

HELIU GONGCHENG WENTI SHUZHIMONI LILUN YU SHIJIAN



河流工程问题 数值模拟

理论与实践

刘培斌 耿六成 孙东坡 等编著

黄河水利出版社

河流工程问题数值模拟理论与实践

刘培斌 耿六成 孙东坡 等编著

黄河水利出版社

内 容 提 要

本书从基本理论与工程实践两方面系统详细地阐述了典型河流工程问题的数值模拟理论与方法。基础理论部分主要介绍了河流水沙数学模型的理论 and 数值计算方法;模拟区域洪水串流的水文水力学模型;数值模拟中所需的洪水水文分析与河床演变分析方法;数值模拟的后处理技术。工程实践篇介绍了各种典型河流工程问题数值模拟计算的实例,及各种特殊问题与边界条件的处理、分析方法。

本书可供从事河流工程规划、设计、研究的工程技术人员与科研人员使用,也可供水利、交通、地理类高等院校师生参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

河流工程问题数值模拟理论与实践/刘培斌等编著.
— 郑州:黄河水利出版社,1999.11
ISBN 7-80621-335-X

I. 河… II. 刘… III. 治河工程-数值模拟 IV. TV81

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 44687 号

责任编辑:武会先 杜亚娟

封面设计:谢 萍

责任校对:裴 惠

责任印制:常红昕

出版发行:黄河水利出版社

地址:河南省郑州市顺河路黄委会综合楼 12 层 邮编:450003

发行部电话:(0371)6302620 传真:6302219

E-mail:yrp@public2.zz.ha.cn

印 刷:黄河水利委员会印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:17.5

版 别:1999 年 11 月 第 1 版

印 数:1—1000

印 次:1999 年 11 月 郑州第 1 次印刷

字 数:403 千字

定 价:35.00 元

主 编 刘培斌
副主编 耿六成 孙东坡
编 委 彭文启 何书会 徐建新 娄运平

序

南水北调是解决我国北方地区水资源严重短缺问题的重大战略措施,是继三峡工程之后,我国水利建设史上又一宏伟巨筑。南水北调中线工程总干渠从丹江口水库至北京,全长1 246km,穿(跨)越伏牛山、太行山东麓 600 余条大小河流并阻截改变了山前部分坡水区洪水自然流向。总干渠河北省段多为季节性河流,在河渠交叉地带,一些大、中河流河床多呈宽浅型,无明显主槽,河床多由砂卵石组成。遇大洪水时,河道冲淤剧烈,洪水前后河床断面往往面目全非;中小河流及坡水区则源短流急,防洪标准低,遇大洪水时即漫溢横流连成一片,相邻河流难以分界。因此,如何进行交叉建筑物工程布置,包括工程位置、长度、型式和基础及越(跨)河建筑物埋置深度,如何确定中小河流与坡水区排水规模和渠堤设防水位,是确保中线工程安全的重大课题。

1994 年中线工程进入初步设计以来,一些高等院校的老师、教授和设计单位的工程技术人员,通过对河北省十条河流交叉工程和坡水串流区的设计实践,对上述课题进行了联合系统攻关。对河流工程问题的数值模拟理论进行了积极认真地研究探索,结合实际工程问题,逐步解决了宽浅游荡性河流二维水沙运移数值模拟、分叉河流洪水演进分析、无明显分水岭中小流域水文水力学模型等难题。本书的作者们都是参与该项攻关的专家和技术骨干,他们依靠不断探索、不断创新的勇气,本着博采众长、精益求精的精神,特别是理论研究与设计工程实践紧密结合的思路方法,使该项研究收到了很好的效果。众多技术难题的解决也使河流工程问题的数值模拟理论有了一个新的提高。现在,本书的几位作者将他们的研究成果、经验与体会,系统整理,辑书出版,相信这对河流工程领域的研究会有更大的推动作用。

科学技术是第一生产力。南水北调中线工程建设是一个需要科技支持的重大水利设施,同时也是一个全面提高水利科技工作水平的良好契机。希望有更多的科技工作者投入到南水北调工程技术创新上来,为我国水利建设事业作出更大的贡献。

