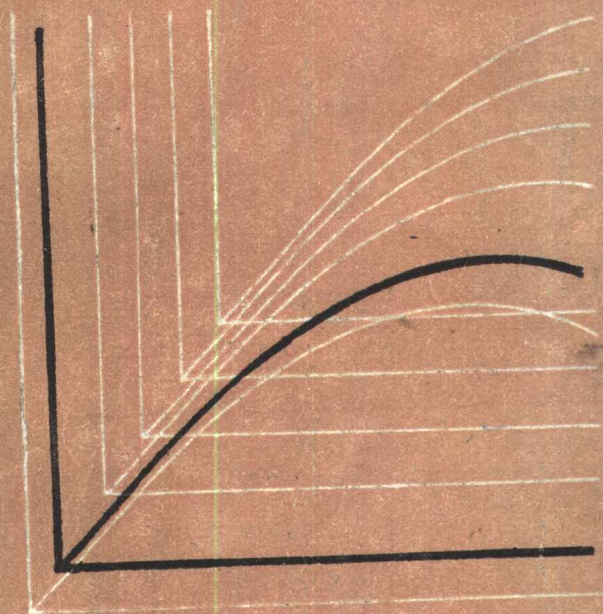


理论力学解题方法

天津大学理论力学教研室

魏士贵 虞润禄 主编



天津科学技术出版社

理论力学解题方法

天 津 大 学
理论力学教研室 魏士贵 虞润禄 主编

天津科学技术出版社

责任编辑：苏 飞

理论力学解题方法

天 津 大 学 魏士贵 虞润禄 主编
理论力学教研室

*

天津科学技术出版社出版

天津市赤峰道130号

天津新华印刷三厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本 850×1168毫米 1/32 印张 16.5 字数 423,000

一九八六年十二月第一版

一九八六年十二月第一次印刷

印数：1-12,000

书号：13212·74 定价：3.70元

内 容 简 介

本书是学习理论力学的辅助参考用书，全书共分二十一章，概括地叙述了理论力学的基本内容与解题方法，并以对比的形式，分析重点例题的数种解法，对于启发读者思路、寻找解题捷径有很大帮助。各章末均附有习题供读者练习。

前 言

《理论力学》是工科院校大多数专业的必修课程之一。掌握它的基本理论及其分析问题的方法，无论对学习后继课程还是解决工程实际问题，都是很重要的。

由于课程本身的特点，多年来学习本课一直存在“解题难”的问题，特别是减少习题课的时数后，此问题更加突出。因此，我们深感有必要在启发学生思考、分析问题与解决问题的能力方面，总结一下我们的经验，针对如何解题，编写一本辅导性的课外读物，供广大读者参考。

本书是经过我室全体同志逐章讨论、分工负责编写而成的。其中包括提要、例题与习题三部分。前一部分是理论上的概括，可作为复习提纲使用；通过例题分析，希望能解决解题思路问题，其中指出的容易出现错误以及应注意的问题都是我们多年来分析学生学习中存在的问题而得来的；最后配备少量习题起到巩固作用。但请读者注意，所附习题中基本题较少，多数题有一定难度，宜在解过一定数量基本题以后，再选解本书所附习题，则收效更好。

本书可供工科院校大学生，包括职工大学、广播电视大学学生参考。对于工程技术人员自学本课程以及从事教学工作的教师也有参考价值。

全书由魏士贵、虞润禄主编。

参加编写的有：虞润禄（第一、二、六、八、十七章），许登楦（第三、十四章），于东波（第四、七、十五章），邓惠和（第五、十九章），毕学涛（第九、十三、十四章），肖

龙翔（第十、十六章），欧阳月枝（第十一章），孟玉铎（第十二章），梁价（第十八章），霍拳忠（第十九章），耿长松（第二十章），胡林艺（第二十一章）。

由于我们的业务水平所限，书中可能有某些不足之处和错误，希望广大读者和兄弟院校教师提出批评指正。

编 者

目 录

第一章	静力学基本概念	(1)
第二章	平面汇交力系	(12)
第三章	平面力系	(24)
第四章	平面桁架	(47)
第五章	摩擦	(60)
第六章	空间力系	(82)
第七章	点的运动	(99)
第八章	刚体的基本运动	(122)
第九章	点的合成运动	(134)
第十章	刚体的平面运动	(169)
第十一章	动力学基本方程	(210)
第十二章	动量定理	(227)
第十三章	动量矩定理	(252)
第十四章	动能定理与普遍定理综合运用	(284)
第十五章	达朗伯原理	(337)
第十六章	虚位移原理	(362)
第十七章	动力学普遍方程与拉格朗日方程	(394)
第十八章	质点的相对运动	(421)
第十九章	机械振动	(438)
第二十章	碰撞	(482)
第二十一章	陀螺仪理论基础	(503)

