电学公式应用手册

正文书局编译委员会编译

正文书局

1982年出版

電學公式應用手册

每册定價一五〇元

出版者：正　文　書　局
台北市重慶南路一段五十九號
編譯者：柯　文　正
發行人：黃　開　禮
印刷所：正　文　書　局
發行所：正　文　書　局
台北市和平東路二段三五一號
電話：(02)7081406
門市部：正　文　書　局
台北市重慶南路一段五十九號
電話：(02)3813712
(02)3813713
(02)3813714
郵局劃撥帳號：5961
分銷處：各地各大書局
出版登記證：局版台業字六一八號

原序

今天的科學技術之進步，令人嘆爲觀止，其速度正朝向一天比一天急劇增加之途邁進。

最近，由於資料通信之發展，這才建立了傳聞於國內外的資訊處理產業。舉一個例來說，當我們身體情況不正常的時候，如果把所預料的情況定值於電子計算機，則只要按一下適應該病患症狀的鍵鈕，就可以診斷患的是感冒啦，或盲腸炎或其他症狀。此外，在家庭設置終端機，再組合電子計算機中心，百貨公司、銀行等計算機網路，便可以適應晚餐的顧問，能夠計算蔬菜或豬肉的市場行情，以及營養價值，指導我們採購內容，而且，所希望的西裝，也可以直接送到府上來，還可以從往來銀行自動代繳諸如電費、水費及其他稅款，讓我們過著「身無一文」的生活。

儘管這樣方便，這些涉及廣大範疇的電之應用方面，也只有在共通的基本理論上，才能夠成立。

本書以這樣的觀點，透過例題使各位能夠充分理解電氣現象的基本公式，進而有效運用，領層，並編適當的MFMD欄用以調劑心神，傳達到在愉快氣氛中學習之目的。敍述內容務求詳盡，按照各項目，精選相關公式，關重要關係列題佔單頁篇幅，從基本理論漸次擴及應用方面，並在書後附載數學公式及數表。

同時爲顧及各位同學便用，乃選定爲便於攜帶的大小與重量。本書倘能成爲良好的學習伴侶，是著者最大的願望。

著者謹識

電學公式應用手册

目 録

1.歐姆定律 …… 1
2.電阻之連接 …… 2
3.電池之連接 …… 3
4.克西荷夫定律 …… 4
5.惠斯登電橋 …… 5
6.分流器與倍增器 …… 6
7.導體的電阻 …… 7
8.電阻體之溫度變化 …… 8
9.功率與電能 …… 9
10.焦耳定律 …… 10
11.和電解有關的法拉第定律 …… 11
12.和磁有關的庫倫定律 …… 12
13.磁荷與磁場 …… 13
14.安培定律 …… 14
15.畢奧、薩巴爾定律 …… 15
16.直流電流所產生的磁場 …… 16
17.圓電流所產生的磁場 …… 17
18.螺管線圈所產生的磁場 …… 18
19.磁通密度與磁通 …… 19
20.磁路 …… 20
21.弗來明左手定則 …… 21
22.作用於無限長平行直線電流之電磁力 22
23.作用於長方形線圈的轉矩 …… 23
24.電磁感應之定律 …… 24
25.弗來明右手定律 …… 25
26.自感 …… 26
27.螺管線圈之自感 …… 27
28.互感 …… 28
29.線圈間之互感 …… 29
30.自感與互感之關係 …… 30
31.磁場能量 …… 31
32.和靜電有關的庫倫定律 …… 32
33.電荷與電場 …… 33
34.高斯定理 …… 34
35.帶電體所形成的電場 …… 35
36.源像法 …… 36
37.帶電體所產生的電位 …… 37
38.電介量密度與電介通量 …… 38
39.靜電容 …… 39
40.電容器之接線 …… 40
41.電場能量 …… 41
42.靜電容器與電阻 …… 42
43.正弦波交流電壓及其向量表示 … 43
44.基本電路 …… 44
45.R－L－C之串聯電路 …… 45
46.串聯諧振 …… 46
47.R－L－C之並聯電路 …… 47
48.並聯諧振 …… 48
49.向量之複數表示 …… 49
50.交流之複數表示（符號法）…… 50
51、阻抗之複數表示 …… 51
52.串聯電路之複數計算 …… 52
53.並聯電路之複數計算 …… 53
54.單相交流功率之符號法表示 …… 54
55.在交流電路的克希荷夫定律 …… 55
56.戴維寧定理 …… 56
57.重疊之理 …… 57
58.電橋電路 …… 58

