

风浪的概率统计分析

И. И. 达威顿

[苏] И. И. 拉巴吐辛 著

В. А. 罗斯科夫

海洋出版社

56.3842
713
21

DG50/19

风浪的概率统计分析

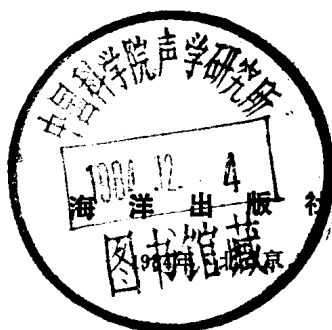
И.Н. 达威顿

[苏] Л.И. 拉巴吐辛 著

В.А. 罗斯科夫

潘锦嫦 译

邱大洪 校



4012953

内 容 简 介

本书总结了作为随机流体动力过程的风成波的理论、实验与现场研究成果。书中概述了从波浪记录的概率分析方法至统计流体力学的最新解答等范围广泛的问题。本书是作者近十五年来所取得的成果，并且特别注意到所研究问题的实用方面。

本书适用于海洋学者、气象学者、地球物理学者、海员、水利工程师、科研工作者，设计院及其他与海船和海洋石油平台的制造、经济安全营运有关各机构、各领域内的专业人员。本书还可作为大学和水文气象学院学生的教科书。

风 浪 的 概 率 统 计 分 析

И.Н. 达威顿

〔苏〕 Л.И. 拉巴吐辛 著

В.А. 罗斯科夫

潘锦嫦 译

邱大洪 校

海洋出版社出版

(北京复兴门海贸大楼)

八九九二〇部队印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1984年4月第1版 1984年4月第1次印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 11 插页: 1

字数: 200,000 印数: 1—2600

统一书号: 13193·0233 定价: 1.65元

目 录

序言	1
绪论	5

第一篇 波面概率特性

第一章 波浪的概率特征及其统计估计; 现场数据 分析方法	11
§1.1 波浪的概率特征	11
§1.2 概率特征值的统计估计	15
§1.3 单点波浪记录的谱分析	16
§1.4 波浪立体摄影平面图的谱分析	33
§1.5 固定点波面超高与空间导数同步记录的谱分析	39
§1.6 若干点波浪同步记录的谱分析	42
§1.7 波浪要素抽样的统计分析	47
第二章 波面的随机流体动力模型	65
§2.1 线性模型	65
§2.2 非线性模型	72
§2.3 随机流体动力模型按现场数据的间接检验	78
第三章 风成波频谱	89
§3.1 风浪	92
§3.2 涌浪	128
§3.3 混合浪	134
第四章 风成波的空间和频率-方向谱	142
§4.1 能量方向分布函数	150
§4.2 波浪的频率-方向谱	163

4012953

§4.3 波面斜率谱	164
第五章 波浪要素的统计分布	175
§5.1 波高	176
§5.2 波浪周期	187
§5.3 波长和其波峰长	189
§5.4 条件分布及其矩	190
§5.5 二维分布	197
§5.6 波陡和三维指数	200
§5.7 波浪序列	203
§5.8 波群	204

第二篇 波浪的发展、传播和衰减

第六章 风成波发展的谱理论	223
§6.1 风对波浪的能量传递	223
§6.2 非线性相互作用	232
§6.3 能量的消耗	238
§6.4 谱形式的波能平衡方程	241
第七章 根据现场数据波能平衡各分量的估计	250
第八章 波浪概率特征的计算方法	260
§8.1 谱形式的波能平衡方程的右面部分	262
§8.2 波能平衡方程的解析解	267
§8.3 平衡方程的数值解	277
§8.4 算例	291

