SPT 21世纪高等院校教材——工科类

大学物理

下册

山东理工大学
袁玉珍 编

科学出版社

内 容 简 介

本书是编者在多年教学实践和教学研究的基础上，按系统论的观点整合经典物理、近代物理和现代物理的内容，形成了具有合理逻辑体系的、适应21世纪物理教学的崭新教材。全书分上、下两册出版。上册以三大守恒定律和相对论为核心，涉及力学、热学和电磁学；下册以波粒二象性和量子力学为核心，涉及振动、波动、波动光学、量子光学、量子力学以及物理学前沿与高新技术的联系等内容。

本书可作为高等学校工科各专业、理科非物理专业的教科书或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理．下册/袁玉珍编．—北京:科学出版社,2002.2
21世纪高等院校教材
ISBN 7-03-010047-6

Ⅰ．大…　Ⅱ．袁…　Ⅲ．物理学-高等学校-教材　Ⅳ．04

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第000716号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
双青印刷厂 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2002年2月第　一　版　　开本：720×1000　1/16
2002年2月第一次印刷　　印张：17 1/4
印数：1—8 000　　字数：327 000

定价：45.00元(全两册)

(如有印装质量问题，我社负责调换〈杨中〉)

目　　录

第三篇　波动学

第四篇　量子物理

第三篇 波动学

波动是自然界中最常见的运动形式之一，如机械波、电磁波、物质波等。我们周围的环境大多是以波的形式，与我们发生联系。例如收看电视节目时，信息就以光波和声波的形式被观众接收。

一般而言，波动是振动在空间的传播。机械波是机械振动在弹性介质中的传播过程，电磁波是交变电磁场在空间的传播过程。而物质波体现了在原子或更小尺度的微观世界中，物质本身呈现出的固有的波动性，是电子、质子、中子等微观粒子在空间的概率分布。虽然各种波的本质不同，但具有共同的特征和规律、以及相似的数学描述。

本篇从机械振动入手，研究机械波、电磁波(光波)和物质波。波动学与工程技术有十分密切的联系，是机械设计、电通信、光通信、声学、地震学等技术学科的重要基础知识，也是学习量子物理的必备环节。

第十章　机械振动

机械振动是指物体在一定位置附近所作的周期性往复运动。例如，一切发声体的运动，机器运转时各部分的微小颤动。振动有简单和复杂之分，其中最基本、最简单的振动是简谐振动。许多简谐振动可以合成为复杂振动。此外，任何复杂的非周期运动，也可以看作是频率连续分布的、无限多个简谐振动的叠加。除了机械振动以外，其他的运动形式如分子热运动、电磁运动以及晶体中原子的运动等，虽然遵循不同的运动规律，但其振动过程的物理特征是相同的。因此，简谐振动的研究有助于掌握其他各种振动的规律。

本章主要讨论简谐振动的特征和规律、谐振动的合成与分析、实际振动、非线性振动和混沌。

§10-1　简谐振动

物体运动时，如果离开平衡位置的位移（或角位移）按余弦（或正弦）函数的规律随时间变化，这种运动称为简谐振动，简称为谐振动。广义地说，任何一个物理量（如物体的位置矢量、电流、电压或电场强度等）在某个定值附近，随时间的变化规律为余弦（或正弦）函数，都可称为谐振动。

简谐振动的运动方程

设质点沿 x 轴运动，坐标原点位于质点的平衡位置，则任意时刻 t，质点的坐标表示质点相对于平衡位置的位移。根据谐振动的定义，简谐振动的运动方程为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{10-1}$$

式中 A 为振幅、ω 为角频率，φ 为初相位。根据速度和加速度的定义，由式(10-1)可得质点作简谐振动的速度

$$\begin{aligned} v &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ &= -A\omega\sin(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

$$= v_m \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \tag{10 - 2}$$

式中 $v_m = A\omega$，称为速度振幅。质点的加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$= - A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$= a_m \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

$$= - \omega^2 x \tag{10 - 3}$$

式中 $a_m = A\omega^2$，称为加速度振幅。比较上述三式可知，质点作简谐振动时，其位移、速度和加速度都是关于时间的正弦或余弦函数，只不过相应的振幅和初相位不同。与运动方程的初相位 φ 相比，速度和加速度的初相位分别为$(\varphi + \frac{\pi}{2})$ 和$(\varphi + \pi)$。因此，简谐振动的加速度始终与位移反向，且成正比。图10 - 1 给出了初相位 $\varphi = 0$ 时，谐振动的振动曲线 $x - t$、速度曲线 $v - t$ 和加速度曲线$a - t$，三种曲线的周期 T 相同，$T = \frac{2\pi}{\omega}$。

简谐振动的特征量

根据谐振动的运动方程式(10 - 1)，只要确定了振幅 A，角频率 ω 和初相位 φ，就可得到具体的谐振动方程。因此，谐振动的特征量是 A、ω 和 φ，下面分别进行讨论。