59.含有互感的電路(1) ………………… 59
59.含有互感的電路(2) ………………… 60
60.四端網路(1) ………………………… 61
60.四端網路(2) ………………………… 62
61.對稱三相交流之向量與符號法表示 63
62.無論電源負載都是Y接線時之線電壓
及線（相）電流 ……………………… 64
63.無論電源電荷都是三角接線那時候的
相電流及線電流……………………… 65
64.Δ—Y互相變換 …………………… 66
65.V接線之電壓電流 ………………… 67
66.V接線變壓器之功率、利用率 … 68
67.不平衡負載(1)Δ接法 …………… 69
67.不平衡負載(2)Y接法 …………… 70
68.三相功率（平衡負載）…………… 71
69.使用二瓦特計法求三相功率之方法 72
70.失眞波交流之電壓電流 ………… 73
71.失眞波三相交流 ………………… 74
72.變壓器之應電勢．匝比 ………… 75
73.變壓器之電壓電流 ……………… 76
74.變壓器之簡易等效電路 ………… 77
75.變壓器之電壓調整，百分率阻抗… 78
76.變壓器之損失、效率…………… 79
77.變壓器之並聯運轉 ……………… 80
78.變壓器之三相接線 ……………… 81
79.特殊變壓器 ……………………… 82
80.感應電動機之旋轉速率、同步速率
、轉差 ……………………………… 83
81.感應電機之應電勢、電流 ……… 84
82.繞組係數 ………………………… 85
83.感應電動機之簡易等效電路 …… 86
84.感應電動機之次級輸入、次級銅損失
、輸出、轉矩 ……………………… 87
85.感應電動機之比例推移 ………… 88
86.感應電動機之圓線圖（海得蘭氏法） 89
87.感應電動機之起動 ……………… 90
88.同步機器之應電勢……………… 91
89.同步發電機之輸出、負載角、
電容、效率…………………………… 92
90.同步發電機之特性 ……………… 93
91.同步發電機之並聯運轉………… 94
92.同步電動機之應電勢、輸出、輸入 95
93.直流發電機之應電勢…………… 96
94.直流發電機之特性 ……………… 97
95.直流電動機之速度特性 ………… 98
96.直流電動機轉矩………………… 99
97.直流電動機之輸出 ……………… 100
98.直流機效率……………………… 101
99.汞弧（汽）整流器之電壓比、
陽極電流比及效率………………… 102
100.矽控整流器（閘流體或SCR） 103
101.三相分繞整流子電動機之特性 … 104
102.磁性放大器之特性 …………… 105
103.電磁鐵之吸引力 ……………… 106
104.靜水壓 ………………………… 107
105.流體之運動 …………………… 108
106.理論水力與發電廠輸出 ……… 109
107.調整池之容量 ………………… 110
108.水路截面積、坡度及流速 …… 111
109.水壓管之尺寸 ………………… 112
110.水輪機之特性 ………………… 113
111.汽水之能量 …………………… 114
112.燃料發熱量與燃燒量所需的空氣量 115
113.鍋爐容量與鍋爐效率 ………… 116
114.汽輪機之特性 ………………… 117
115.內燃機之輸出 ………………… 118
116.汽力發電場之熱效率 ………… 119
117.原子能 ………………………… 120

118.輸配電方式 …………………… 121
119.輸配電線之線路常數 …………… 122
120.短矩離輸電線之壓降、電壓調整 123
121.配電幹線之壓降 ………………… 124
122.負載功率因數之改善 …………… 125
123.功率圓線圖 ……………………… 126
124.配電用變壓器之容量 …………… 127
125.輸配電線之短路電流 …………… 128
126.輸配電線之通地電流，抑弧線圈 129
127.對稱座標法 ……………………… 130
128.進行波 …………………………… 131
129.架空電線之鬆弛 ………………… 132
130.支持物之強度 …………………… 133
131.發光強度與亮度 ………………… 134
132.照度與光通量發散度 …………… 135
133.有關溫度輻射之定律 …………… 136
134.白熾燈泡之電壓特性 …………… 137
135.光度計之原理 …………………… 138
136.配光曲線與光通量 ……………… 139
137.魯梭圖 …………………………… 140
138.來自點光源的照度 ……………… 141
139.來自面光源的直射照度 ………… 142
140.室內全般照明之設計 …………… 143
141.電熱 ……………………………… 144
142.高頻加熱 ………………………… 145
143.電力乾燥 ………………………… 146
144.升降機，起重機用電動機之所需輸出 …………………………………… 147
145.泵、鼓風機用電動機之所需輸出 148
146.電車之特性 ……………………… 149
147.電車之列車阻力，加速功 ……… 150
148.電車之制動度，制動距離 ……… 151
149.電解之所需功率量 ……………… 152
150.電池之電動勢、效率 …………… 153
151.自動控制系統之轉移函數 ……… 154
152.自動控制系統之方塊圖 ………… 155
153.自動控制系統之暫態響應 ……… 156
154.波德圖 …………………………… 157
155.自由電子 ………………………… 158
156.電子之運動 ……………………… 159
157.熱電子之發射 …………………… 160
158.真空管之3／2次方定則 ……… 161
159.真空管之三常數 ………………… 162
160.放大電路之雜音 ………………… 163
161.真空管之等效電路 ……………… 164
162.電壓放大度與電壓增益 ………… 165
163.抗流圈及變壓器耦合放大電路 … 166
164.CR耦合放大電路 ……………… 167
165.功率放大電路（輸入電壓一定） 168
166.功率放大電路（無失真最大輸出）169
167.調諧電路 ………………………… 170
168.高頻放大電路 …………………… 171
169.負反饋放大電路 ………………… 172
170.LC振盪電路 …………………… 173
171.CR振盪電路 …………………… 174
172.振幅調變電路 …………………… 175
173.頻率調變（調頻）電路 ………… 176
174.整流電路之特性 ………………… 177
175.半波整流電路 …………………… 178
176.全波整流電路 …………………… 179
177.平流電路 ………………………… 180
178.電晶體之靜態特性 ……………… 181
179.電晶體之 h 參數 ……………… 182
180.電晶體放大電路 ………………… 183
181.半波長天線（雙極天線） ……… 184
182.垂直接地天線 …………………… 185
183.電視電波 ………………………… 186
184.饋電路 …………………………… 187
附錄 ………………………………… 188