第三篇 风和浪多年分布的统计特征值

第九章 风和浪的分布函数	303
§9.1 风的分布	304
§9.2 波浪的分布	306

§9.3 风和浪的联合分布.....	310
§9.4 风和浪的年际变异性.....	314
结 论	317
文献目录	323

序 言

人类认识任何水域，首先遇到的一个物理过程就是在风作用下的水面上所产生的波浪。

波浪产生、成长的过程是很复杂的，尽管研究人员做了很多努力，但至今还没有得到公认的理论。气流与水面直接相互作用的物理过程还远未揭示，因为其基本特性是在很薄的边界层内形成的。在自然条件下，专家们对此边界层了解得还很少。除此之外，风浪研究的困难还产生于波浪的不规则性和变化的特殊性。只要观察一下连续的波面照片，就足以证实波浪的外形是多么复杂，即使在方向稳定的风的作用下，它也是随时间而迅速地变化着。研究表明，固定点波面高度的具体数值与风的参数仅仅是统计相关。风成波是一个随机过程：在一小段波面上，其 z 坐标的分布特点，及它在不长一段时间内的变化具有偶然性，而且事先不能预估。只有波浪的积分特征值（平均能量、水质点运动速度的平均值）与波浪形成的基本因素单值相关。固定的波面 z 坐标值和质点速度，以及单个波浪的尺度以概率分布规律或其矩函数与波浪的积分特征值相联系。

波浪水质点的运动服从于流体力学的基本规律，而风成波的形成和发展不仅是一个随机过程，而且是一个流体动力过程。这个过程的理论应该建立在解答统计流体力学方程的基础之上。由于对风成波发展的物理成因研究不足，在数学

上又存在大量的困难，因此，目前还没有得到方程式的精确解。理论研究的成果与实验和现场数据之间也还未完全统一。然而波浪作为随机流体动力过程的研究已不少，现在必须将研究者们在各种不同科技杂志上发表的研究成果加以综合。

由于还不存在公认的、作为随机流体动力过程的风成波理论，所以本书仅侧重于现场数据分析的结果及其与各种不同模型和理论解的比较。

本书分为三部分。第一部分叙述波浪作为随机过程的数量特征值法。表明在过程的准平稳时间段内和准均匀段内，波浪 z 坐标的二维谱密度函数是过程的最普通的特征，这个函数与波面的极大值和极小值的分布矩，以及表视波波要素的分布矩有关。列出了一维和二维谱密度函数的近似式，并给出实际波面的各种不同流体动力模型的物理解释。由于表视波波要素的分布和波群的实用意义很大，书中有一章专门讨论这个问题。

在本书第一篇的开始，特别着重讨论波浪的概率分析方法。因为在科技文献中对此问题说明不足，而资料分析和处理方法的选择又影响到风成波的实验和现场研究最终结果的可靠性和一致性。不同学者的结论之间的一系列差别无疑是与观测、原始资料的整理和分析方法的缺点有关。作者认为，必须制定出一系列波浪概率分析的普遍原则，估计出计算各种统计特征值的可靠性。列于本书中的所有计算结果都采用第一章里所叙述的方法。本书第一部分的基本内容基于作者的成果。

本书第二篇研究了风浪生成、发展和传播过程的随机流体动力模型。首先是以谱形式表示的波能平衡方程的解析解

和数值解，列出了建立在这些解的基础上的波浪计算方法。明确了波能平衡方程的右部，导出了以风参数表示的波浪概率特征值的计算方法。在一些例子中给出计算与现场数据的比较。

书中第三篇为作者研究得出的波浪多年分布函数的计算方法。利用这些方法得到的海洋中波浪的统计资料见文献[10]。

由于篇幅限制，书中仅包括深水重力风浪的内容（两倍水深大于波长）。不涉及浅水重力波的发展和变形问题，也不涉及表面张力波-重力波和表面张力波的发展规律问题。此外，在一些章节中仅列出研究的最终结论，指明作者已发表的详细研究此问题的文献。

本书采用国定全苏标准 ГОСТ 18455-73 中规定的术语和定义。为叙述方便起见，仅“波浪”一词与标准中的定义不同。书中将 ГОСТ 中的两个术语“波浪”和“波浪振动”合为同一个“波浪”。对于一些至今还未包括在国家标准中的术语（例如，波浪的谱特征），书中采用广泛沿用的定义，其中扩大了“波浪统计特征”的概念，在书中它不仅指波浪集合的统计特征值，而且指波浪的谱特征。在所有情况下，当作者用到概率论、数理统计和流体力学时，保留这些不同学科里沿用的术语和定义。最后，应特别强调一下书中采用的，与 ГОСТ 一致的以下这些术语的定义，因为在大量文献中，它们的定义是不够确切的。首先，需要区分“风成波”和“风浪”这两个概念。第一个术语指风作用于水面上生成的波浪，第二个术语用在必须区别“风浪”、“涌浪”和“混合浪”的情况。风浪仅应理解为风成波的这样一种情况，即