郑德明

1999 年 8 月

注:郑德明同志系河北省水利厅原厅长,1993 年以来任河北省南水北调筹备处主任,对该课题的研究给予了全面支持和指导。

前 言

随着国家水资源开发建设和交通运输建设事业的飞速发展。一些工程项目如南水北调中线工程、占滩公路工程等都需研究工程修建后可能对河流及工程自身产生的影响,要求解决工程设计中与河流相关的一些问题。

近年来,我们参与了近十条河流交叉工程问题的研究,参与了串流区问题的数值模拟工作,及高速公路占滩问题的研究。涉及的河流有山丘区类和平原类,涉及的河型有宽浅游荡型、分汊型和窄深型等,涉及的工程有渡槽、倒虹吸、公路与铁路等。

正是在这一背景下,我们以基本理论与实际应用并重为出发点,将所做的工作,选辑典型实例,编成此书。本书共分十一章,其中第二章至第六章主要介绍河流工程问题数值模拟的基本理论,第七章主要介绍河流模拟的可视化技术,第八章至第十一章为工程实践篇,主要介绍数值模型的应用实例。

全书由刘培斌主编,耿六成、孙东坡为副主编并定稿。参加各章节编写的有:刘培斌(第一章、第四章、第十章、第十一章第一、二节),耿六成(第八章),孙东坡(第六章第六节、第八章),彭文启(第二章、第三章、第七章),何书会(第五章),徐建新(第九章第一至八节),娄运平(第九章第九节、第十一章第三节)。

本书是编著者近几年在河流工程问题数学模型方面所做工作的一个较全面的总结。相信这本书对于推动河流模拟(特别是解决实际工程问题)的发展是有所裨益的。

由于编著者学识有限,书中谬误在所难免,恳望读者不吝指正。

编著者

1999年8月

目 录

序
前言

上篇 基本理论篇

第一章 绪论	(1)
第二章 河流数值模拟控制方程	(4)
第一节 水流流动控制方程.....	(4)
第二节 泥沙运动控制方程.....	(13)
第三章 河流模拟的数值方法	(18)
第一节 离散化概念.....	(18)
第二节 有限差分法(FDM).....	(18)
第三节 一维河流水沙数学模型.....	(25)
第四节 平面二维水沙运动数学模型.....	(31)
第四章 串流区水文水力学模型	(40)
第一节 概述.....	(40)
第二节 流域水文水力学模型结构.....	(41)
第三节 区域水文水力学模型的建立.....	(43)
第五章 河流模拟中的水文分析	(58)
第一节 概述.....	(58)
第二节 历史洪水调查与分析.....	(59)
第三节 根据流量资料计算设计洪水.....	(65)
第四节 由暴雨资料推求设计洪水.....	(73)
第五节 设计洪水在南水北调工程中的分析计算实例.....	(88)
第六章 河床演变辅助分析	(98)
第一节 概述.....	(98)
第二节 冲积河流水沙运动特性.....	(98)
第三节 河流泥沙特性.....	(99)
第四节 推移质泥沙运动的基本规律.....	(106)
第五节 悬移质特性.....	(117)
第六节 河床演变.....	(127)
第七节 河床稳定性分析.....	(145)
第八节 高含沙水流运动规律.....	(150)

第七章 河流数值模拟可视化系统及其实现	(154)
第一节 概述.....	(154)
第二节 成果可视化过程.....	(155)
第三节 河流数值模拟成果可视软件 SVOFS(Scientific Visualization of Flows and Solutions)简介.....	(156)
第四节 河流数值模拟可视系统技术方法展望.....	(157)