第一章 静力学基本概念

本章主要介绍受力图的画法，有关静力学基本概念的理论部分可参考现行的理论力学教材。

正确地画出物体的受力图，是学习理论力学的基本功之一。无论解决静力学问题还是动力学问题，首先要分析被研究物体的受力情况，画出它的受力图，其次才是根据受力图建立必要的方程（平衡方程、动力学基本方程或运动微分方程）求解。因而，画受力图是第一个关键步骤，如果受力图画错，自然就得不到正确的结果。

怎样画受力图，应从以下几个方面考虑：

1. 全面了解题意，选取研究对象

解决任何问题，都应首先对问题进行细致、全面的了解，其中包括已知条件和要解决什么问题等等。画受力图，应根据问题选一个研究对象，再画它的受力图。

例如图 1-1a) 所示三角形支架 ABC ，在其上作用一铅垂力 P ，杆重均略去不计，要求 BC 杆所受的压力，如何选研究对象？

先选 BC 杆为对象，根据题意杆重不计， BC 杆是只受两个力又处于平衡的“二力构件”，故它的受力图如图 1-1b)。

细想一下，还是有问题的。由于 S_b 、 S_c 都是未知力，只知道 $S_b = S_c$ ，用图 1-1b) 仍然求不出这两个力的大小。

另选 AB 杆为对象，画受力图 c)。图中 $\vec{S}_b$ 应与 $\vec{S}_b$ 方向相反，是根据作用与反作用定律画的；铰链 A 处的约束反力的大小、方向均不知道，可用 $\vec{X}_A$ 、 $\vec{Y}_A$ 两个分力表示。一个物体受同平面内若干力作用时，如只有三个未知数（本题为 X_A 、 Y_A 、

S'_B) 是可以解出的。求出 S'_B 以后, BC 杆所受的压力 $\vec{S}_B$ 自然就解决了。

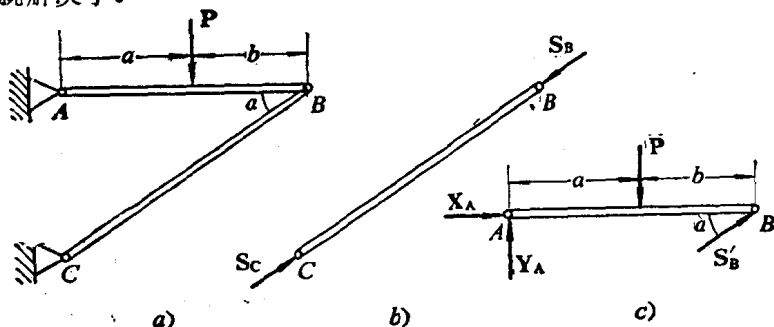


图 1-1

由此可见, 被选取的研究对象, 必须包含有已知的主动力和未知的约束反力才行。在受力图上应标明必要的几何尺寸 (如图 1-1c) 中的 a 、 b 、 α 等), 并给每个力命名。

全面了解题意对画受力图是很重要的。如果题中“杆重均略去不计”这个条件, 改成为“均质细杆 AB 和 BC 分别重为 W_1 与 W_2 ”, BC 杆就不再是“二力杆”, 此时, B 、 C 铰链处的反力就应仿照铰链 A 处的约束反力一样用两个分力表示, 如图 1-2 a)、b), 只是应当注意, AB 杆上 B 铰链处的约束反力 $\vec{X}_B$ 、 $\vec{Y}_B$ 一经假定以后, BC 杆上 $\vec{X}'_B$ 、 $\vec{Y}'_B$ 就必须画成与 $\vec{X}_B$ 、 $\vec{Y}_B$ 方向相反。