风引起的波浪直接处于风的作用之下，而且决定了波浪发展和传播的所有特点。第二对应特别注意的术语是“规则波”和“不规则波”。在海洋中实际上不存在规则波，在书中采用ГОСТ中的这个术语，仅仅在必须强调这样或那样的理论结果是在系列中所有波浪的形状和要素一样的情况下得到的。如上所述，在自然条件下波浪总是不规则的、变化无常的，严格讲只能用统计流体力学的术语来描述。将波动表面分成许多单个波浪也是相对的，这只是为了将抽象的、但能较全面表征过程的谱密度函数与数学上尚不确定、但较易接受的波浪概念相联系。同时应注意到：最全面的波浪描述是建立在目测的基础上，且与所取的波浪要素有关。此外，不应忘记单个选取的波浪，不论其外形多么复杂和特殊，是直接作用于船舶和建筑物上的这样一个物理现实。这就是为什么将单个波浪的统计学与作为概率流体动力过程的波浪的研究成果并列，并予以特别重视的原因。

绪 论

至今, 风成波的研究实际是建立在沿液体表面传播的规则重力波理论结论之上的。这个理论主要基于流体力学的二个基本定律^[67, 142, 144, 151]:

动量 (冲量) 守恒定律

$$\rho_w \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \rho_w \Omega \mathbf{u} + \nabla p - \rho_w \mathbf{g} = \mathbf{f} \quad (1)$$

质量守恒定律

$$\frac{d\rho_w}{dt} + \rho_w \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

式中 ρ_w ——水的密度; $\mathbf{u}$ ——液体质点运动速度; Ω ——地球旋转的两倍角速度; p ——压力; $\mathbf{g}$ ——自由落体加速度; $\mathbf{f}$ ——其它力的合力。

对粘性液体中的强制波, 求解方程式(1)、(2)有很多困难, 而在理想不可压缩液体中, 处于重力影响下, 由瞬时力作用引起的定常二维波浪运动的研究已得到很全面的结果。在这种情况下, 问题归结为解拉普拉斯方程

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (3)$$

式中 φ ——符合条件(4)的速度势函数

$$\nabla \varphi = \mathbf{u} \quad (4)$$

它又是一个简谐函数, 并应满足底部不透水的条件

$$\text{当 } z = -H \text{ 时, } \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

(H ——水深) 式中 z ——铅直坐标, z 轴朝上, 还应满足表

面的运动边界条件

$$\text{当 } z = \xi \text{ 时, } \frac{\partial \xi}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

及自由表面上的动力边界条件

$$\text{当 } z = \xi \text{ 时, } \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\xi + \frac{1}{2}(\nabla \varphi)^2 = \frac{\rho}{\rho_w} \quad (7)$$

式中 ξ ——波面 z 坐标; x, y ——水平坐标。XOY 坐标系统与未扰动液体自由表面相重合。

求解式(3)的复杂性在于 $\xi(x, y, z)$ 和 φ 两个函数是未知的, 且为非线性的。一般是将 φ 和 ξ 按波陡 h/λ (h ——波高, λ ——波长) 量级的小参量 ε 的阶数展开, 例如:

$$\varphi = \varepsilon \varphi_1 + \varepsilon^2 \varphi_2 + \varepsilon^3 \varphi_3 + \dots \quad (8)$$

并将级数形式的式(8)代入式(3)——(7)。

Stokes^[299, 300] 和 Rayleigh^[282-284] 得出式(8)的近似解。Некрасов^[195], Levi Civita^[238], Struik^[301], Красовский^[68, 69] 证明, 在重流体自由表面上, 有限振幅定常波浪有解, Некрасов 将有限振幅波的问题化为解非线性积分方程, 以正的无量纲小参量 μ' 的幂级数表示。Thomas 在电子计算机上实现了这个算法的数值解^[304]。严格地说, 参量 μ' 在数学上是不定的, 但 Секерж—Зенькович^[137] 指出, 如果从 Некрасов 解答的物理含义出发, μ' 应该取在 $(0, \mu)$ 之间, μ 为波陡达其最大值时的 μ' 。