下篇 工程实践篇

第八章 宽浅型河流工程问题的数值模拟	(158)
第一节 沙河交叉工程计算河段基本情况.....	(158)
第二节 沙河喉咽至京广铁路桥河段河床演变分析.....	(160)
第三节 沙河交叉工程河段水流及河床变形模拟计算成果.....	(163)
第九章 占滩河流工程问题的数值模拟	(187)
第一节 问题的提出与研究方法.....	(187)
第二节 研究河段的确定.....	(187)
第三节 研究河段基本情况.....	(188)
第四节 研究河段河床演变分析.....	(191)
第五节 二维水沙数学模型建立与计算方案的确定.....	(195)
第六节 模型校核及验证.....	(198)
第七节 不同方案河床及水流变化计算成果与分析.....	(200)
第八节 高速公路对滹沱河洪水的影响.....	(206)
第九节 对高速公路及河道整治工程措施的建议.....	(210)
第十章 串流区河流工程的数值模拟	(214)
第一节 研究区域的基本情况和工程问题.....	(214)
第二节 串流区水文水力学模型的建立.....	(215)
第三节 模型应用及成果分析.....	(218)
第十一章 交叉工程河段的数值模拟	(226)
第一节 七里河平面二维水沙数学模型及应用.....	(226)
第二节 白马河倒虹吸工程水流与河床变形数学模型及应用.....	(244)
第三节 李阳河平面二维水沙数学模型研究.....	(259)
参考文献	(269)

上篇 基本理论篇

第一章 绪 论

由于社会发展的需求,在河流上修建了各种工程建筑物。常见工程有与河道交叉的桥梁、渡槽、倒虹吸工程,有顺河修建的占滩公路,还有沿河修建的码头、河道整治工程等。无论从工程设计角度还是从河道防洪安全考虑,都需要了解这些河流工程与河流之间的相互影响关系,定量确定相互影响的程度和范围。河流模拟是预测其相互影响过程的重要研究手段。一般河流模拟有物理模拟与数学模拟两种类型。物理模拟即比尺模拟。该方法以其直观性和物理概念明确一直受到水利工程界的重视,但其模拟程度往往受模拟试验手段和比尺关系的限制,而且费用比较高昂,试验时间周期也相对较长。本书论及的是后一种模拟的方法,即河流工程的数值模拟问题。它具有省时、高效、无比尺影响等优点,目前正以强劲的势头发展,在众多河流工程问题上被广泛应用,取得了良好的效果。

河流数值模拟是以挟沙水流运动与河床演变控制方程为基础,以数值方法和计算机技术为手段,通过对河流的数值模拟计算,解决河流工程所关心的问题。它是近代水力学、流体力学、泥沙运动力学、数值计算方法和计算机科学相结合的产物。以动床为边界的挟沙水流运动是一个极其复杂的问题,模拟其流动与河床变形在基本理论和计算技术方面都有很大难度。虽然早在 20 世纪 40 年代初就有人提出了求解波动问题的双曲型偏微分方程的特征值理论,但首次使用一维数学模型模拟大型水库淤积与坝下冲刷,却是在 50 年代初由俄国人罗辛斯基和库兹明完成的。欧美一些学者也相继开展了水库、河口海岸一维和二维的数值模拟研究,我国在 50 年代后期也开始用一维数学模型进行水库与河道的变形计算。但是河流模拟的迅速发展崛起,却是在 70 年代末,随着计算机科学的迅猛发展而被带动起来的。作为一门能与具体工程紧密结合的新型实用科学,它以其自身优势,已形成河流模拟领域一个不可分割替代的科学分支。特别是进入 90 年代以后,迅速发展的二维和局部问题三维数学模型在河流工程建设中被广泛运用,发挥着日益重要而又显著的作用。

数学模型对河流模拟(仿真)的可靠度主要取决于两方面的问题:首先是反映水沙运动与河床变形的基本控制方程,其次是为求得控制方程数值解而采取的数值计算方法。前者可类比建筑物的设计图纸,后者可类比建筑物的制作工艺,两者缺一不可。

天然河流无时无刻不在变化、演进、发展。描述其水沙运动规律的方程,目前尚不完备;反映河床变形的控制方程更是难以精细。而河流模拟恰恰就是依据上述基本方程并考虑河流工程这一新嵌入的边界条件来再现河流变化的规律及对工程的影响。因此在

