化字版本。本书专有出版权属人民邮电出版社所有。在没有得到本书原版出版者和本书出版者书面许可时, 任何单位和个人不得擅自摘抄、复制本书的一部分或全部以任何形式 (包括资料和出版物) 进行传播。

本书原版版权属**碁峰**资讯股份有限公司。

版权所有, 侵权必究。

数学运算大师 Mathematica 4

◆ 编 著 洪维恩
改 编 魏宝琛
责任编辑 俞 彬

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编 100061 电子函件 315@pptph.com.cn
网址 <http://www.pptph.com.cn>
读者热线 010-67180876
北京汉魂图文设计有限公司制作
北京顺义振华印刷厂印刷
新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本: 787×1092 1/16
印张: 37.25
字数: 909 千字 2002 年 2 月第 1 版
印数: 1-4 000 册 2002 年 2 月北京第 1 次印刷

著作权合同登记 图字: 01-2001-2771 号

ISBN 7-115-09997-9/TP • 2708

定价: 50.00 元

本书如有印装质量问题, 请与本社联系 电话: (010) 67129223

内 容 提 要

本书系统介绍了被誉为数学运算大师的 Mathematica 4 的使用方法。

全书共有 14 章，第一章和第二章初步介绍了 Mathematica 4 的基本功能、操作界面及基本运算，目的在于引导读者快速熟悉 Mathematica 4 操作环境，为以后的学习打好基础；第三章至第十二章系统介绍了 Mathematica 4 的数学处理功能，囊括了从初等数学到高等数学的所有内容，包括：基本代数运算、方程式的运算、函数的运算、函数的绘图、集合的运算、Mathematica 4 在线性代数中的应用、在微积分中的应用以及在统计学中的应用等等。第十三章和第十四章则着重介绍了撰写 Mathematica 4 程序的命令以及怎样实现与其它软件共享 Mathematica 4 绘制的精彩图形。本书注重实践教学，所以在介绍完每个命令之后，列举了大量的范例，便于读者及时掌握、巩固命令的使用方法。另外，在每章最后为读者准备了“自我测评”习题，目的在于让读者能够及时了解自己对所学内容的掌握程度。

本书内容简明扼要、通俗易懂、实例丰富，是初学者学习 Mathematica 4 的教材和参考资料，同时也是一本极佳的自学手册。

前 言

随着电脑的普及，数学软件也相继发展，选择一个合适的数学软件，以辅助庞大的数学运算也日益重要。被美国 Macworld 杂志誉为“不只是一套软件，更是一次划时代的革命”的 Mathematica，将改变您对数学的学习感受，对于日后数学与科学的发展也将有深远的影响。

对 Mathematica 而言，数值计算仅是雕虫小技，它的精华在于符号式的运算处理与绘图。除了一般的计算之外，Mathematica 还能做微分、积分、解微分方程式、向量与矩阵的运算以及方程式求解、运算式的化简和展开、因式分解、数值分析等等，从前被人们认为极困难的数学问题都能在 Mathematica 的辅助之下轻易解决。

世界各大学、研究所早已有计划地全面推广 Mathematica 教学。Mathematica 的独领风骚，确实让其它竞争者如 Matlab、Macsyma、Axiom 及 Derive 相形失色。

本书是基于 Mathematica 4.1 版写成的。如果您使用的是 4.0 以前的版本，可能会有些输出和书本上的结果稍有不同，但仍适合使用本书作为辅导参考书。虽然本书第 1 章介绍的多为 Windows 版的界面，但所有版本的命令都相同。从第 2 章开始，不论您的 Mathematica 是 DOS 版、苹果机版还是工作站版，本书皆适用。

如果对 Mathematica 已有基本的了解，那么您可以挑选需要的章节来阅读；如果是刚入门，建议您一章一章地阅读，跟随本书的步骤将例题看懂之后，试着键入命令与自变量，核对 Mathematica 的输出和本书是否则相同。若相同，则试试使用其它的自变量，看看会有什么新的发现；若不相同，假如不是版本的问题，那么可能是输入错误，请仔细对照书上的内容，再输入正确的。部分章节之后会有一些实例与应用，它们有的是一些常见数学问题，有的是对 Mathematica 命令的补充。每章结束前都附有习题，在阅读每章后不妨做个自我评价，看看自己真正懂了多少。

我们很严谨地编写此书，也愿把既得的经验与您分享。若您对本书的内容与编排有任何的批评与指教，或是对于 Mathematica 的使用有任何问题，欢迎您通过 E-mail 与我联系。

