

国际奥林匹克竞赛学科编辑部编

国际奥林匹克竞赛专家委员会审定

# 国际奥林匹克竞赛

# 标准教材

主编 彭林

# 数学

小学六年级



# 国际奥林匹克竞赛 标准教材

小学六年级数学

主编 彭 林  
编者 彭 林 江兴代 杜小月  
夏 雨 欧阳秋 艾 雪

奥林匹克出版社

责任编辑/张 良

封面设计/李士英

**图书在版编目(CIP)数据**

数学, 小学六年级/彭林主编. —北京: 奥林匹克出版社, 2001.1

国际奥林匹克竞赛标准教材

ISBN 7-80067-203-4

I. 数… II. 彭… III. 数学课—小学—教材 IV. G624·501

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 86448 号

**国际奥林匹克竞赛标准教材**

小学六年级数学

彭 林 主编

奥林匹克出版社出版发行

沈阳市第二印刷厂印刷 新华书店经销

2001年1月第1版 2001年1月第1次印刷

开本: 880×1230毫米 1/32 印张: 64 字数: 1200千字

ISBN 7-80067-203-4/G·190

定价: 80.00元(全八册) 本册: 10.00元

## 前 言

奥林匹克知识竞赛是国内外著名的高水平知识竞赛。

自改革开放以来，奥林匹克知识竞赛传入我国，在全国各地广泛开展。近年来，各地的奥校、奥班更如雨后春笋，层出不穷，市场上各类辅导读物、练习卷、教材更是名目繁多、良莠不齐。

为广大读者能够获得真正科学、规范的奥林匹克教材和相应的试卷及辅导读物，使众多学子能够真正学习到科学、规范的奥林匹克各学科知识，我们特约请我国奥林匹克知识竞赛最早的倡议者、潜心于此事业的各学科专家以及长年从事奥林匹克知识教学的优秀教练员组成“国际奥林匹克竞赛学科编辑部”和“国际奥林匹克竞赛专家委员会”，双方通力合作，编写了这套《国际奥林匹克竞赛标准教材》系列丛书。

何谓“标准教材”？实难有统一的答案。然而本丛书的编写遵循了以下几条基本的科学原则：

一、它遵循奥林匹克知识竞赛所一贯提倡和推行的科学、严密、规范的基本原则；

二、它涵盖了国家教育部 2000 年春季颁布的最新《九年义务教育教学大纲》（修订版）所规定的各年级、各主要学科的全部知识内容；

三、它在涵盖新教学大纲内容的基础上，科学地加宽、扩大了知识内容；

四、它在加宽、扩大各学科知识内容的基础上，科学地加深、加难了知识内容；

五、它在各学科例题遴选上以我国各地奥赛经验为基础，向国

际奥林匹克知识竞赛课程靠拢；

六、它在各学科知识论述上深入浅出，清晰透彻，以便于读者自学。

本丛书在体例编排上力求务实、高效，使读者能用较短的时间获得较高的学习成绩，同时本丛书偏重于开拓解题思路和解题技巧，使读者通过本丛书的学习和训练，找到规律性的东西，从而达到举一反三的目的，并进而提高其整体素质。

集百花于一枝，汇群芳于一卷，是我们多年的夙愿。本丛书汇集和渗透了小学、初中、高中各学科专家和奥校优秀教练员多年教学经验和成果，特别是解题思路和方法，是他们多年教学经验的结晶，我们为能有这样高水平的专家、学者加盟这套丛书的撰写感到振奋和骄傲，同时这也是广大中、小学生的幸事。囿于我们水平有限，加之时间仓促，在编辑成书过程中难免会存在一些缺陷和遗漏，恳请广大读者和有关专家学者提出宝贵意见，以使本丛书成为广大读者喜爱的一套有益的书籍。