河流数值模拟的实现过程中，就不得不采用一些基本假设和一些概化方法，补充一些辅助方程，使求解问题在数学上更加完备。显然这使得数学模拟的“设计图纸”不可避免地“失真”，因此从理论上讲数学模拟是有局限性的。

另外要实现河流模拟，采用可靠有效的计算方法也是必不可少的。控制方程的离散化不可避免地要引入离散误差，计算过程中也会带来计算机的舍入误差。如果构造的离散化格式与数值计算方法（技巧）不好，非物理的数值效应就可能严重影响计算结果，使所得数值解背离原有的物理现象，这也会使河流模拟在实现过程中，由于“工艺、方法”问题也不可避免地会有所“失真”。

有鉴于上述两个问题，要想尽可能准确地实现河流模拟，提高计算结果的仿真度，还必须依靠一些辅助方法。一方面给数学模型以较合理、较可靠的边界条件和初始条件，通过分析，给出比较准确的概化进出口水沙条件（量及过程）和初始水沙条件。例如通过典型洪水及其过程的调查分析，给出准确可靠的特征洪水及洪水过程线。另一方面是依据大量实测水文、泥沙、河势、河床地形资料，通过河道查勘、洪水洪痕调查，对研究河段的河床演变和局部变形规律进行研究分析。从微观上讲，这种分析研究结果有助于对数学模型中一些重要控制参数的调试，如洪水河床、河滩阻力系数（糙率）、水流挟沙力与河床冲淤强度控制参数的确定等。从宏观上讲，河床演变的分析结果，有助于控制研究河段河床演变的趋势，确定研究河段冲淤变形的范围与程度。本书作者在进行不少河流工程数值模拟实践中，对此深有体会。因此在本书的编纂中，专门辟出两章讨论提高河流工程模拟仿真度的辅助方法，即第五章洪水调查与分析 and 第六章河床演变的辅助分析方法。这是一种新的尝试，意在说明我们进行河流工程问题的数值模拟计算时，一方面要关注数学模型本身的问题，另一方面也要以其他方面的辅助方法，以实测资料分析结果为模拟基础，完善河流模拟。

本书的基本理论篇介绍了河流模拟的理论和方法，涉及一维、平面二维水沙数学模型和反映区域洪水的水文水力学模型；工程实践篇，则根据不同河型、不同河流工程问题，介绍了本书作者自己所做的一些工程计算实例，希望能给读者一些启迪，使之能体会在数值模拟上针对不同河流及工程问题，所采用的一些方法、技巧。

书中编选的河流工程模拟实例有两个基本特点：一是为了尽可能广泛地反映一般河流工程问题研究涉及的领域，实例分成各具特点的四种类型；二是在介绍的工程实例中，强调了河流数值模拟计算与河床演变（资料）分析之间有机的结合。两者互相补充、验证，这是让数学模型计算成果应用于实际，准确、全面回答工程问题的重要基础。在工程实例介绍中还以适当篇幅介绍了洪水调查与设计部分内容，因为这是数学模型获得准确、合理的开边界条件、进行参数调试所必不可少的。

本书介绍的第一类实例是占滩高速公路问题。这类实例的特点是河流工程平行挤占河道，主要研究工程对河道行洪的影响以及工程自身的防冲保护问题。第二类实例是在典型冲积性河流上修建倒虹吸工程问题。这类实例的特点是河型宽浅多变，江心洲将河道分为两汉，河流工程是与河流交叉的工程，研究的焦点是河道两汉的分流比以及相应两汉交叉工程的合理布置。第三类实例介绍了其他河型河流交叉工程问题。这类实例的特点是研究河段的走向不同，数学模型变化相应地应有不同类型的计算开边界条件。另