如以整个支架为对象, 画受力图时, B 铰链处两杆的相互作用构成“内力”, 成对存在, 就不要画了。如图 c)。

2. 根据约束的性质画约束反力

受力图上除应画有全部主动力外, 主要是分析约束反力。初学力学的读者, 往往是从直观运动趋势去判断约束反力的方向。如图 1-3 a) 梁 AC 右端有 $\vec{F}$ 力的作用, 它的水平分量使梁 AC 有向左运动的趋势, 故 A 铰链反力 $\vec{X}_A$ 水平向右; $\vec{F}$ 力的铅垂分量有

使梁AC绕辊轴B顺时针转动的趋势，A端要向上运动，故铰链A处铅垂分力 Y_A 应向下如图b)。

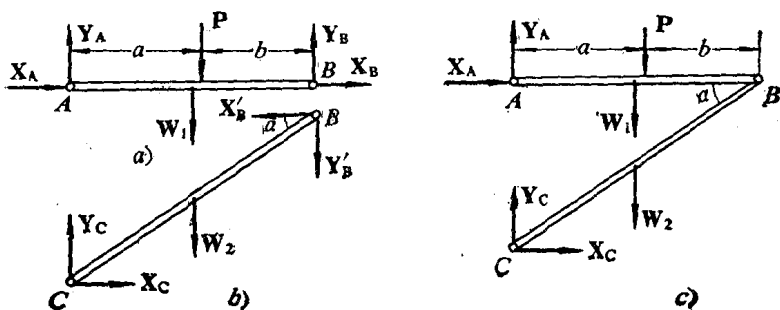


图 1-2

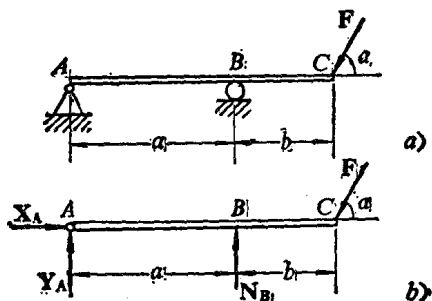


图 1-3

在如上简单情况下，用这种分析方法是可以的。如果受力情况稍稍复杂一点，用以上方法就难以判断受力物体的运动趋势。如图1-4a)只有结合 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 、 α 、 β 以及力偶矩 m 的具体数值经过计算才能确定铰链反力 $\vec{X}_A$ 与 $\vec{Y}_A$ 的指向。因此，一般情况下，根据铰链约束的性质，假设两个方向就可以了。如图b)。

根据约束的性质画约束反力，是最好的办法。常见的约束有：

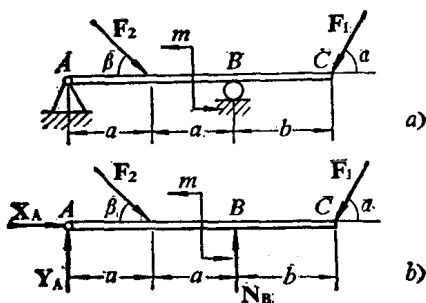


图 1-4

柔性约束（绳索、皮带、链条等）。约束反力一律沿绳索的中心线，并为拉力，以 T 表示之。

光滑接触面。约束反力一律通过接触点，沿接触面在该点的公法线方向，指向被约束的物体，并为压力，以 N 表示之。

光滑铰链。约束反力经过铰链中心，方向不定，用假设的两个分力（如 $\vec{X}_A$ 、 $\vec{Y}_A$ ）表示之。

固定端约束。约束反力除 $\vec{X}_A$ 、 $\vec{Y}_A$ 两个分力以外，还应有一力偶 M_A 。

以上列举的约束情形属于平面情形，空间情形要另行考虑。

熟记典型约束的简化符号及其性质很有必要。这些符号是工程技术人员的共同语言，一见这类符号，约束反力的分析就已经确定。对于实际问题如何简化为力学模型，约束条件如何简化为典型约束，尤为重要，这就需要具体分析，不断积累经验。