如果需要更多的信息，建议读者不妨到 Mathematica 的网站 <http://www.wri.com> 看看，那里提供了相当丰富的资料，读者不妨多加利用。值得一提的是，如果想用 Mathematica 的程序语言撰写一个属于专业领域里的程序，别从草稿开始！您可以从 Mathematica 的网站连到 Math Source，这里包罗万象，包含超过 2000 个 Mathematica 的应用程序及相关的文件解释，那里也许就有您需要的程序，而且可以直接从网上下载，它们都是免费的！

本书的完成首先要感谢家人的支持与鼓励。我也要谢谢台湾科技大学机械系黄世钦、邓昭瑞和吕森林等教授，给予我符号运算的启蒙。在此我还要特别感谢美国纽约州立大学水牛城分校的刘庆玺教授，谢谢他带领我进入美丽的数学殿堂。

最后，本书虽经多次校对，但恐疏漏之处仍在所难免，希望广大读者不吝指正。

洪维恩

wienhong@msl.ydu.edu.tw

目 录

第 1 章 Mathematica 快速入门	1
1.1 Mathematica 简介	2
1.2 运行 Mathematica	2
1.3 Mathematica 基本操作	3
1.3.1 基本运算	3
1.3.2 Mathematica 的常用语法	4
1.3.3 工具栏的使用	5
1.3.4 Help Browser 的使用	7
1.4 数学表达式的输入	8
1.4.1 数学表达式二维格式的输入	9
1.4.2 矩阵的二维格式输入方法	10
1.4.3 特殊字符的输入	11
1.5 单元的样式	12
1.5.1 指定单元的样式	12
1.5.2 修改单元的样式	12
1.5.3 单元的打开与关闭	13
1.6 制作动画	14
1.7 中断计算	14
1.8 函数库的应用	15
第 2 章 基本运算	17
2.1 Mathematica 简介	18
2.1.1 数值运算	20
2.1.2 符号运算	22
2.2 基本数学运算	23
2.2.1 整数运算	23
2.2.2 分数与浮点数	26
2.2.3 内部常数	28
2.2.4 浮点数转换成分数	30
2.3 常用的内部数学函数	31
2.3.1 常用数学函数（一）	31
2.3.2 常用数学函数（二）	35
2.4 复数的运算	37

2.5	关系运算和逻辑运算	40
2.5.1	关系运算	40
2.5.2	逻辑运算	41
2.6	变量的定义与运算结果的读取	42
2.6.1	变量的定义	42
2.6.2	运算结果的读取——%运算符	45
2.7	Mathematica 的括号	46
2.8	Mathematica 输出的控制	49
2.8.1	只计算而不输出结果	49
2.8.2	控制输出长度	50
2.9	与 Mathematica 界面的互动	52
2.9.1	为程序代码加上批注	52
2.9.2	重新激活 Mathematica 的计算核心程序	52
2.9.3	存放变量的目录	53
2.9.4	查询命令的使用方法	55
2.10	语法回顾	56
第 3 章	基本代数运算	62
3.1	基本代数运算	63
3.1.1	代数的数值运算和符号运算	63
3.1.2	代数式的展开与因式分解	64
3.2	代数式的化简	67
3.2.1	代数式的基本化简	67
3.2.2	高级化简命令	70
3.3	多项式运算	72
3.3.1	多项式的组合	72
3.3.2	多项式的运算函数	75
3.4	分式的运算	77
3.4.1	分式的运算	77
3.4.2	分式的其它运算	78
3.5	获取代数表达式的结构信息	80
3.5.1	获取多项式项数、系数与最高次方	80
3.5.2	获取指定项	83
3.6	表达式的转换	84
3.6.1	三角函数的基本转换	84
3.6.2	复数的展开与乘方的展开	86
3.7	置换运算	88
3.7.1	置换与重复置换运算	89
3.7.2	置换运算符的全名表示法	93