外不同河型、不同的河床组成也使数值计算各具特色。第四类工程实例介绍的是串流区区域洪水影响研究问题。这类实例的特点是模型反映了降雨、坡面汇流及河道径流这一综合过程，是针对一个串流区的水文水动力学模型。另外需着重指出的是，串流区具有复杂的上、下、中、侧边界，而河流工程也是其中具有多个开边界条件的一部分边界。这些工程实例的研究计算结果已经被后来发生的洪水所验证，模拟分析成果比较可靠。研究成果大都已用于工程设计中，取得了较好的经济效益，并获得有关部门的嘉奖。

由于本书作者在河流工程模拟领域还缺少经验，所接触和涉及的问题还不够全面，处理某些问题的方法还有不少缺陷，希望通过这本书，将自己的经验、体会奉献给读者，以能起到抛砖引玉的作用，使河流工程问题的数值模拟更实用并且更可靠、更广泛地应用于造福人类的河流工程建设中。

在实际工作的计算分析过程中，河北省南水北调工程建设开发筹备处、河北省水利水电第二勘测设计研究院的同行与专家曾给予大力的支持和协助，在此一并致以最诚挚的谢意。

第二章 河流数值模拟控制方程

第一节 水流流动控制方程

一、雷诺时均方程

雷诺方程是研究紊流最基本的方程。流体运动从层流状态过渡到紊流状态以后,紊流并不破坏流体的连续性及其物理性质,也就是说流体仍是连续介质,其粘滞性等并不改变,粘性物体的应力应变关系仍然有效。按雷诺时均法,任一变量 φ 的时间平均值定义为

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \varphi(t) dt \quad (2-1)$$

式中, $\bar{\varphi}$ 为时均值, φ 为瞬时值, Δt 为取样时间间隔。所选取的 Δt 值应比紊流脉动的主周期大许多,以保证平均量的重复性,同时又比紊流非定常时均量的时间周期小,以避免将时均量的非定常化均化掉。物理量的瞬时值 φ 、时均值 $\bar{\varphi}$ 及脉动值 φ' 之间有如下关系:

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (2-2)$$

已知不可压缩流体的 N-S 方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \quad (2-3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \quad (2-4)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial wu}{\partial x} + \frac{\partial wv}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (2-5)$$

连续方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2-6)$$

式中, u, v, w 分别为 Cartesian 坐标 x, y, z 方向的速度分量; p 为压强; ρ 为水的密度; ν 为水体动力粘性系数; t 为时间。

将三个坐标方向的瞬时速度表示成时均值与脉动值之和,并代入连续方程,再对该式作时均运算,得

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2-7)$$

及

$$\frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}'}{\partial z} = 0 \quad (2-8)$$

显然,紊流速度的时均量及脉动量仍满足连续性方程。

以 x 方向动量方程为例,作类似于上面的处理,可得到 x 方向紊流时均量的运动方程:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{w})}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \overline{(u')^2} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \overline{u'w'} \right] \quad (2-9)$$

对其他两个方程也可作类似推导。现将连续方程及三个方向的动量方程以直角坐标系中的张量符号形式写出：

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (2-10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \end{aligned} \right. \quad (2-11)$$

方程(2-11)为守恒形式,如果在动量方程中考虑连续方程,则可进一步写成如下非守恒形式。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (2-12)$$

对流场中的标量夹带物 φ 作类似处理以后,得

$$\frac{\partial \bar{\varphi}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\varphi}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{\varphi}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_j \varphi'} \right) + S \quad (2-13)$$

为书写方便,在下文中将时均量的上划线省略。在时均量的方程(2-12)及(2-13)中,动脉量的二阶关联 $\overline{u'_i u'_j}$ 及 $\overline{u'_i \varphi'}$ 的地位和分子输送项类似,表示由脉动速度引起的动量和标量的输送。由于出现二阶关联这样的新未知数,时均量方程组其实是一组不封闭的方程组。自 1895 年 Reynolds 提出雷诺方程以来,研究者就一直试图建立紊流模型,以探求在时均求解过程中被概化丢失的紊流运动的信息。所谓的紊流模型乃是试图通过反映紊流运动的基本特征,给出紊流相关量的合理分布来封闭时均方程系统。