奥林匹克出版社

2001年1月

# 目 录

前 言 .....	( 1 )
第一章 分数 .....	( 1 )
第一节 分数的比较 .....	( 1 )
第二节 循环小数化分数 .....	( 10 )
第三节 繁分数 .....	( 12 )
第四节 单位分数 .....	( 18 )
第五节 分数计算的技巧 .....	( 22 )
第六节 估算 .....	( 30 )
复习与提高 .....	( 34 )
读一读 破碎的数 .....	( 41 )
第二章 分数、百分数应用题 .....	( 44 )
第一节 巧求分数 .....	( 44 )
第二节 分数应用题 .....	( 49 )
第三节 百分数应用题 .....	( 57 )
第四节 浓度问题 .....	( 61 )
第五节 利润问题 .....	( 67 )
复习与提高 .....	( 72 )
读一读 借来还去 .....	( 82 )
第三章 工程问题 .....	( 85 )
第一节 工程问题 (一) .....	( 85 )
第二节 工程问题 (二) .....	( 89 )
复习与提高 .....	( 93 )
读一读 从类似问题入手 .....	( 101 )

<b>第四章 比和比例</b> .....	(105)
第一节 比 .....	(105)
第二节 正、反比例 .....	(110)
复习与提高 .....	(114)
读一读 踏破铁鞋无觅处，得来全不费功夫 .....	(121)
<b>第五章 圆、圆柱和圆锥</b> .....	(124)
第一节 圆与扇形 .....	(124)
第二节 圆与组合图形 .....	(129)
第三节 圆柱与圆锥 .....	(136)
复习与提高 .....	(143)
读一读 注意克服思维定势的影响 像数学家 那样思考 .....	(149)
<b>第六章 运筹学初步</b> .....	(152)
第一节 合理下料问题 .....	(153)
第二节 统筹方法问题 .....	(156)
第三节 厂址设置问题 .....	(159)
第四节 装卸工人的安排问题 .....	(166)
第五节 物资调运问题 .....	(170)
第六节 对策问题 .....	(174)
复习与提高 .....	(180)
读一读 都认识或都不认识 .....	(189)
<b>第七章 “适应性”问题</b> .....	(191)
第一节 定义新运算 .....	(191)
第二节 定义新数 .....	(194)
第三节 变换 .....	(196)
复习与提高 .....	(199)
读一读 从质数有多少说起 .....	(203)
<b>参考答案</b> .....	(205)

# 第一章

# 分 数

---

## 第一节 分数的比较

比较两个分数大小的方法很多，课本介绍三种。

第一种 分母相同的分数比较大小，分子大的分数比较大。

例 1 比较  $\frac{4}{7}$  和  $\frac{3}{7}$  的大小。

解  $\frac{4}{7} > \frac{3}{7}$

第二种 分子相同的分数比较大小，分母大的分数反而小。

例 2 比较  $\frac{3}{5}$  和  $\frac{3}{4}$  的大小。

解  $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$

第三种 分子和分母都不相同的分数比较大小，可以把它们转化为分母相同的分数比较大小；也可以把它们转化为分子相同的分数比较大小。

例 3 比较  $\frac{7}{12}$  和  $\frac{13}{21}$  的大小。

解 先通分

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \times 7}{12 \times 7} = \frac{49}{84}$$

$$\frac{13}{21} = \frac{13 \times 4}{21 \times 4} = \frac{52}{84}$$

因为  $\frac{49}{84} < \frac{52}{84}$ ,



所以  $\frac{7}{12} < \frac{13}{21}$ 。

例4 比较  $\frac{15}{19}$ 、 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{12}{25}$ 、 $\frac{20}{37}$  这四个分数的大小。

分析 这四个分数的分母 19, 9, 25, 37 两两互质, 通分后分母较大, 计算麻烦。分子 15、4、12、20 的最小公倍数是 60, 因此可以根据分数的基本性质, 把以上四个分数转化为分子相同的分数进行比较, 较为简便。

$$\text{解 } \frac{15}{19} = \frac{15 \times 4}{19 \times 4} = \frac{60}{76}$$

$$\frac{4}{9} = \frac{4 \times 15}{9 \times 15} = \frac{60}{135}$$

$$\frac{12}{25} = \frac{12 \times 5}{25 \times 5} = \frac{60}{125}$$

$$\frac{20}{37} = \frac{20 \times 3}{37 \times 3} = \frac{60}{111}$$

因为  $\frac{60}{76} > \frac{60}{111} > \frac{60}{125} > \frac{60}{135}$

所以  $\frac{15}{19} > \frac{20}{37} > \frac{12}{25} > \frac{4}{9}$ 。

比较几个分数的大小, 还可以采用一些比较灵活的方法。

第四种 把分数化成小数比较大小。

例5 比较  $\frac{2}{5}$  和  $\frac{7}{20}$  的大小

$$\text{解 } \frac{2}{5} = 0.4 \quad \frac{7}{20} = 0.35$$

因为  $0.4 > 0.35$

所以  $\frac{2}{5} > \frac{7}{20}$ 。

第五种 用交叉相乘的方法比较大小。

一般地, 如果有两个分数  $\frac{a}{b}$  和  $\frac{c}{d}$ , 当  $ad > bc$  时, 便有  $\frac{a}{b} >$