第 4 章	方程式的解	97
4.1	认识方程式	98
4.1.1	方程式的组成	98
4.1.2	修改方程式的输入错误	99
4.2	方程式的解	100
4.2.1	简单的 Solve 命令	100
4.2.2	高次多项式的解	102
4.2.3	特殊函数的求解	105
4.2.4	修改方程式	107
4.3	方程组的解	107
4.4	验证方程的解	110
4.5	非线性方程式的数值解	112
4.5.1	牛顿法与割线法求解	113
4.5.2	多项式根的数值解	117
4.6	不等式的解	119
4.7	迭代方程式的解	121
第 5 章	函数的运算	127
5.1	函数的定义	128
5.1.1	立即定义函数	128
5.1.2	延迟定义函数	131
5.1.3	定义递归函数	133
5.2	函数的自变量	136
5.2.1	函数自变量的个数	136
5.2.2	自变量的默认值	138
5.2.3	样本的其它应用: 置换式的样本	141
5.2.4	立即置换与延迟置换	142
5.3	变量视野与 Module 命令	143
5.4	条件运算符与 If 命令	146
5.4.1	条件运算符	146
5.4.2	条件命令: If	150
5.5	修改 Mathematica 的内部函数	151
5.6	拟合与内插函数	154
5.6.1	曲线拟合	154
5.6.2	多项式插值法	158
5.6.3	内插法与近似函数	159
第 6 章	基本绘图命令	165
6.1	二维函数图形	166
6.1.1	基本的二维绘图命令	166
6.1.2	Plot 绘图命令的参数	168

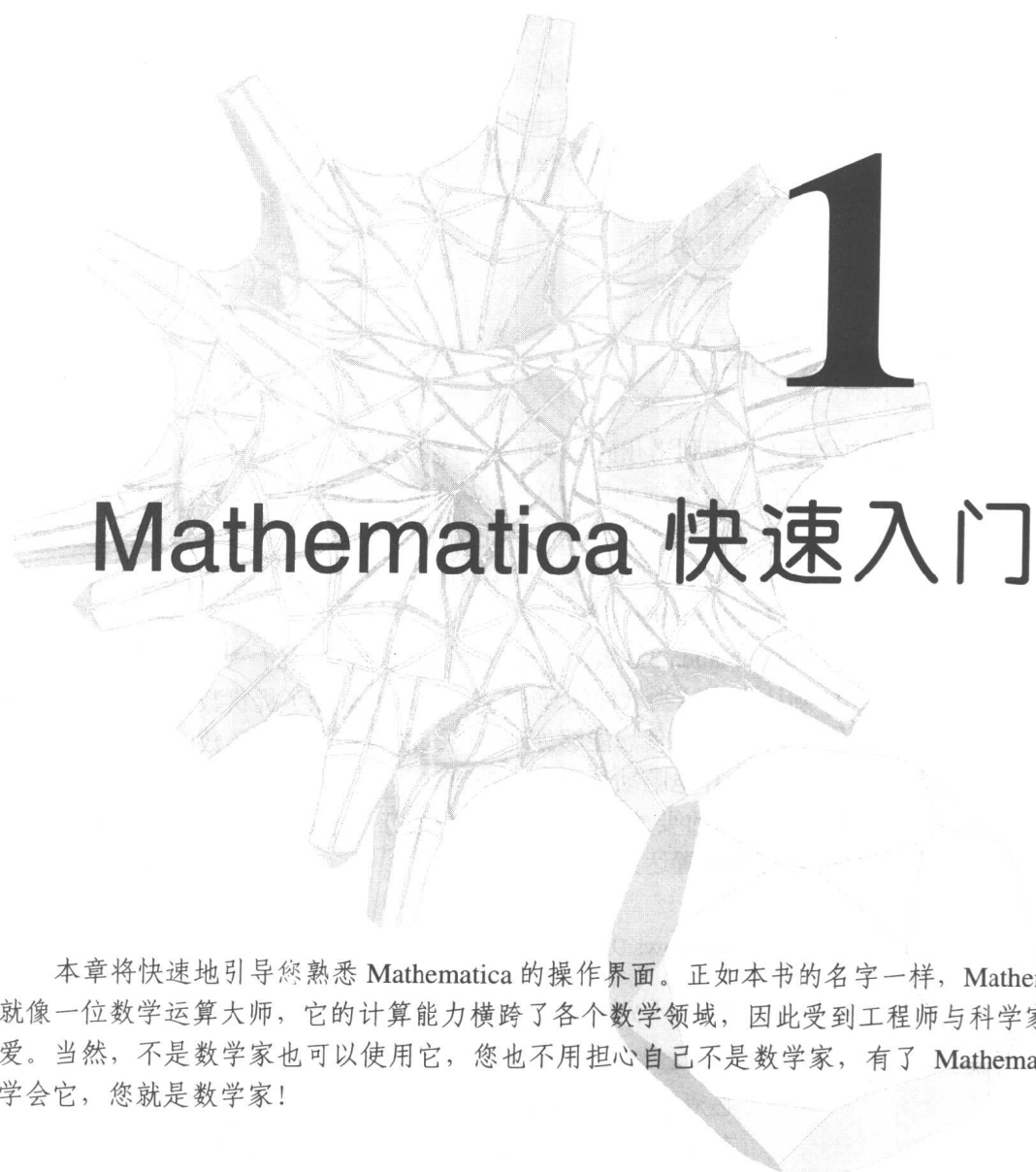
6.1.3	格式化图形里的文字	174
6.1.4	集合的绘图	175
6.1.5	定义绘图的颜色与线条的粗细	177
6.1.6	图形的合并与排列	179
6.2	其它的二维绘图	183
6.2.1	二维参数图	183
6.2.2	等高线图	188
6.2.3	密度图	192
6.3	三维函数图	193
6.3.1	基本三维绘图命令—Plot3D	193
6.3.2	Plot3D 命令选项	195
6.3.3	指定上色方式	198
6.4	三维参数绘图	199
6.5	图形格式的转换	202
6.6	图形对象	205
6.6.1	认识图形结构	205
6.6.2	二维基本像素	208
6.6.3	像素控制命令	212
6.6.4	三维基本像素	221
第 7 章	绘图函数库	229
7.1	Graphics`Graphics`函数库	230
7.1.1	对数绘图	230
7.1.2	极坐标绘图	233
7.2	Graphics`ImplicitPlot`函数库	237
7.3	Graphics`PlotField`函数库	240
7.4	Graphics`ContourPlot3D`函数库	242
7.5	Graphics`Graphics3D`函数库	245
7.6	Graphics`PlotField3D`函数库	249
第 8 章	数组运算与高级命令	253
8.1	数组—对象的集合	254
8.1.1	数组生成函数的复习	255
8.1.2	一维与二维数组	257
8.1.3	数组或函数元素的提取	261
8.2	常用的数组处理函数	263
8.2.1	数组元素的提取	263
8.2.2	数组的合成、并集与交集	265
8.2.3	修改、插入和删除数组的元素	266
8.2.4	数组的重新排序	268
8.2.5	数组的分割与拆平	269