对一系列实际问题, 采用众所周知的式(8)的一阶近似解, 它就是所谓平面波浪线性理论的基础。按照这个理论, 波浪频散的关系式为

$$\omega^2 = gk \tanh kH, \quad (9)$$

对于深水 (当 $kH \gg 1$ 时) 关系式(9)化为

$$\omega^2 = gk \quad (10)$$

自由表面方程式——余弦曲线

$$\zeta = a \cos(kx - \omega t) \quad (11)$$

速度 u 的势函数等于

$$\varphi = \frac{\omega a \operatorname{ch} k(Z+H)}{k \operatorname{sh} kH} \sin(kx - \omega t) \quad (12)$$

波浪水质点按水平半轴为 r_x 和铅直半轴为 r_z 的椭圆轨迹运动

$$r_x = \frac{a \operatorname{ch}(z_0 + H)}{k \operatorname{sh} kH} \sin(kx - \omega t) \quad (13)$$

在深水, 质点以频率 ω , 按半径为 $a \exp kz_0$ 的圆运动, 单位表面上的动能 E_K 等于位能 E_n , 其表达式为

$$E_K = E_n = \frac{1}{4} \rho_w g a^2 = \frac{1}{2} \rho_w g \zeta^2 \quad (14)$$

在关系式(9)–(14)里采用以下符号: 频率 $\omega = 2\pi/\tau$; 波数 $k = 2\pi/\lambda$; τ ——波浪周期; a ——其振幅; $\operatorname{sh}, \operatorname{ch}, \operatorname{th}$ ——双曲线函数(正弦, 余弦, 正切); z_0 ——未扰动液体里质点的铅直坐标。

有限振幅势波式(8)的逐阶近似解和精确解揭示出非线性波浪不同于线性波浪的一系列性质。基本区别在于: 存在极限波陡, Michell^[255]认为, 它约等于0.142, 质点轨迹不闭合, 波浪流沿水深按指数规律递减, 波浪频率不仅与波数, 而且还与波陡有关, 且随后者的增长而加大; 动能不等于位能, 而且大于位能。

然而, 即使对于极限陡度的波浪, 线性理论的关系式和有限振幅波的各种关系式之间, 数量上的差别是不大的。例如, 线性波浪的传播速度比极限的米歇尔波的传播速度约小

10%，而米歇尔波浪的动能比位能大四阶无穷小。这就可以解释，为什么在实践中常采用较简单的线性波浪理论的关系式。然而，应该注意到，规则波的一系列特性，特别是其相互作用，在线性波浪理论范围内是无法解释的。

计入液体的粘性将导致势波运动的某些变形，且在速度场上出现周期性的和稳定的旋涡^[108]。

此时产生的周期性旋涡和波浪的雷诺应力随水深迅速衰减，稳定的扰动则深入至较厚的一层液体内^[223]。然而，粘性力作用引起的效应是比较小的，因而在波浪成长和传播的各种不同模型里基本上是不考虑的。

由规则波过渡到不规则波列，函数 $\zeta(x, y, t)$ 用付立叶积分表示比较方便^[114]

$$\zeta(x, y, t) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \left\{ a(\omega, \theta) \cos \left[\frac{\omega^2}{g} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t \right] + b(\omega, \theta) \sin \left[\frac{\omega^2}{g} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t \right] \right\} d\omega d\theta \quad (15)$$

它可解释为大量振幅为 $\frac{a}{b}(\omega, \theta)$ 的简谐行进波 $\cos \left[\frac{\omega^2}{g} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \omega t \right]$ 叠加的结果， $\frac{a}{b}(\omega, \theta)$ 取决于频率 ω 和传播方向 θ 。

如序言中已指出那样，实际的风成波是一个随机过程，积分式(15)里的函数 $a(\omega, \theta)$ 和 $b(\omega, \theta)$ 必须看作为随机函数。形式(15)的随机积分满足方程组(3)–(7)，在这个意义上它可以作为实际波面的随机动力模型，其特性将由谱密度函数 $S_{\zeta}(\omega, \theta)$ 的形式—— $[a^2(\omega, \theta) + b^2(\omega, \theta)]$ 和的数学期望决定。