1. 歐姆定律

［1］ 電流強度

$$I=\frac{Q}{t}[\mathrm{A}] \qquad (1)$$

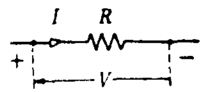

圖1

I：電流［A］，Q：電荷［C］，t：時間［sec］

［2］ 歐姆定律（圖1）

$$I=\frac{V}{R}[\mathrm{A}],\quad V=RI\,[\mathrm{V}],\quad R=\frac{V}{I}[\mathrm{A}]$$

I：電流［A］，V：電壓［V］，R：電組［Ω］

【例題】 50C的電荷在10秒鐘之間通過導線時，流通多少電流？

【解】 將數值代入於公式(1)

$$I=\frac{Q}{t}=\frac{50}{10}=5\mathrm{A}$$

【例題】 若有3A電流流通一分鐘，則共有幾個電子會移動？已知一個電子之電荷爲−1.602×10^{-19}C。

【解】 假設一個電子之電荷爲e［C］，則所移動的電子個數n爲Q/e，故應用公式(1)。

$$n=\frac{Q}{e}=\frac{It}{e}=\frac{3\times60}{1.602\times10^{-19}}=\frac{112.4}{10^{-19}}=11.24\times10^{20}\text{ 個}$$

【例題】 試將100V電壓加於25Ω電組線，結果流通幾A電流？

【解】 將數值代入於公式(2)

$$I=\frac{V}{R}=\frac{100}{25}=4\mathrm{A}$$

【例題】 使30mA電流流通於5kΩ電阻器時，加於電阻器的電壓爲nV？

【解】 將數值代入於公式(2)

$$V=RI=5\times10^{3}\times30\times10^{-3}=150\mathrm{V}$$

【參考】

符號	M	k	m	μ	p
名稱	百萬 歐姆	仟倍	毫	微	微微
大小	10^{6}	10^{3}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-12}

MEMO 歐姆定律 歐姆（Georg Simon Ohom，1787～1854，德國）於1872年根據實驗發現的定律。當初是使用伏打電池做爲電源，把各種電阻體連結起來，測定流過於這裡的電流強度，但由於電動勢隨電流之變化而顯著的發生變化。所以，結果不很正確。後來接受Poggendorf之忠告，使用使銅與鉍之熱電偶兩端保持0°C與100°C，做爲電源，獲得了良好的結果。因此，這是在熱電現象的席貝克效應（Seebeck effect）之發現（1821年）以後的事。

2．電阻之連接

［1］ 串聯接線 $R = R_1 + R_2 + \cdots\cdots + R_n$（圖 1） (1)

［2］ 並聯接線 $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \cdots\cdots + \dfrac{1}{R_n}$（圖 2） (2)

［3］ 並聯電路 （圖 3）

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\ ,\ I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I\ ,\ I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \qquad (3)$$

R：組合電阻［Ω］，R_1，R_2，R_n：各電阻［Ω］，I，I_1，I_2：電流［A］

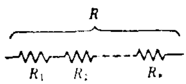

圖 1

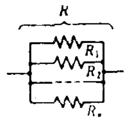

圖 2

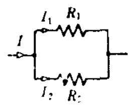

圖 3

【例題】 將 20 Ω 與 30 Ω 電阻連接成串聯，加 100V 電壓於它的兩端的結果，會流通幾 A 電流？加於各電阻的電壓各幾 V ？

【解】 根據歐姆定律與公式(1)，求所要求的電流 I 。

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} = \frac{100}{20 + 30} = 2\text{ A}$$

其次，加於 20 Ω 的電壓 V_1 及 30 Ω 的電壓 V_2 如下，

$$V_1 = R_1 I = 20 \times 2 = 40\text{ V},\ V_2 = R_2 I = 30 \times 2 = 60\text{ V}$$

【例題】 將 10 Ω，15 Ω 及 30 Ω 等三個電阻連接成並聯的時候，組合電阻爲幾 Ω ？

【解】 將數值代入於公式(2)

$$R = \frac{1}{\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{30}} = 5\ \Omega$$

【例題】 在圖 4 所示電路上，端子 a ，b 間之組合電阻有幾 Ω ？

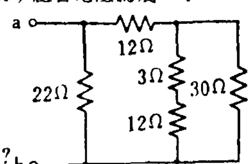

圖 4

【解】 圖 4 的電路是使用公式(1)，(2)，(3)，依圖 5 所示依次變形，而端子 a ，b 間之組合電阻爲 $R_{ab} = 11\ \Omega$

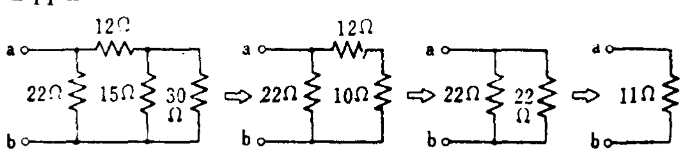

圖 5

MEMO 串接 $V_1 : V_2 : V_3 : \cdots\cdots : V_n = R_1 : R_2 : R_3 : \cdots\cdots : R_n$

並接 $I_1 : I_2 : I_3 : \cdots\cdots : I_n = \dfrac{1}{R_1} : \dfrac{1}{R_2} : \dfrac{1}{R_3} : \cdots\cdots : \dfrac{1}{R_n}$

3. 電池之連接

[1] 電流與終端電壓（圖 1 ）

$$V = E - rI \; [\mathrm{V}],\quad I = \frac{E}{R+r} \; [\mathrm{A}] \qquad (1)$$