8.3	Mathematica 高级语法	271
8.3.1	特殊的输入语法	271
8.3.2	标头与完整格式	273
8.3.3	树状结构	276
8.3.4	阶层	279
8.4	高级数组处理函数	281
8.4.1	Apply 命令	281
8.4.2	函数的映像	285
8.4.3	MapThread 命令	288
8.5	纯函数	289
8.5.1	单变量纯函数	289
8.5.2	多变量纯函数	293
第 9 章	Mathematica 在线性代数中的应用	296
9.1	一维与多维数组	297
9.1.1	一维数组与向量	297
9.1.2	二维矩阵	299
9.2	向量运算	301
9.2.1	向量的基本运算	301
9.2.2	向量的大小与夹角	302
9.3	矩阵的基本运算	303
9.3.1	基本矩阵运算	304
9.3.2	矩阵元素的操作命令	308
9.3.3	矩阵基本列运算	310
9.3.4	行列式	316
9.3.5	求特征值与特征向量	318
9.3.6	矩阵的秩与空间	321
9.3.7	移去接近零的实数	323
9.4	线性方程组	324
9.5	线性规划	325
第 10 章	Mathematica 在微积分中的应用	332
10.1	简单的平面与立体几何	333
10.2	函数的极限与连续	334
10.2.1	极限	334
10.2.2	极限的数值解	336
10.2.3	切线与斜率	338
10.3	微分	339
10.3.1	微分命令	339
10.3.2	全微分函数	342
10.3.3	隐微分	343

10.3.4	数值微分	346
10.3.5	最大值/最小值的数值解	348
10.4	积分	351
10.4.1	不定积分	351
10.4.2	定积分	353
10.4.3	椭圆积分	356
10.4.4	数值积分	358
10.5	近似积分	361
10.5.1	矩形逼近	361
10.5.2	梯形法与辛普森法	365
10.6	数列与相关的运算	367
10.6.1	数列与级数	367
10.6.2	级数的审敛法	371
10.6.3	幂级数与收敛半径	373
10.7	级数与泰勒展开式	375
10.7.1	泰勒展开式	376
10.7.2	级数的运算	378
10.7.3	级数高次项的取舍	380
10.7.4	级数方程式系数的解	381
10.8	多变量函数的极限与微分	382
10.8.1	多变量函数的极限	382
10.8.2	偏微分	383
10.8.3	偏微分的应用—拉格朗日乘数	387
10.8.4	多变量函数的泰勒展开式	392
10.9	重积分	393
第 11 章	Mathematica 在微分方程中的应用	399
11.1	微分方程式简介	400
11.1.1	微分方程式的分类	400
11.1.2	微分方程式的解	401
11.1.3	初值问题与边界值问题	407
11.2	一阶常微分方程式	410
11.2.1	可分离微分方程式	410
11.2.2	齐次方程式	412
11.2.3	正合微分方程式	413
11.2.4	积分因子	415
11.2.5	柏努力方程式	420
11.2.6	一阶线性微分方程式	423
11.2.7	黎卡提方程式	425
11.2.8	皮卡德迭代法	427