现将几种典型约束列表如 5 页所示。

表中受力图上约束反力的指向与力偶矩的转向都是假设的。至于设对设反，留待计算以后，再来确定。如答案为正值表示设对，如为负值则表示设反。

约 束 名 称	简 化 符 号	约 束 反 力
铰 链 支 座		
铰 链 连 接		
辊 轴 支 座		
固 定 端		

受力图中不能多画力，也不能少画力。如铰链支座反力方向不定时，只画一个力、固定端约束不画力偶矩都是错误的。

3. 牢记力学基本概念、基本定律与基本原理

力学的基本概念、基本定律与基本原理，画受力图时随时要用到，每画一个力都要想想是否与基本概念、定律、原理有矛盾的地方，尤其是初学阶段。

例如：力是物体间相互作用产生的，取某物体为研究对象，与它相接触的物体当然有力的作用，在研究对象上画上力，就代表客观存在的其它物体对它的作用。

在铰链中心画上两个约束反力，是力的平行四边形法则的具体应用。常常画成两个正交分量是为了便于计算。过铰链中心不能只画一个力，因为在一般情况下铰链反力的方向还不知道，除非有别的根据（如互不平行的三力平衡时必汇交于一点）才能确定该力的作用线。

几乎每一题都用到作用与反作用定律。甲物体对乙物体有 $\vec{N}$ 力作用，与此同时乙对甲必有反作用 $\vec{N}'$ ，而且 $\vec{N}' = -\vec{N}$ ，分析两物体之间的力，一定要等量、反向和共线，不按这个规律分析，当然是错误的。

总之，每画一个力都应有理有据，久而久之，熟练之后，就不会出现与基本理论矛盾的 errors 了。

4. 严要求、多练习、掌握基本功

学习理论力学，不仅要掌握基本理论知识，还应养成良好的工作习惯。如：受力图中每一件物体简图都要用仪器画，不允许出现直线不直，圆形不圆，不注明尺寸，凑凑合合的现象。图中每一个力都应以文字命名，对未知力最好用鲜艳的红色画出，以资醒目。其次，要多练，特别要多练由若干物体组成的物体系的受力图，既要画每个物体的受力图，又要画整体的受力图。开始时不必考虑这些未知力的大小如何求，纯粹作力的分析，出现错误也不要紧，思考一下错误的原因，认真改正过来，随时注意练习，掌握好画受力图的基本功。

5. 受力图举例

(1) 单个物体的受力图，物体重量，除图上已注明外，均略去不计。并假定接触面都是光滑的。

画受力图要先解除约束，画隔离体图，再根据约束性质画约束反力。

受力图举例如图 1-5 ~ 图 1-8 所示。

(2) 画下列物体系统中每一个物体的受力图以及整体的受力图。解除约束，画整体的受力图时内力不画，分开画各部分受力图时，相互作用应遵守作用与反作用定律。如图 1-9 和图 1-10 所示。