振幅 A 由式(10 - 1) 可得，物体的振动范围在 $+A$ 和 $-A$ 之间。因此，振幅 A 是作简谐振动的物体离开平衡位置的最大位移的绝对值。振幅 A 可表示振动的强弱，与振动系统的能量有关。

周期 T 和频率 ν 振动的特征之一是运动具有周期性。作谐振动的物体，其位移和速度均随时间作周期性变化。从任一运动状态开始，直至位移和速度第一次完全复原，这一过程称为一次完全振动。我们把完成一次完全振动所经历的时间，称为周期，用 T 来表示。因为每隔一个周期，振动状态就完全重复一次，由谐振动的运动方程式(10 - 1) 可得

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos[\omega(t + T) + \varphi]$$

则周期 T 的数值应为 $\omega T = 2\pi$，即

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{10 - 4}$$

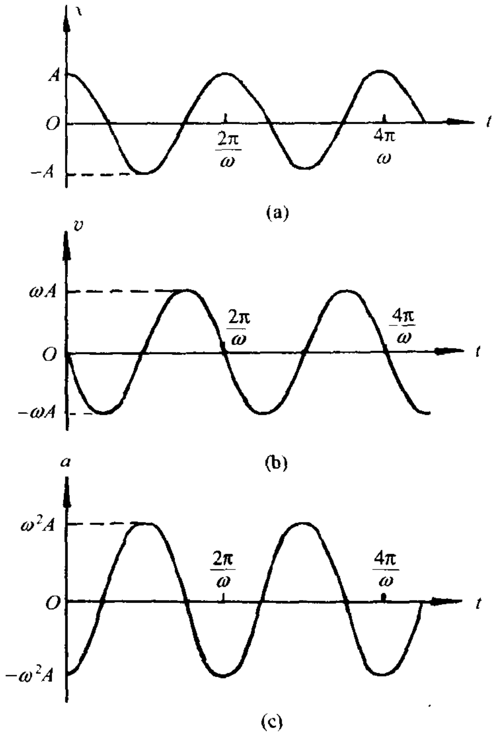

图 10-1

除了周期以外，还可以用频率 ν 表示运动的周期性。单位时间内，物体所作的完全振动的次数称为谐振动的频率。单位是赫兹(Hz)。则频率与周期成互为倒数关系

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \tag{10-5}$$

则

$$\omega = 2\pi\nu \tag{10-6}$$

所以 ω 表示物体在 2πs 时间内所作的完全振动的次数，称为角频率或圆频率，单位是 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$。周期、频率和角频率是从不同角度定义的周期性物理量，只要知道其中的一个量，就可用上述公式得到剩余的两个量。

相位$(\omega t+\varphi)$　分析式(10-1)和(10-2)可知，当振幅 A 和角频率 ω 已知时，振动范围和速度的变化范围就完全确定。在任意时刻 t 振动物体的运动状态(位置

和速度)，就由$(\omega t+\varphi)$完全确定。$(\omega t+\varphi)$称为相位，该量不仅能反映谐振动物体的运动状态，还可以反映运动状态变化的周期性。在一个周期内，每一时刻谐振动物体的运动状态都不相同，相当于相位经历从0到2π的变化。由此可知，若任意两个运动状态的相位差$\Delta\varphi=(\omega t_2+\varphi)-(\omega t_1+\varphi)$，为$2\pi$或$2\pi$的整数倍，这两个运动状态必然相同，我们称之为同相。若相位差$\Delta\varphi$为π或π的奇数倍时，这两个运动状态不相同。但是，对应的位移和速度这两个物理量中，必有一个量是相同的，而另一个量是等值反向的。例如，两个状态的位移都为零，速度的大小相等，但方向相反；或两个状态的速度都为零，但一个状态的位移是$+A$，另一个状态的位移是$-A$。我们称这样的两个运动状态为反相。相位的单位是弧度(rad)。

相位还可用于比较两个谐振动，以及不同物理量变化的情况。由式(10-1)、(10-2)和(10-3)可知，任意时刻t，位移x、速度v和加速度a的相位分别为$(\omega t+\varphi)$、$(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$和$(\omega t+\varphi+\pi)$。因此，速度的相位比位移的相位超前$\frac{\pi}{2}$，加速度的相位比位移的相位超前$\pi$，或加速度与位移是反相的。

φ是$t=0$时刻的相位，称为初相位。谐振动一定时，φ的数值与初始时刻的选择有关。例如，选择谐振动物体的位移$x=A$时为初始时刻，则$\varphi=0$。若选择其位移$x=0$，且沿x轴负方向运动的时刻为初始时刻，则$\varphi=\frac{\pi}{2}$。

物体作谐振动时，其振幅和初相位由初始条件，即$t=0$时刻的初位移x_0和初速度v_0决定。由式(10-1)和(10-2)可得

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= A\cos\varphi \\ v_0 &= -A\omega\sin\varphi \end{aligned}\right\} \tag{10-7}$$