11.3	一阶微分方程式在几何中的应用	432
11.3.1	正交曲线	432
11.3.2	方向场	435
11.4	二阶线性微分方程	438
11.4.1	二阶线性齐次常系数微分方程式	439
11.4.2	二阶线性非齐次微分方程式	440
11.4.3	尤拉方程式	443
11.4.4	贝索与李詹德微分方程式	444
11.5	高阶微分方程式	448
11.6	微分方程的数值解	451
11.7	微分方程的级数解	455
11.7.1	幂级数解	455
11.7.2	级数解与初值问题	457
11.8	弗洛毕尼亚法斯法	464
11.8.1	情况 1: 两个根不相等, 且它们的差不为整数	466
11.8.2	情况 2: 指针方程式的两个根相等	469
11.8.3	情况 3: 两根不相等, 且它们的差为整数	473
11.9	联立微分方程式的解	479
11.10	拉普拉氏转换	483
11.10.1	DiracDelta 与 UnitStep 函数	484
11.10.2	拉普拉氏与反拉普拉氏转换	486
11.10.3	拉普拉氏转换与初值问题	488
11.11	傅立叶级数与傅立叶转换	489
11.11.1	傅立叶级数的计算	489
11.11.2	傅立叶转换	492
11.11.3	傅立叶正弦与余弦转换	493
11.12	向量分析	494
11.12.1	坐标系统	494
11.12.2	坐标转换	496
11.12.3	坐标系统的点积、叉积与纯量三重积	498
11.12.4	梯度、散度、旋度等函数的运算	500
第 12 章	Mathematica 在统计学中的应用	504
12.1	数据运算函数	505
12.2	描述统计	509
12.3	共变量与线性相关系数	516
12.4	统计图表绘制	518
12.4.1	长条图	518
12.4.2	直方图	522
12.4.3	饼图	525

12.4.4	资料点与误差绘图	527
12.5	概率分布	529
12.5.1	间断性分布	529
12.5.2	连续性分布	533
12.6	区间估计	538
第 13 章	循环命令	543
13.1	迭代函数	544
13.2	传统的 Do、While 与 For 命令	553
13.3	迭代的应用	554
13.3.1	有趣的碎形-混沌游戏	555
13.3.2	简单的迭代公式	557
第 14 章	输入与输出	562
14.1	输入与输出	563
14.1.1	基本的输入与输出	563
14.1.2	对文件进行加密	566
14.1.3	用数组格式加载数据	567
14.2	美化表达式的输入与输出	569
14.2.1	暂缓计算	569
14.2.2	自定义表达式的输入与输出格式	571
14.3	美化初步	575
14.3.1	极限的运算	575
14.3.2	微分的运算	577
14.4	自定义函数库	579



Mathematica 快速入门

本章将快速地引导您熟悉 Mathematica 的操作界面。正如本书的名字一样，Mathematica 就像一位数学运算大师，它的计算能力横跨了各个数学领域，因此受到工程师与科学家的喜爱。当然，不是数学家也可以使用它，您也不用担心自己不是数学家，有了 Mathematica，学会它，您就是数学家！



Mathematica 的操作界面是用户与其计算核心 (kernel) 程序沟通的桥梁。

Mathematica 的任何运算都是通过操作界面来激活计算核心程序, 计算完毕后再把结果显示在工作窗口中。本章将简单地介绍 Mathematica 的基本概念、界面环境、操作方法以及与界面的互动等等。学完本章, 您将能够轻松使用 Mathematica 进行数学运算, 届时您的数学运算能力将会达到数学家的水平。

1.1 Mathematica 简介

Mathematica 是由位于美国伊利诺州的伊利诺大学香槟(Champaign)分校附近的 Wolfram Research 公司开发的一套专门进行数学计算的软件。从 1988 年问世至今, 已广泛地应用到工程、应用数学、计算机科学、财经、生物、药学、生命科学以及太空科学等领域, 深受科学家、学生、教授、研究人员及工程师们的喜爱。数以万计的论文、科学报告、期刊杂志、图书资料、计算机绘图等都是 Mathematica 的杰作。