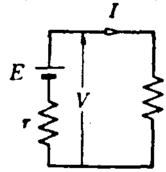

圖 1

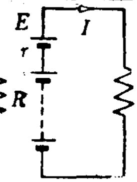

圖 2

[2] 電池之串聯接法（圖 2 ）

$$I = \frac{nE}{R+nr} \; [\mathrm{A}] \qquad (2)$$

[3] 電池之並聯接法（圖 3 ）

$$I = \frac{E}{R+\frac{r}{n}} \; [\mathrm{A}] \qquad (3)$$

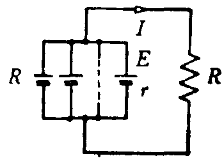

圖 3

E：電池的電動勢［ V ］，r：電池的內電阻［ Ω ］，V：電池的終端電壓［ V ］，I：電流［ A ］，R：負載電阻［ Ω ］，n：相等的電池個數

【例題】 試將 4.7 Ω 負載電阻連接於電動勢 45 V ，內電阻 0.3 Ω 的電池，結果，流通於電池的電流及電池的終端電壓各有多少？

【解】 將數值代入於公式(1)

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{45}{4.7+0.3} = 9\mathrm{A}$$

$$V_t = E - rI = 45 - 0.3 \times 9 = 42.3\mathrm{V}$$

【例題】 將 1 Ω 負載電阻連接於某電池，結果流通 10 A 電流，而連接 0.4 Ω 負載電阻，則流通 20 A。試求此電池之電動勢及內電阻。

【解】 將各情形下的數值代入於公式(1)。

$$10 = \frac{E}{1+r} \quad \therefore 10 + 10r = E \qquad \therefore r = 0.2\,\Omega$$

$$E = 12\mathrm{V}$$

$$20 = \frac{E}{0.4+r} \quad \therefore \; 8 + 20r = E$$

【例題】 將 8 個由電阻 1 Ω，電動勢 1.5 V 的電池連接成串聯，在它的兩端連接 7 Ω 負載電阻，則將會流通幾 A 電流？如果使用導線把這兩端短路，會流通幾 A 的短路電流？

【解】 將數值代入於公式(2)，求負載電流 I 及短路電流。

$$I = \frac{nE}{R+nr} = \frac{8 \times 1.5}{7 + 8 \times 1} = 0.8\mathrm{A}$$

$$I_s = \frac{nE}{nr} = \frac{8 \times 1.5}{8 \times 1} = 1.5\mathrm{A}$$

MEMO 伏打（Alessandro Volte ，1745～1827 ，意大利人）於 1799 年發明伏打電池。在這以前只知道有靜電，所以發明可以獲得連續電流的電池。

4. 克希荷夫定律

［1］ 第一定律（圖1）

$$I_1+I_2+I_3+\cdots\cdots+I_n=0 \qquad (1)$$

I_1，I_2，I_n：流進於電路一個連接點的電流。

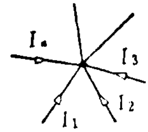

圖1

［2］ 第二定律（圖2）

$$E_1+E_2+\cdots\cdots+E_n+(-R_1I_1)+(-R_2I_2)+\cdots\cdots+(-R_nI_n)=0 \qquad (2)$$

E_1，E_2，E_n：含於一個閉電路的電動勢，R_1I_1、R_2I_2，…，R_nI_n：各閉電路各部的壓降（Voltag'e drop，但是繞閉電路一周的方向與相反的電動勢及電流假設為負。

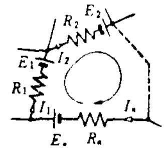

圖2

【例題】 圖3的電路上，流經各電阻R_1，R_2，R_3的電流有幾A？但是 $E_1=12$V，$E_2=8$V，$E_3=4$V，$R_1=10\,\Omega$，$R_2=2\,\Omega$，$R_3=5\,\Omega$

【解】 依照圖上所示決定各部電流，則應用公式(1)，

$$I_1+I_2+I_3=0 \qquad (1)$$

而且，在閉電路Ⅰ及閉電路Ⅱ，適當應用公式(2)，

$$10I_1+12-8+2I_2=0 \qquad \therefore 5I_1-I_2=2 \qquad (2)$$

$$2I_2+8-4+5I_3=0 \qquad \therefore 2I_2-5I_3=4 \qquad (3)$$

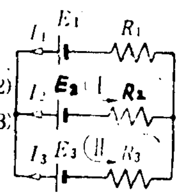

圖3

根據公式(1)，(2)將I_3消除，則

$$5I_1+7I_2=4 \qquad (4)$$

解公式(2)，(4)，求I_1，I_2，然後代入於公式(1)，求I_3，得

$$I_1=0.45\text{A},\ I_2=0.25\text{A},\ I_3=-0.7\text{A}$$

【例題】 連結著五個電阻的圖4的電路之a，b端子間之組合電阻多少？

【解】 如係電阻之串聯，並聯接法之組合，並不能求出組合電阻，故須加電動勢E於a，b端子間，應用克希荷夫定律計算流經E的電流I，定為$R=E/I$，求組合電阻。而且利用從饋電端看來，以電路形式互相成對稱的分路的電流相等這一個原理，依圖所示，將未知電流之數定為最小限。在閉電路Ⅰ及Ⅱ，適用公式(2)，

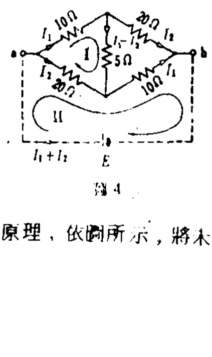

圖4

$$-10I_1-5(I_1-I_2)+20I_2=0 \qquad \therefore 3I_1-5I_2=0$$

$$-20I_2-10I_1+E=0 \qquad \therefore 10I_1+20I_2=E$$

將它解之，

$$I_1=\frac{E}{22},\ I_2=\frac{E}{22}\times\frac{3}{5} \qquad \therefore R=\frac{E}{I_1+I_2}=13.75\,\Omega$$