$\frac{c}{d}$ 。

也就是用第一个分数的分子与第二个分数的分母相乘，再用第二个分数的分子与第一个分数的分母相乘，然后比较两次所得积，那么含有哪个分子的积大，哪个分数就大。

这是因为

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad - bc}{bd}$$

当  $ad > bc$  时， $ad - bc > 0$ 。

又  $bd > 0$ ，

所以  $\frac{ad - bc}{bd} > 0$ 。

故  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 。

**例 6** 比较  $\frac{7}{11}$  和  $\frac{9}{13}$  的大小。

**解** 用  $\frac{7}{11}$  的分子 7 乘以  $\frac{9}{13}$  的分母 13， $7 \times 13 = 91$ ；再用  $\frac{9}{13}$  的分子乘以  $\frac{7}{11}$  的分母 11， $9 \times 11 = 99$ 。

因为  $91 < 99$ ，

所以  $\frac{7}{11} < \frac{9}{13}$ 。

**第六种** 与“第三个数”相比较的方法。

**例 7** 比较  $\frac{24}{25}$  和  $\frac{34}{35}$  的大小。

**解** 先将  $\frac{24}{25}$  和  $\frac{34}{35}$  分别与 1 相比较：

$$1 - \frac{24}{25} = \frac{1}{25}, \quad 1 - \frac{34}{35} = \frac{1}{35},$$

根据被减数相同，减数越大，差反而小。因为  $\frac{1}{25} > \frac{1}{35}$ ，所以

$$\frac{24}{25} < \frac{34}{35}。$$

下面继续研究较复杂的比较分数大小的问题。

**例 8** 比较下面各组中两个分数的大小。

(1)  $\frac{7}{8}$  和  $\frac{7+2}{8+2}$

(2)  $\frac{93}{98}$  和  $\frac{93+14}{98+14}$

**解** (1) 先化简：

$$\frac{7+2}{8+2} = \frac{9}{10}$$

再比较  $\frac{7}{8}$  和  $\frac{9}{10}$  的大小；

因为  $\frac{7}{8} < \frac{9}{10}$ ，

所以  $\frac{7}{8} < \frac{7+2}{8+2}$ 。

(2) 可以分三步进行比较。

先化简：

$$\frac{93+14}{98+14} = \frac{107}{112}$$

把  $\frac{93}{98}$  和  $\frac{107}{112}$  与 1 相比较：

$$1 - \frac{93}{98} = \frac{5}{98}$$

$$1 - \frac{107}{112} = \frac{5}{112}$$

比较  $\frac{93}{98}$  和  $\frac{93+14}{98+14}$  的大小；

因为  $\frac{5}{98} > \frac{5}{112}$ ，

所以  $\frac{93}{98} < \frac{93+14}{98+14}$ 。

通过例 8 的比较发现：一个真分数的分子和分母都加上同一个自然数，所得的新分数比原分数大。

**例 9** 比较下面每组中两个分数的大小。

(1)  $\frac{7}{8}$  与  $\frac{7-2}{8-2}$

(2)  $\frac{93}{98}$  和  $\frac{93-14}{98-14}$

解 (1) 先化简:

$$\frac{7-2}{8-2} = \frac{5}{6}$$

把  $\frac{7}{8}$  与  $\frac{5}{6}$  分别与 1 相比较:

$$1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

$$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

比较  $\frac{7}{8}$  与  $\frac{7-2}{8-2}$  的大小。

因为  $\frac{1}{8} < \frac{1}{6}$ ,

所以  $\frac{7}{8} > \frac{7-2}{8-2}$ 。

(2) 先化简:

$$\frac{93-14}{98-14} = \frac{79}{84}$$

把  $\frac{93}{98}$  与  $\frac{79}{84}$  分别与 1 相比较:

$$1 - \frac{93}{98} = \frac{5}{98}$$

$$1 - \frac{79}{84} = \frac{5}{84}$$

因为  $\frac{5}{98} < \frac{5}{84}$ ,

所以  $\frac{93}{98} > \frac{93-14}{98-14}$ 。

通过例 9 的比较发现: 一个真分数的分子、分母都减去同一个自然数 (这个自然数小于真分数的分子), 所得的新分数比原分数小。

**例 10** 比较下面每组中两个分数的大小。

$$(1) \frac{5}{4} \text{ 和 } \frac{5-2}{4-2}$$

$$(1) \frac{82}{79} \text{ 和 } \frac{82-10}{79-10}$$

解 (1)  $\frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$   
 $\frac{5-2}{4-2} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$

因为  $1 \frac{1}{4} < 1 \frac{1}{2}$

所以  $\frac{5}{4} < \frac{5-2}{4-2}$

$$(2) \frac{82}{79} = 1 \frac{3}{79}$$

$$\frac{82-10}{79-10} = \frac{72}{69} = 1 \frac{3}{69}$$

因为  $1 \frac{3}{79} < 1 \frac{3}{69}$ ,

所以  $\frac{82}{79} < \frac{82-10}{79-10}$ 。

通过例 10 的比较发现：一个假分数的分子、分母都减去同一个自然数（这个自然数小于假分数的分母），所得的新分数比原分数大。

**例 11** 比较下面每组中两个分数的大小。

$$(1) \frac{5}{4} \text{ 和 } \frac{5+2}{4+2}$$

$$(1) \frac{82}{79} \text{ 和 } \frac{82+10}{79+10}$$

解 (1)  $\frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$   
 $\frac{5+2}{4+2} = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6}$

因为  $1 \frac{1}{4} > 1 \frac{1}{6}$ ,

所以  $\frac{5}{4} > \frac{5+2}{4+2}$ 。

$$(2) \frac{82}{79} = 1 \frac{3}{79}$$

$$\frac{82+10}{79+10} = \frac{92}{89} = 1 \frac{3}{89}$$

因为  $1 \frac{3}{79} > 1 \frac{3}{89}$ ,

所以  $\frac{82}{79} > \frac{82+10}{79+10}$ 。

通过例 11 的比较发现：一个假分数的分子、分母都加上同一个自然数，所得的新分数比原分数小。

**例 12** 试比较  $\frac{111}{1111}$  和  $\frac{1111}{11111}$  哪个分数大？

**解法一** 先求出这两个分数的倒数，哪个分数的倒数越大，原来的分数就越小。

$\frac{111}{1111}$  的倒数是  $\frac{1111}{111} = 10 \frac{1}{111}$ ， $\frac{1111}{11111}$  的倒数是  $\frac{11111}{1111} = 10 \frac{1}{1111}$ 。

因为  $10 \frac{1}{111} > 10 \frac{1}{1111}$ ,

所以  $\frac{111}{1111} < \frac{1111}{11111}$ 。

**解法二** 根据一个真分数的分子、分母都加上同一个自然数，所得的新分数比原来的自然数大进行比较。

因为  $\frac{111}{1111} = \frac{111 \times 10}{1111 \times 10} = \frac{1110}{11110}$ ,

$$\frac{1110}{11110} < \frac{1110+1}{11110+1} = \frac{1111}{11111},$$

所以  $\frac{111}{1111} < \frac{1111}{11111}$ 。

**例 13** 比较  $\frac{666665}{666667}$  和  $\frac{777776}{777778}$  的大小。

$$\text{解 } 1 - \frac{666665}{666667} = \frac{2}{666667}$$

$$1 - \frac{777776}{777778} = \frac{2}{777778}。$$

因为  $\frac{2}{666667}$  与  $\frac{2}{777778}$  的分子相同，都是 2，而分母  $777778 > 666667$ ，所以  $\frac{2}{666667} > \frac{2}{777778}$ ，再根据被减数一定，减数越大差越小，便有  $\frac{666665}{666667} < \frac{777776}{777778}。$