早在 1995 年发表的 Mathematica 3.0 版, 可谓数学计算软件史上的一大创新, 而 1999 年发表的 Mathematica 4.0, 则达到了这类软件的顶峰。Mathematica 除了提供数值处理与绘图的功能之外, 还具有符号计算的能力, 使您能够处理多项式的各种运算、函数的微分、积分、解微分方程、统计, 甚至可以制作电脑动画及音效等等。

Mathematica 对计算机硬件的要求不高, 只要能运行 Office 系列软件便能够运行 Mathematica 4。建议您的计算机配置达到如下要求:

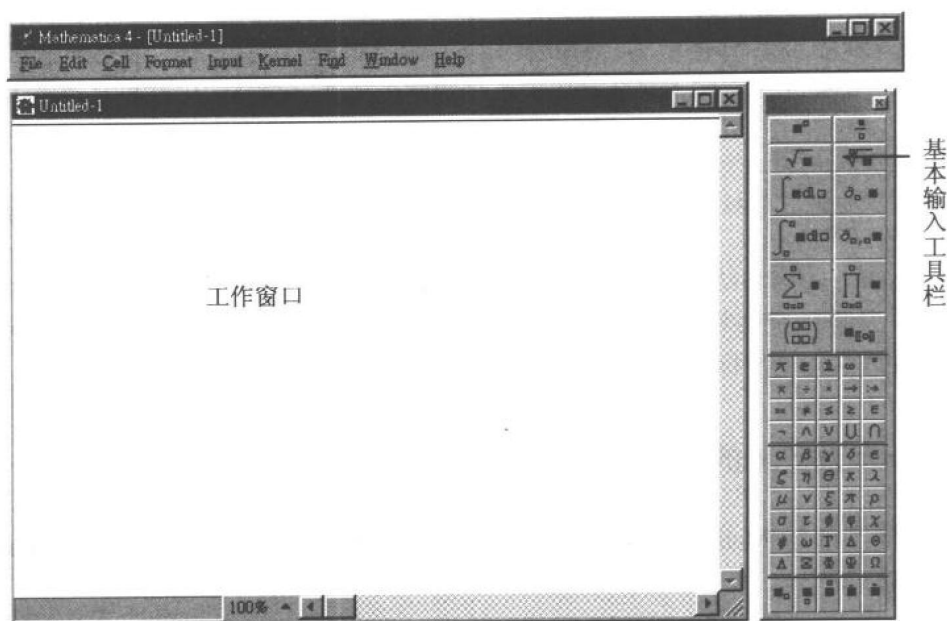
1. 操作系统: Windows 95 或 Windows NT 3.51 以上的版本。
2. CPU 处理器: Intel、Cyrix 或 AMD 586 级以上的中央处理器。
3. 硬盘空间: 除了具备 120MB 的硬盘空间用以安装 Mathematica 之外, 还必须有 60MB 的剩余硬盘空间作为交换文件 (Swap files) 的存取空间。若进行较复杂的运算, 则必须保证有 100MB 的剩余硬盘空间。
4. 内存: 至少 32MB。建议 64MB 以上。

1.2 运行 Mathematica

双击 Mathematica 的快捷方式即可运行 Mathematica 的主程序。如下图所示, 主程序会同时打开一个新的工作窗口和一个基本输入工具栏 (Basic Input palette)。

每一个工作窗口代表一个文件, 文件名显示在工作窗口的标题栏上, 默认文件名为 Untitled-1.nb。有时我们也称工作窗口为记事本(notebook)。Mathematica 用一种特殊的文件格式保存工作窗口的内容, 扩展名为*.nb (在 3.0 版以前, 扩展名为*.ma)。Mathematica 4.0 能够打开在 3.0 版本中形成的*.ma 文件, 打开时会激活一个版本转换窗口, 这时您可以选择不

同的选项进行转换。



1.3 Mathematica 基本操作

本节我们将开始介绍 Mathematica 的基本操作，其中包括基本运算、Mathematica 的输入/输出以及与操作界面的互动等等。

1.3.1 基本运算

在工作窗口中输入 $2+3$ ，再按 $\text{Shift} + \text{Enter}$ 组合键(先按住 Shift 键不放，再按 Enter 键) 执行这个简单的运算，这时在工作窗口中会显示如下图所示的结果：