受力图中分布载荷不要简化，因为误用简化方法可能导致与原来力系不等效的结果。

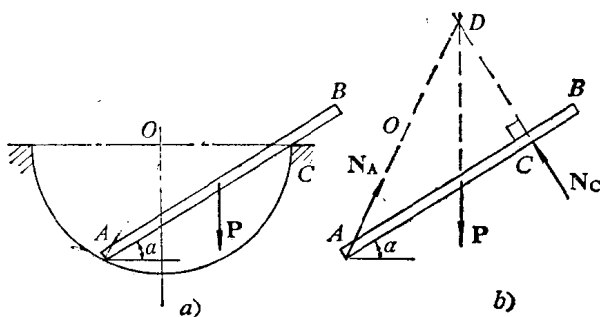


图 1-5 光滑面接触

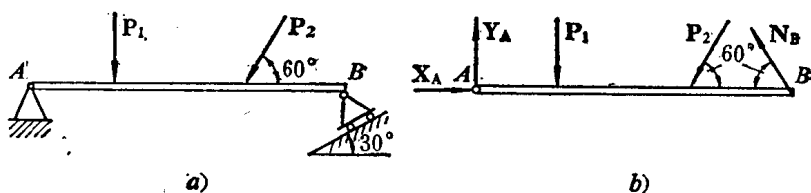


图 1-6 固定铰链与辊轴

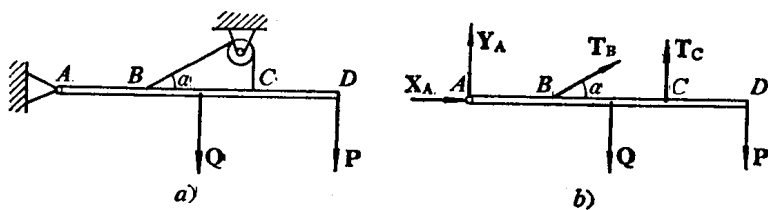


图 1-7 铰链支座与柔性约束

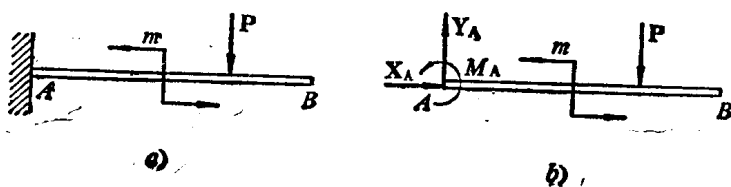


图 1-8 固定端

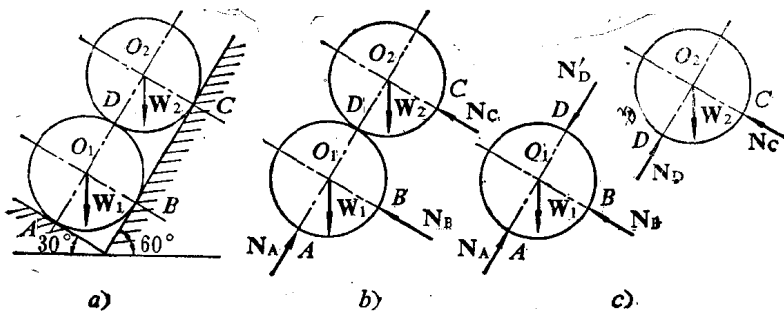


图 1-9

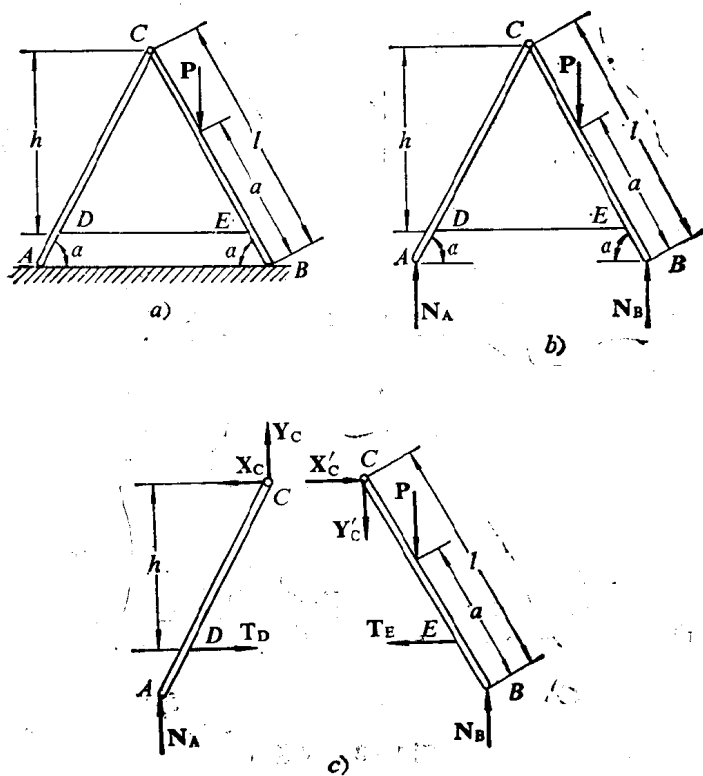


图 1-10

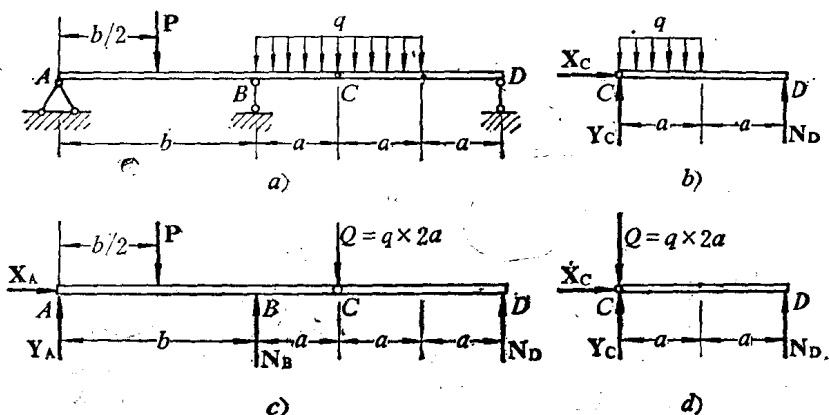


图 1-11

图 1-11c) 是复合梁 ACD 整体的受力图, 图中匀布载荷简化为集中力 Q 作用于 C 处, 作为整体平衡是可以的. 如果分开画 CD 部分的受力图, 则应画成图 b) 那样. 先简化为 Q 再分开画 CD 部分如图 d) 就是错误的, 对照 b)、d) 两个图会看出这两个力系是不等效的. 因此建议无论整体或分开画受力图分布载荷一律不要简化.

受力图中遇有力偶时不要由这一部分搬到另一部分上去, 如图 1-12 所示.

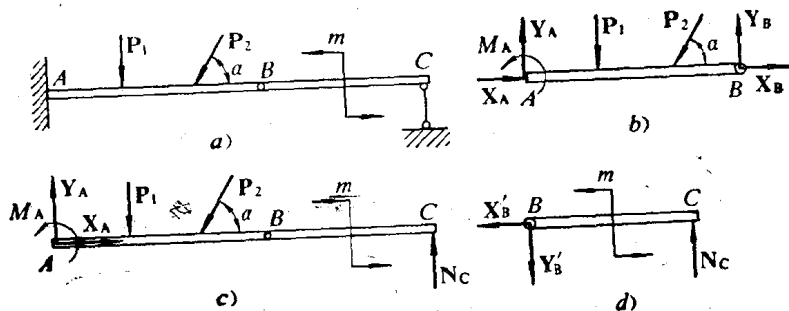


图 1-12