MEMO 克希荷夫（Gustay Roberr Kirchoff，1824～1887，德國人）除了1849年的克希荷夫定律外，還有光學、力學、音響學、熱學等許多功績。

5．惠斯登電橋

平衡條件（圖 1）

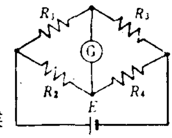

圖 1

$$R_1R_4 = R_2R_3 \qquad R_3 = \frac{R_1}{R_2}R_4 \qquad \cdots\cdots(1)$$

R_1，R_2，R_3，R_4：電流不流通於電流計（galvanometer）G 那時候的各邊電阻

因此，可以根據 R_1，R_2，R_4 之電阻值求未知電阻 R_3。

【例題】 圖 2 的電路上，即使將開關 S 予以開閉，電流計 G 依然不振擺。其電阻 x 幾 Ω？

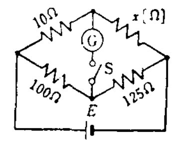

圖 2

【解】 將數值代入於公式(1)，

$$x = \frac{R_1}{R_2}R_4 = \frac{10}{100} \times 125 = 12.5\ \Omega$$

【例題】 圖 3 的電路上，即使將開關 S 予以開閉，全電流 I 依然不變。試求 a，b 端子間之組合電阻。

【解】 所謂全電流 I 依然不變，是各邊的電流不發生變化所致。因此，應用公式(1)，

$$x = \frac{10}{5} \times 10 = 20\ \Omega$$

而且，因 c，d 間沒有電位差，所以即使啓開 c，d 間，使用導線將其短路，全電流 I 也依然不發生變化。也就是說，a，b 端子間的組合電阻不發生變化，所以，

(a) 將 c，d 間開放（圖 4），

$$R_{ab} = \frac{(10+20)\cdot(5+10)}{(10+20)+(5+10)} = 10\ \Omega$$

(b) 將 c，d 間短路（圖 5），

$$R_{ab} = \frac{10 \times 5}{10+5} + \frac{20 \times 10}{20+10} = 10\ \Omega$$

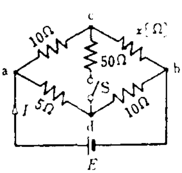

圖 3

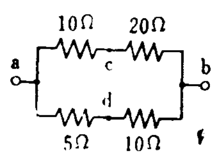

圖 4

【例題】 以前題爲例試求流經電阻 x 的電流對全電流 I 之比。

【解】 和前題一樣，求 $x = 20\ \Omega$，其次，依圖 4 所示接成並聯電路，以下式求流經電阻 x 的電流 I_x。

$$I_x = \frac{5+10}{(10+20)+(5+10)} \times I = I \times \frac{1}{3} \qquad \therefore \frac{I_x}{I} = \frac{1}{3}$$

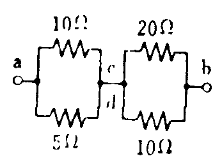

圖 5

MEMO 惠斯登電橋用以測定電阻的較代表性的裝置，於 1834 年由惠斯登（Charles Wheatstone，1802～1875，英國）發展達到實用化。

6. 分流器與倍增器

［1］ 分流器（圖1）

$$I = \left(1 + \frac{r_a}{R_S}\right) I_a \ [\mathrm{A}] \qquad (1)$$

I：測定電流［A］，L_a：流通於安培計的電流［A］，r_a：安培計的內電阻［Ω］，R_S：分流器之電阻［Ω］，（$1 + r_a/R_S$）：分流器之倍增因數

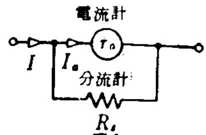

圖1

［2］ 倍增器（圖2）

$$V = \left(1 + \frac{R_m}{r_v}\right) V_v \ [\mathrm{V}] \qquad (2)$$

V：測定電壓［V］，V_v：加於伏特計的電壓［V］，r_v：伏特計的內電阻［Ω］，R_m：倍增器之電阻［Ω］，（$1 + R_m/R_v$）：倍增器之倍增因數。

【例題】 使用內電阻10Ω，最大刻度50mV的直流毫伏計（millivolt meter），做為能測定至150A的安培計，則分流器之電阻需要多少？如果做為測定至300V為止的伏特計，則倍增器需多少之電阻？

【解】 根據歐姆定律計算直流毫伏計之最大電流I_a。

$$I_a = \frac{50 \times 10^{-3}}{10} = 5 \times 10^{-3}\ \mathrm{A}$$

因此，所求的分流器之電阻R_S則將公式(1)變形，

$$R_S = \frac{I_a}{I - I_a} r_a = \frac{5 \times 10^{-3}}{150 - 5 \times 10^{-3}} \times 10 \fallingdotseq 0.00033\ \Omega$$

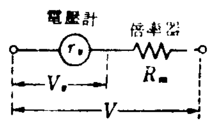

圖2

而且，所求的倍增器之電阻R_m則將公式(2)變形，

$$R_m = \frac{V - V_v}{V_v} r_v = \frac{300 - 50 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-3}} \times 10 \fallingdotseq 60 \times 10^3\ \Omega = 60\mathrm{k}\ \Omega$$

【例題】 如圖3所示，使用伏特計V與安培計A，求未知電阻R。現在假設a，b間的電壓保持一定，把開關S關，伏特計就指示123V，安培計指示2.24A；S開，則指示2.2A，設安培計的電阻0.1Ω，試求未知電阻。