现在工程实用的紊流模型大都属涡粘模型,即把紊流相关量表示成涡粘系数的函数。Boussinesq(1877)假设,雷诺应力也同层流运动应力那样,可以与时均流速梯度联系起来,表示为

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2-14)$$

式中, δ_{ij} 为 Kronecker 数,且有

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

这里, k 表示紊动能,有

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (2-15)$$

式(2-14)中的 ν_t 称为涡粘系数,它是流场空间坐标的函数。需要指出的是, ν_t 取决于流动状态而不是物性参数,而水流运动粘性系数 ν 则是物性参数。

对于紊流异质传输问题,同样存在如何封闭时均方程的问题。参照上述紊流应力的模型,假定紊流异质传输与被传输量时均值的梯度成正比,即

$$-\overline{u'_i \varphi'} = D_t \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \quad (2-16)$$

式中, D_t 为紊流异质扩散系数, 它与流体物理性质无关, 而只决定于紊流的性质。

由涡粘系数 ν_t 及紊流异质扩散系数 D_t 组成的无量纲参数为

$$S_\alpha = \frac{\nu_t}{D_t} \quad (2-17)$$

S_α 称为紊流斯密特数。大量的试验表明在同一紊流中或者不同的紊流中, 这一无量纲数的变化不大, 可视为常数。

二、紊流模型

涡粘紊流模型在引入 Boussinesq 假设以后, 计算紊流切应力的关键就是如何确定 ν_t 。根据确定 ν_t 方法的不同, 可以将紊流模型区分为所谓的零方程模型、一方程模型及两方程模型等。下面简要介绍河流工程数值模拟中应用较广的零方程模型及两方程模型。

(一) 零方程模型

如果是通过代数关系而不是新增加描述紊流运动特征的偏微分方程来确定涡粘系数 ν_t , 则这类紊流模型被称为零方程模型。在以往的河流工程数值模拟中, 确定 ν_t 的方法有两种, 一是 ν_t 为常数; 二是采用普朗特混长模型。两种方法均属零方程模型, 而第一种方法则是零方程模型中最简单的一种。

普朗特仿照分子运动论中自由长度的概念, 提出了紊流中涡团混合长度概念, 认为紊流运动涡粘系数 ν_t 可表示为

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (2-18)$$

其中, u 为主流时均速度; y 是与主流方向相垂直的坐标; l_m 称为混合系数。混合长度的确定比较复杂, 常与流动类型有关。对于充分发展的河渠紊流, 混合长度可由尼古拉兹公式给出

$$\frac{l_m}{R} = 0.11 - 0.08 \left(1 - \frac{r}{R}\right)^2 - 0.06 \left(1 - \frac{r}{R}\right)^4 \quad (2-19)$$

这里, R 为断面水力半径。

在混合长度理论上构成的数学模型, 其计算相对来说要简单。所以在河流工程数值模拟中应用相当广泛。但混合长度理论是基于紊流局部平衡假设, 在物理概念上存在明显不足。

(二) 两方程模型 ($k - \epsilon$) 模型

在混长理论模型中, ν_t 与几何尺度及时均速度场有关, 而与紊流的物性参数无关, 这决定了混长理论的模型具有较大的局限性。一个模型如果能包含足够的信息以决定紊流速度尺度及紊流长度尺度, 则这个紊流模型是完全模型。两方程紊流模型是所有紊流模型中最简单的完全模型。两方程紊流模型都将紊动能方程作为第一个基本方程, 不同之处在于选取的第二个独立变量是不同的。如果说一个紊流模型有能力模拟复杂流动, 则它起码能够将简单的流动状态模拟得较为完善, 应该说两方程模型中的 $k - \epsilon$ 紊流模型得到了较