图 1-12d) 是BC部分的受力图,如果把力偶 m 搬到AB上,BC部分主动力都没有了,与a)图中受力情况自然不同。

受力图中定滑轮一般不要分开,二力杆要充分应用。如图 1-13中的CEO横杆的受力图。

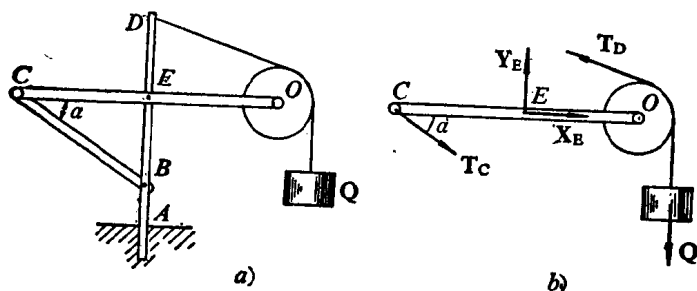


图 1-13

在受力分析中,如遇到同一销钉连接三个构件的情况,应考虑到销钉分别与其它三个物体都有相互作用。

图 1-14a) 中销钉B就是这样的一个例子。在整体受力图上B点处所有这三对相互作用均为内力,一概不画。拆开时,必须明确所画对象带不带货钉这个问题。

图b)是以横杆AB与定滑轮带销钉B为对象,而EG、BC两杆(BC在B处不带货钉)另行分开画受力图c)、d)。因此,在轮中心销钉B上的 $\vec{X}_B$ 、 $\vec{Y}_B$ 与BC杆上的 $\vec{X}'_B$ 、 $\vec{Y}'_B$ 必须构成作用与反作用关系。

若将滑轮带销钉与AB杆分开来画,则除销钉B上原有的 $\vec{X}_B$ 、 $\vec{Y}_B$ 以外应另添 $\vec{X}_1$ 、 $\vec{Y}_1$ 与横杆B孔上的 $\vec{X}'_1$ 、 $\vec{Y}'_1$ 构成相互作用的力。

应当注意图e)中的 $\vec{X}'_1$ 、 $\vec{Y}'_1$ 与图d)中的 $\vec{X}'_B$ 、 $\vec{Y}'_B$ 不是作用与反作用的关系。

如再将销钉B从滑轮轴孔中拆出,g)、h)两图中的 $\vec{X}_2$ 、 $\vec{Y}_2$ 与 $\vec{X}'_1$ 、 $\vec{Y}'_1$ 又构成第三对相互作用力。