【解】 假設a，b間的一定電壓為V_{ab}，適用歐姆定律，

S關時， $V_{ab} = 2.24 \times 0.1 + 123$

S開時， $V_{ab} = 2.2(0.1 + R)$

$\therefore 2.2(0.1 + R) = 2.24 \times 0.1 + 123$

$\therefore R \fallingdotseq 55.9\ \Omega$

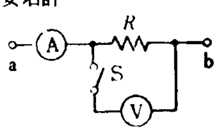

圖3

MEMO 通常使用在動圈式量度儀器附加分流器的直流用安培計及伏特計。以安培計來說，使分流器之壓降約為50mV，使用毫伏計將之測定；伏特計使倍增器之電流約在5mV以下，使用毫安計測定。

7. 導體的電阻

[1] 導體電阻 $R = \rho \dfrac{l}{S}$ [Ω] (1)

ρ：電阻係數 [Ωm]，l：長度 [m]，S：截面積 [m²]

[2] 傳導係數（conductivity）與電導（conductance）

$$\left.\begin{aligned}\text{傳導係數}\ \sigma &= \frac{1}{\rho}\ [\ \mho/\text{m}\ ]\\ \text{電導}\ \ G &= \frac{1}{R}\ [\ \mho\ ]\end{aligned}\right\}\quad (2)$$

【例題】 電阻係數 1.724×10^{-8} Ωm 截面積 5 mm² 的銅線長度每 1 km 電阻有幾？

【解】 將數值代入於公式(1)

$$R = \rho \frac{l}{S} = 1.724 \times 10^{-8} \times \frac{10^3}{5 \times 10^{-6}} = 3.448\ \Omega$$

【例題】 使用直徑 0.5 mm 的鎳鉻線，欲產生 100 Ω電阻時，需要多長？設鎳鉻線之電阻系數為 110 μΩ cm 。

【解】 截面積 $S = \dfrac{\pi}{4} d^2 = \dfrac{\pi}{4} \times (0.5 \times 10^{-3})^2 \fallingdotseq 0.1964 \times 10^{-6}\,\text{m}^2$

電阻係數 $110\,\mu\Omega\,\text{cm} = 110 \times 10^{-6} \times 10^{-2} = 110 \times 10^{-8}\ \Omega\text{m}$

因此，應用公式(1)

$$l = R \frac{S}{\rho} = 100 \times \frac{0.1964 \times 10^{-6}}{110 \times 10^{-8}} \fallingdotseq 17.85\ \text{m}$$

【例題】 長度 106.3 cm，截面積 1 mm² 的水銀柱之電阻為 1 Ω。試求水銀（汞）之電阻係數及傳導係數。

【解】 應用公式(1)求電阻係數，

$$\rho = R \frac{S}{l} = 1 \times \frac{10^{-6}}{106.3 \times 10^{-2}} \fallingdotseq 94.1 \times 10^{-8}\ \Omega\text{m}$$

故，傳導係數即 $\sigma = \dfrac{1}{\rho} = \dfrac{1}{94.1 \times 10^{-8}} \fallingdotseq 1.063 \times 10^6\ \mho/\text{m}$

【例題】 將導線長度均勻的拉伸 n 倍，問電阻及電導變成原來的幾倍？

【解】 因拉伸前後的體積不變，故拉伸後的截面積為 $S' = S/n$ 。

因此 $R' = \rho \dfrac{l'}{S'} = \rho \dfrac{nl}{S/n} = n^2 \rho \dfrac{l}{S} = n^2 R$

$$\therefore \frac{R'}{R} = n^2,\quad \frac{G'}{G} = \frac{R}{R'} = \frac{1}{n^2}$$

MEMO 百分率傳導係數 電線通常以其傳導係數 σ　s 二者之比的百分率表示其傳導係數，稱此謂之百分率傳導係數。

亦即 百分率傳導係數 $= \dfrac{\sigma}{\sigma_s} \times 100\ \%$ 軟銅線：98 ～ 100 %　硬鋁線：61 %

8. 電阻體之溫度變化

[1] 電阻之溫度變化

$$R_2 = R_1 \{ 1 + \alpha_1 (t_2 - t_1) \} [\Omega] \qquad (1)$$

R_1、R_2：處於溫度 t_1 [°C]，t_2 [°C] 情況下的電阻值 [Ω]，α_1：溫度 t_1 [°C] 之電阻溫度係數 [1/deg]

[2] 電阻溫度係數

$$\alpha t = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 t} [1 / \deg] \qquad (2)$$

α_0，αt：處於溫度 0 [°C]，t [°C] 情況下的電阻溫度係數 [1/deg]

【例題】處於 20°C 時，電阻為 15 Ω的導線，則處於 60°C 時，有幾 Ω電阻？已知此導線處於 20°C 時之電阻溫度係數 0.004 [1/deg]。

【解】將數值代入於公式(1)

$$R_2 = 15 \{ 1 + 0.004 (60 - 20) \} = 17.4 \, \Omega$$

【例題】某發電機的繞組電阻在使用前是 0.05 Ω，開動後瞬即變成 0.06 Ω。試求開動中的繞組之溫度上升及溫度。已知周圍溫度 20°C，繞組處於 20°C 時之電阻溫度係數 0.00393 [1/deg]。

【解】假設繞組之溫度上升為 T，則將公式(1)變形

$$T = \frac{1}{\alpha_1} \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right) = \frac{1}{0.00393} \left(\frac{0.06}{0.05} - 1 \right) \fallingdotseq 50.9 \deg$$