广泛的实践和应用,这是其他更复杂的紊流模型不具有的优势。二阶矩紊流模型具有一般涡粘模型不具有的许多能力,而且二阶矩紊流模型的研究已日益成熟,发展二阶矩紊流模型是紊流模拟计算的趋势。但同时也必须看到,用二阶矩紊流模型模拟紊流流动时,需引进大量的偏微分方程,有时多达二十余个,这对工程计算而言过于复杂,因此距广泛应用于实际模拟尚有很大的距离。

紊动能 k 及紊动能耗散率 ϵ 的紊动方程分别为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_1 P_k - \epsilon) \end{aligned} \quad (2-20)$$

$$P_k = - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2-21)$$

$k^{\frac{1}{2}}$ 可以作为紊流脉动速度的代表,紊动能耗散率

$$\epsilon = \nu \times \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2 = C_D k^{2/3} / l$$

其中, l 为紊流的长度尺度。将紊流速度尺度及紊流长度尺度代入 Kolmogorov Prandtl 关于 ν_t 的计算公式

$$\nu_t = C'_\mu k^{1/2} l \quad (2-22)$$

得到

$$\nu_t = C'_\mu k^{1/2} \frac{C_D k^{3/2}}{\epsilon} = C_\mu k^2 / \epsilon \quad (2-23)$$

其中, $C_\mu = C'_\mu C_D$ 。

在 $k - \epsilon$ 紊流模型中引用了五个模型常数,经过大量的试验及数值计算,研究者们在这五个常数取值上已基本趋于一致。其取值归纳如下: $C_\mu = 0.09$, $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$ 。

上面介绍的标准 $k - \epsilon$ 紊流模型是以各向同性紊动粘性为基础的。这使得模型区分不同方向各应力分量的能力较差,三维各向异性的工程紊流模拟目前仍存在很大的局限性,因此,研究者提出了各种各样的修正 $k - \epsilon$ 紊流模型。

三、水深平均平面二维数学模型

在宽浅水域中,水力参数在垂直方向的变化明显小于水平方向的变化,因而流动特征值可用水深平均的物理量表示,对于这类水流现象的模拟,通常可以采用水深平均的平面二维模型。

定义如图 2-1 所示的坐标系: $z = -h$, 表示床面位置; $z = \xi$, 表示自由水面; $H = \xi + h$, 即为总水深。垂线平均流速的表达式为:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{\xi + h} \int_{-h}^{\xi} u_i dz \quad (2-24)$$

式中, u_i 为时均流速在 i 方向上的分量; \bar{u}_i 为垂线平均流速在 i 方向上的分量。

根据莱布尼兹积分公式可知:

$$\int_{-h}^{\xi} \frac{\partial f}{\partial x_i} dz = \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{-h}^{\xi} f dz + f_{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x_i} + f_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x_i} \quad (2-25)$$

式中, $f = f(x, y, z, t), i = 1, 2$ 。

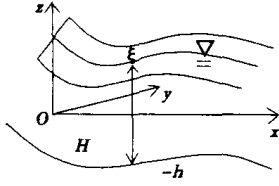


图 2-1 水深平均坐标系示意图

(一) 深度平均的连续方程

沿水深对连续方程积分, 有

$$\int_{-h}^{\xi} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz = 0 \quad (2-26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} v dz + w_s + w_b \\ & + u_b \frac{\partial(-h)}{\partial x} + v_b \frac{\partial(-h)}{\partial y} - u_s \frac{\partial \xi}{\partial x} - v_s \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (2-27)$$

式中, 下标 b 及 s 表示床底及水面。

因为

$$\begin{aligned} w_s &= \frac{d\xi}{dt} \\ &= u_s \frac{\partial \xi}{\partial x} + v_s \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial t} \end{aligned} \quad (2-28)$$

$$\begin{aligned} w_b &= \frac{d(-h)}{dt} \\ &= u_b \frac{\partial(-h)}{\partial x} + v_b \frac{\partial(-h)}{\partial y} + \frac{\partial(-h)}{\partial t} \end{aligned} \quad (2-29)$$

所以得到

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} v dz + \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0 \quad (2-30)$$

根据式(2-24) 有

$$\frac{\partial H\tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial H\tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0 \quad (2-31)$$