$$\text{解法二 } \frac{666665}{666667} \times 666667 = 666665$$

$$\frac{777776}{777778} \times 666667 = \frac{777776 \times 666667}{777778}$$

$$= \frac{(777778 - 2) \times 666667}{777778}$$

$$= 666667 - \frac{2 \times 666667}{777778}$$

$$= 666667 - \frac{666667}{388889}$$

$$= 666667 - 1 \frac{277778}{388889}$$

$$= 666665 \frac{111111}{388889}$$

因为  $666665 \frac{111111}{388889} > 666665$ ，

所以  $\frac{666665}{666667} < \frac{777776}{777778}。$

$$\text{解法三 } 666665 \times 777778$$

$$= 666665 \times (777776 + 2)$$

$$= 666665 \times 777776 + 666665 \times 2$$

$$666667 \times 777776$$

$$= (666665 + 2) \times 777776$$

$$= 666665 \times 777776 + 777776 \times 2$$

因为  $666665 \times 2 < 777776 \times 2$

所以  $666665 \times 777778 < 666667 \times 777776$ ,

故  $\frac{666665}{666667} < \frac{777776}{777778}$ 。

比较两个分数的大小的方法很多,应用这些方法时要注意根据题目的特点,进行具体分析,采用哪种方法比较简便,同时要注意灵活运用这些方法,不断地总结出新的方法。

## 习 题 一

### A 组

1. 比较下面各组中两个分数的大小:

(1)  $\frac{11}{17}$  和  $\frac{10}{19}$       (2)  $\frac{13}{24}$  和  $\frac{37}{76}$

(3)  $\frac{45}{88}$  和  $\frac{35}{66}$       (4)  $\frac{63}{85}$  和  $\frac{45}{77}$

2. 把下列各分数用“<”连接起来。

(1)  $\frac{10}{17}$   $\frac{12}{19}$   $\frac{15}{23}$   $\frac{20}{33}$   $\frac{60}{37}$

(2)  $\frac{13}{24}$   $\frac{9}{16}$   $\frac{3}{8}$   $\frac{7}{9}$   $\frac{2}{5}$   $\frac{5}{8}$   $\frac{7}{12}$

3. 比较下面每组中两个分数的大小。

(1)  $\frac{\overbrace{2222 \cdots 2}^{1995 \text{个} 2}}{\underbrace{8888 \cdots 8}_{1995 \text{个} 8}}$  和  $\frac{\overbrace{2222 \cdots 2}^{1995 \text{个} 2} + 1995}{\underbrace{8888 \cdots 8}_{1995 \text{个} 8} + 1995}$

(2)  $\frac{2467}{8591}$  和  $\frac{2467 - 542}{8591 - 542}$

### B 组

1. 比较  $\frac{8888887}{8888889}$  与  $\frac{9999991}{9999994}$  的大小。

2.  $A = \frac{111111110}{22222221}$ ,  $B = \frac{44444443}{88888887}$ , 那么 A 和 B 中哪个数较



大?

## 第二节 循环小数化分数

同学们一定都会很熟练地把一个分数化成有限小数或无限循环小数。反过来，任给一个小数又怎样化成分数呢？

把一个有限小数化成分数是大家早已熟悉的，下面我们研究把循环小数化成分数的问题。

**例 1** 将下列循环小数化成分数。

$$(1) 0.\dot{4}\dot{3} \quad (2) 5.1\dot{2}\dot{3}$$

**分析** 我们可以用移动循环节的方法化循环小数为分数。

**解** (1)  $0.\dot{4}\dot{3} = 0.4343\cdots$  ①

$$\begin{aligned} & 0.\dot{4}\dot{3} \times 100 \\ &= 0.4343\cdots \times 100 \\ &= 43.4343\cdots \end{aligned} \quad \text{②}$$

将②和①两边分别相减，得到

$$0.\dot{4}\dot{3} \times (100 - 1) = 43$$

所以  $0.\dot{4}\dot{3} = \frac{43}{99}$

(2) 先看小数部分  $0.1\dot{2}\dot{3}$ 。

$$0.1\dot{2}\dot{3} = 0.123123\cdots \quad \text{①}$$

$$0.1\dot{2}\dot{3} \times 1000 = 123.123123\cdots \quad \text{②}$$

将②和①两边分别相减，得到

$$0.1\dot{2}\dot{3} \times (1000 - 1) = 123$$

所以  $0.1\dot{2}\dot{3} = \frac{123}{999}$