因此，繞組的溫度　$t_2 = t_1 + T = 20 + 50.9 = 70.9$°C

【例題】軟銅線處於 0°C 時之電阻溫度係數多少？但是，已知軟銅線處於 20°C 那時候的電阻溫度係數 0.00393 [1/deg]。

【解】將公式(2)變形，即　$\alpha t = \dfrac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 t} = \dfrac{1}{1/\alpha_0 + t}$

因此，$\dfrac{1}{\alpha_0} = \dfrac{1}{\alpha t} - t = \dfrac{1}{0.00393} - 20 = 234.5$

$$\therefore \quad \alpha_0 = \frac{1}{234.5} = 0.00427 [1 / \deg]$$

【例題】將兩個處於 0°C 時之電阻為 R_1 及 R_2 [Ω]，電阻溫度係數 α_1 及 α_2 [1/deg] 的電阻線連接成串聯時，其組合電阻之電阻溫度係數有多少？

【解】使用公式(1)求處於 t [°C] 時之組合電阻 Rt，

$$Rt = R_1 (1 + \alpha_1 t) + R_2 (1 + \alpha_2 t) = (R_1 + R_2) + (\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2) t$$

$$= (R_1 + R_2) \left\{ 1 + \frac{\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2}{R_1 + R_2} \right\}$$

所以，此組合電阻之電阻溫度係數 α 如下，

$$\alpha = \frac{\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2}{R_1 + R_2} [1 / \deg]$$

MEMO　金屬的電阻溫度係數大部份是正，但是半導體或絕緣物大多數取負值，而錳則幾乎是零。

9．功率與電能

[1]　功率　$P=VI=I^2R=\dfrac{V^2}{R}$ [W]　　(1)

V：電壓 [V]，I：電流 [A]，R：電阻 [Ω]

[2]　電能　$W=Pt$ [J]　　(2)

P：功率 [W]，t：時間 [sec]

$1\ \mathrm{Wh}=3.6\times10^3\ \mathrm{J}$，$1\ \mathrm{kWh}=3.6\times10^6\ \mathrm{J}$

【例題】　100V 而流通 3 A 的電熱器之功率多少？

【解】　應用公式(1)，$P=VI=100\times3=300\mathrm{W}$

【例題】　每天每 6 個小時使用 5 個 60W 燈泡，使用三十天時之電能多少？

【解】　應用公式(2)

$$W=Pt=(60\times5)\times(6\times30)=54\times10^3\ \mathrm{Wh}=54\ \mathrm{kWh}$$

【例題】　將 100V 用 200W 燈泡，和 100V 用 600W 之燈泡接成串聯，加 200V 電壓於這裡的時候，各燈泡所耗功率多少？但是假設燈絲之電阻和溫度無干而一定。

【解】　應用公式(1)求 200W 及 100W 的燈泡之電阻 R_1，R_2。

$$R_1=\frac{V_2}{P_1}=\frac{100^2}{200}=50\ \Omega\text{，}R_2=\frac{V_2}{P_2}=\frac{100_2}{100}=100\ \Omega$$

所以，將兩個燈泡接成串聯，加 200V 那時候的電流 I 即，

$$I=\frac{V'}{R_1+R_2}=\frac{200}{50+100}=\frac{4}{3}\mathrm{A}$$

故，200W 的燈泡　$P_1'=I^2R_1=(\frac{4}{3})^2\times50=88.9\mathrm{W}$

100W 的燈泡　$P_2'=I^2R_2=(\frac{4}{3})^2\times100=177.8\mathrm{W}$

【例題】　將負載電阻 R [Ω] 連接於電動勢 E [V]，內電阻 r [Ω] 之電池，使電阻 R 之負載功率達到最大，則需 R 幾 Ω？那時候的最大功率多少？

【解】　根據圖 1 與公式(1)計算電阻 R 之負載功率 P。

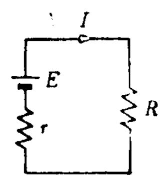

圖 1

$$P=I^2R=\left(\frac{E}{R+r}\right)^2R=\frac{E^2R}{(R+r)^2}$$

$$=\frac{E^2R}{(R-r)^2+4Rr}=\frac{E^2}{(R-r)^2/R+4r}$$

上式中，因 E 及 r 是一定的，所以 (　　) 內為 0 的時候分母為最小，而 P 則達到最大。

所以　$R=r$ [Ω] 時，$P_{max}=\dfrac{E^2}{4r}$ [W]。

MEMO〔匹配〕如前題所示，負載電阻和電源的內電阻相等的時候，負載功率達到最大，此就是叫做匹配。〔馬力〕表示機械動力的馬力，有英制馬力〔HP〕與法制馬力〔PS〕，1 HP = 764 W，1 PS = 735.5 W，電動機之馬力均採用英制馬力。

10. 焦耳定律

發熱量 $H=\frac{1}{4.186}Pt=0.24\ Pt$ [cal]　　　　(1)

P：消耗功率 [W]，t：時間 [sec]，4.186：熱功當量

1 kWh = 860 kcal

【例題】 將600W電熱器使用一分鐘時，所發生熱量有多少？

【解】 將數值代入於公式(1)

$$H=0.24\times600\times60=8.64\times10^{3}\ \text{cal}=8.64\ \text{kcal}$$

【例題】 如果以110 V使用100 V用電熨斗，則在同一時間內所發生熱量有幾倍？

【解】 應用公式(1)及第9頁公式(1)，

$$\frac{H_2}{H_1}=\frac{P_2}{P_1}=\frac{V_2^2}{V_1^2}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2=\left(\frac{110}{100}\right)^2=1.21\ \text{倍}$$