(二) 深度平均的动量方程

对 x 向动量方程(2-9)进行水深积分可得:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\xi} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} uv dz \\ & - \left[u_s \frac{\partial \xi}{\partial t} + u_s u_s \frac{\partial \xi}{\partial x} + u_s v_s \frac{\partial \xi}{\partial y} - u_s w_s \right] \\ & + \left[u_b \frac{\partial(-h)}{\partial t} + u_b u_b \frac{\partial(-h)}{\partial x} + u_b v_b \frac{\partial(-h)}{\partial y} - u_b w_b \right] \\ & = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} p dz + \frac{P_s}{\rho} \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{P_b}{\rho} \frac{\partial(-h)}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial u}{\partial x} - \overline{u'v'} \right) dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) dz \\ & - \left[v \frac{\partial u}{\partial x} - \overline{u'v'} \right]_s \frac{\partial \xi}{\partial x} - \left[v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right]_s \frac{\partial \xi}{\partial y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[v \frac{\partial u}{\partial x} - \overline{u'u'} \right]_b \frac{\partial(-h)}{\partial x} + \left[v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right]_b \frac{\partial(-h)}{\partial y} \\
& + \left[v \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{u'w'} \right]_s - \left[v \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{u'w'} \right]_b
\end{aligned} \quad (2-32)$$

这里假设压强服从静水分布,即

$$p = \rho g(\xi - z) + P_a \quad (2-33)$$

则
$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} p dz + \frac{P_s}{\rho} \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{P_b}{\rho} \frac{\partial(-h)}{\partial x} = -gH \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (2-34)$$

同时令
$$\tau_{bx} = \left[\mu \frac{\partial u}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right]_b \quad (2-35)$$

$$\tau_{sx} = \left[\mu \frac{\partial u}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right]_s \quad (2-36)$$

这里 τ_{bx} 及 τ_{sx} 分别表示 x 向的河床切应力分量和水面的风切应力分量。将(2-28)、(2-29)、(2-34)、(2-35)、(2-36)代入式(2-32),得

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\xi} u dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} uv dz \\
& = -gH \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial u}{\partial x} - \overline{u'u'} \right) dz \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) dz + \frac{\tau_{sx} - \tau_{bx}}{\rho}
\end{aligned} \quad (2-37)$$

根据水深平均定义,得到

$$\int_{-h}^{\xi} uu dz = H\tilde{u}^2 + \int_{-h}^{\xi} (u - \tilde{u})^2 dz \quad (2-38)$$

$$\int_{-h}^{\xi} uv dz = H\tilde{u}\tilde{v} + \int_{-h}^{\xi} (u - \tilde{u})(v - \tilde{v}) dz \quad (2-39)$$

最后可以获得水深平均后 x 向的动量方程:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \tilde{u}H}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}\tilde{u}H}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{u}\tilde{v}H}{\partial y} = -gH \frac{\partial \xi}{\partial x} \\
& + \frac{1}{\rho} [\tau_{sx} - \tau_{bx}] + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial u}{\partial x} - \overline{u'u'} \right) dz \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) dz + D_x
\end{aligned} \quad (2-40)$$

其中, $\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial u}{\partial x} - \overline{u'u'} \right) dz$ 及 $\frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) dz$ 为水深平均的紊流有效应力,可由涡粘模型概化确定。最后一项 $D_x = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} (u - \tilde{u})^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} (u - \tilde{u})(v - \tilde{v}) dz$,是由于流速沿水深分布不均匀而形成的,称为离散项,在实际计算中常被省略。

同理可以获得 y 向的水深平均方程:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \tilde{v}H}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}\tilde{v}H}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}\tilde{v}H}{\partial y} = gH \frac{\partial \xi}{\partial y} \\
& + \frac{1}{\rho} [\tau_{sy} - \tau_{by}] + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} \left(v \frac{\partial v}{\partial x} - \overline{u'v'} \right) dz
\end{aligned}$$