书中第一篇是讨论描述实际风成波的随机流体动力模型, 以及确定波面概率特征的谱函数估计的成果。

应该指出, 在规则波和不规则波的情况下, 方程式(3)–(7)的线性解都能足够精确地描述定常波面的基本特性。在一些文献^[29, 234]中指出, 在实际的风浪谱里, 组成波的能量和频率之间的比例关系将是米歇尔极限规则波的1/50, 因而, 每一个组成波可以足够的近似阶数看作为线性平面波。波面的线性概率流体动力模型和现场数据的比较结果亦证明了这一点(见第二章)。然而, 当向非定常问题过渡时, 非线性开始起很大的作用, 有时则是起决定性的作用(见第六章)。

对非稳定强制波, 解运动方程会遇到很多困难, 因而最著名的确定解是在平均总波能守恒定理的基础上得到的。Ма-ккавеев^[91]首先采用这个方法, 写出风成波的波能平衡方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_w a_0^2}{2g} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_w a_0^2 v}{2g} \right) - W_U + W_L = 0, \quad (16)$$

式中 v ——波浪群速, W_U ——风传给波浪的功率, W_L ——由于能量耗散而损失的功率。

为解方程式(16)不仅需要知道 W_U 和 W_L 的函数形式或其估计式, 而且还必须有一个连系振幅和波浪群速的方程式。

研究了风将能量传递给波浪和波浪能量耗散的各种机制, 建立了波浪振幅和其他要素之间的各种关系式, 得到了一系列的确定解, 从而确定了风浪要素与风尺度的关系^[7, 291, 138, 159]。这些关系式反映了我们对由于水面上的时间上稳定和空间上均匀的气流作用所引起风浪能量变化的认

识。将式(16)变为谱形式的波能平衡方程,并考虑到实际波浪随机不规则特性才能解决非稳定和非均匀气流作用的、风成波的发展和衰减的较一般的问题。

本书第二篇概述了波能平衡方程解的基本分析成果。用谱来描述的式(16)的优点之一在于:为求解,并不需要联系波浪要素的第二个方程,而这个方程,除特殊情况外,是要用经验办法确定的。

方程式(16)的确定解的许多缺点仍存在于它的随机形式的解。首先,缺点在于方程式的右面部份,因为对风成波浪的能量输送及其能量耗散的物理过程仍然研究不足。然而,将风和浪的相互作用作为随机函数进行分析,推动了我们对于风成波的认识,并使我们能制订进一步的研究方法。

建立在谱形式波能平衡方程解基础上的风成波模型,已成为根据风场预报制定计算波浪概率特征新方法的基础。本书第二篇分析了这些方法,并根据现场数据完成了部份验证。有时,这些方法还用于根据长期历史天气图计算波浪,以得到研究某一海区波浪状态的资料^[225]。

显然,这样做的工作量很大,且不总是合理的。本书第三篇指出,为研究波浪状态,利用波浪多年分布的一般统计规律,则简单得多,但计算波浪状态特征的两种方法并不相互排斥,而是互相补充。因为,根据波浪多年分布函数,不能得到为解决一系列重要的实际问题所需的波的统计谱。

应该指出,目前认为^[165,213],研究作为随机流体动力过程的波浪的主要困难在于缺乏实验的科学假设。考虑到这个情况,本书作者不仅注意个别的理论研究,而且还注意到现场数据的分析,何况这些问题与他们的研究课题是很接近的。

第一篇 波面概率特性

风作用下生成的波浪的最主要特性之一是其不规则性。在固定的波浪形成条件下，统计特征值相同时，波面由一系列随时间、空间不规则变化的波浪组成。

现场数据分析表明，仅能在风的统计特征值和波浪的统计特征值（不是瞬时值！）之间建立关系。这实际上就意味着承认波浪是随机过程，波面纵坐标 $\zeta(x, y, t)$ 是坐标 x, y 和时间 t 的随机函数。

第一章 波浪的概率特征及其统计

估计：现场数据分析方法

将波浪作为随机过程研究时，对这样一些特征值应特别注意，即它们应能解释波浪特征尺度再现的规律性，能估计波浪的各种可能形式，能解释波浪运动的复现，并能得到波能平均值的概念。

§1.1 波浪的概率特征

实际的风成波是非平稳和非均匀的随机过程，只有在个别情况下（在一定的波浪形成条件下），可在一定近似程度上把它看作为一种平稳均匀的随机函数。然而在分析实验数据时，为简化概率特征值的计算，总是认为在一定时段（空间