【例題】 每天須燃燒多少煤炭，每天才能夠發生90萬kWh電力?但是假設每1 kg 煤炭所具有的熱能爲6000 kcal ，其中，有效使用者，只有三成而已。

【解】 假設M [kg] 是所求的煤炭使用量，則因爲熱能的關係，

$$6000\times M\times0.3=860\times90\times10^{4}$$

$$\therefore\ M=\frac{860\times90\times10^{4}}{6000\times0.3}=430\times10^{3}\ \text{kg}=430\ \text{t}$$

【例題】 使用1 kW 電熱器，欲使2公升的水從15°C 加熱至75°C ，則須多少時間？假設電熱器發生熱量之80% 是給予水的。

【解】 假設所求時間的t [sec]，則根據公式(1)，

$$2\times10^{3}\times(75-15)=0.24\times10^{3}\times0.8\times t$$

將它解之，$t=625\text{s}=10$分25秒

【例題】 欲利用空氣循環將輸出1000 kW ，效率90% 的電化機器冷却時，假若空氣以15°C 進入，而以35°C出來則每秒所需要的送風量多少？假設空氣之比熱0.25 cal / g，密度1.23 g / l。

【解】 效率90%而輸出爲1000kW的話，輸入是1000 / 0.9kW ，所以，損失功率P及由於此損失而產生的發熱量H如下，

$$P=\frac{1000}{0.9}-1000=\frac{100}{0.9}\ \text{kW},\ H=0.24\times\frac{100}{0.9}\times10^{3}\ \text{cal/sec}$$

而且被所求的送風量Q [l/sec] 所攜走的熱量H' 如下，

$$H'=Q\times1.23\times0.25\times(35-15)\ \text{cal/sec}$$

因此，根據$H=H'$ ，$Q\fallingdotseq4.34\times10^{3}\ l/\text{sec}=4.34\ \text{m}^{3}/\text{sec}$

MEMO〔焦耳定律〕焦耳（James Prescott Joule，1818～1889，英國）曾根據實驗，於1840 年發現了以電流爲起因的發熱量，和電阻與電流之平方成比例，並且於 1834 年發現，1 cal 相當於 4.186 J 。

11. 和電解有關的法拉第定律

所釋出之質量　$M=\frac{1}{F}MQ$ [g]　　　　(1)

M：物質之化學當量（原子量／原子價），F：爲了要釋出公克當量（只有1化學當量的公克數）之物質而所需要的電量（電荷）[C]，M/F：電化學當量 [g/c]，Q：所流通的電量（電荷）[C]，在這裡，E 大約 96500 [C] 的一定之値，叫做1法拉第。

【例題】 在硝酸銀溶液中，通以10A 電流，5分鐘之間所釋出之銀多少？已知銀之電化學當量爲 11.18×10^{-4} g/C。

【解】 所通過的電量爲 $Q=It=10\times60\times5=3000$ C

所以，應用公式(1)，求銀之釋出量

$m=(M/F)Q=11.18\times10^{-4}\times3000=3.354$ g

【例題】 在電精製過程中，將一定的直流電流通以一晝夜，結果釋出了100 kg 銅。假設銅之電化學當量 3.292×10^{-4} g/C，則這時候所流通的一定電流強度有多大？

【解】 假設所要求的電流強度爲 I [A]，可以應用公式(1)

$100\times10^3=3.292\times10^{-4}\times I\times60\times60\times24$

$\therefore I\fallingdotseq3516$ A

【例題】 以1 kWh 功量，從硫酸銅溶液可以精製多少的銅？假設加於電解槽內的電極之電壓0.5V，銅之原子量63.54，原子價2，1 法拉第爲96500C。

【解】 所通過的電量 Q 爲，$Q=It=Pt/V=W/V=3.6\times10^6/0.5=7.2\times10^6$ C，

所以，將數值代入於公式(1)，計算所求的銅之釋出量。

$$m=\frac{1}{F}MQ=\frac{1}{96500}\times\frac{63.54}{2}\times7.2\times10^6=2.37\times10^3=2.37\text{ kg}$$

【例題】 要在半徑1 cm的銅片，鍍以厚度 10 μ 的銀，需費多少時間？假設電流密度 1 mA / mm²，銀之密度 10.3 g / cm³，電化學當量 11.18×10^{-4} g / C。

【解】 沾於銅板的銀之釋出量 m [g]，厚度 $10\,\mu=10\times10^{-6}$ m $=10\times10^{-6}\times10^2$ cm

所以，

$m=(\pi\times1^2)\times(10\times10^{-6}\times10^2)\times10.3=\pi\times1.03\times10^{-2}$ g

所流通的電流強度 I [A]，假設電流密度 i [A / mm²]，電流所流通的截面積爲 S [mm²]，則 $I=i\times S$，故

$I=(1\times10^{-3})\times(\pi\times1^2\times10^2)=\pi\times10^{-1}$ A

所以，將這些數值代入於公式(1)，計算所求的時間 t [sec]

$\pi\times1.03\times10^{-2}=11.18\times10^{-4}\times\pi\times10^{-1}\times t$

$\therefore t\fallingdotseq92$ sec $=1$分32秒

MEMO　法拉第（Michael Faraday，1791～1869，英國）於1821年發現電流與磁鐵之相互作用，1831年又發現電磁感應現象，1833年發現電解的定律和自感應現象，而於1837年獲得電磁場理論之基礎。其他，還發現法拉第效應和反磁性，功業彪炳。