由上两式可得

$$\left.\begin{aligned} A &= \sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \\ \varphi &= \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \end{aligned}\right\} \tag{10-8}$$

初相位φ的值除了可以用式(10-8)确定以外，还可以在已知x_0(或v_0)的数值以及v_0(或x_0)的方向时，由式(10-7)得到。例如，已知$x_0=\frac{A}{2}$，且v_0沿x轴负方向，即$v_0<0$，则由$x_0=\frac{A}{2}=A\cos\varphi$，得$\varphi=\frac{\pi}{3}$或$-\frac{\pi}{3}$。再由$v_0=-A\omega\sin\varphi<$

0,可判定应舍去 $\varphi = -\dfrac{\pi}{3}$,只有 $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$ 符合要求

为了直观形象地表示谐振动运动方程中 A、ω 和 φ,并为谐振动的叠加提供简捷有效的几何方法,下面介绍**简谐振动的旋转矢量表示法**。

如图10-2所示,由 x 轴的坐标原点 O 作一矢量 $\boldsymbol{OM}$,其长度等于振幅 A,称为

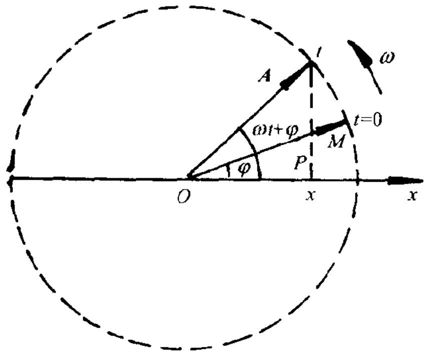

图10-2

旋转矢量 $\boldsymbol{A}$。$t = 0$ 时,矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴的夹角为初相位 φ。该矢量沿逆时针方向在图平面内匀速转动,角速度的大小等于角频率 ω。则任意时刻 t,旋转矢量与 x 轴的夹角,等于该时刻谐振动的相位,且矢量端点在 x 轴上的投影点 P 的位移为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

此式正是谐振动的运动方程。因此,投影点 P 的运动就是简谐振动。矢量 $\boldsymbol{A}$ 旋转一周所需的时间,就是谐振动的周期 T。利用旋转矢量的投影点表示谐振动的方法,称为旋转矢量法。

利用旋转矢量法,可以很方便地表示出一个谐振动在不同时刻的运动状态,或两个谐振动在同一时刻的相位差,以及进行多个谐振动的叠加。例如,两个沿同一直线作谐振动的物体,当频率相同时,两个旋转矢量之间的夹角为初相位之差 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$,不随时间改变。当频率不相同时,两个旋转矢量之间的夹角 $\Delta\varphi = (\omega_2 t + \varphi_2) - (\omega_1 t + \varphi_1) = (\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_2 - \varphi_1$,随时间改变。

例 10-1　一质点沿 x 轴作简谐振动,振幅 $A = 0.12\text{m}$,周期 $T = 2\text{s}$。初始条件为 $x_0 = 0.06\text{m}$,且 $v_0 > 0$。求(1)谐振动的运动方程;(2)$t = \dfrac{T}{4}$ 时刻,质点的位置、速度和加速度;(3)从初始时刻开始,质点第一次通过平衡位置所需的时间。

解　此题可以用解析法或旋转矢量法求解。

解析法：

(1) 设 $x = A\cos(\omega t + \varphi)$，其中 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$，$A = 0.12\mathrm{m}$。由初始条件，$x_0 = 0.06\mathrm{m}$，利用式(10 - 7) 可得

$$0.06 = 0.12\cos\varphi$$

所以，$\cos\varphi = \frac{1}{2}$，$\varphi = \pm\frac{\pi}{3}$。又由于 $v_0 > 0$，$v_0 = -A\omega\sin\varphi$，则取 $\varphi = -\frac{\pi}{3}$。于是该谐振动的运动方程为

$$x = 0.12\cos(\pi t - \frac{\pi}{3})\mathrm{m}$$

(2) 任意时刻谐振动的速度为

$$\begin{aligned} v &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ &= -0.12\pi\sin(\pi t - \frac{\pi}{3})\mathrm{m \cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

加速度为

$$\begin{aligned} a &= \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 x \\ &= -0.12\pi^2\cos(\pi t - \frac{\pi}{3})\mathrm{m \cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

把 $t = \frac{T}{4} = 0.5\mathrm{s}$，代入已求出的位置，速度和加速度表达式中，可求出此刻

$$\begin{aligned} x &= 0.12\cos(\pi \times 0.5 - \frac{\pi}{3}) \\ &= 0.104\mathrm{m} \\ v &= -0.12\pi\sin(\pi \times 0.5 - \frac{\pi}{3}) \\ &= -0.188\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \\ a &= -0.12\pi^2\cos(\pi \times 0.5 - \frac{\pi}{3}) \\ &= -1.03\mathrm{m \cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

(3) 通过平衡位置时，$x = 0$，由运动方程可得

$$0 = 0.12\cos(\pi t - \frac{\pi}{3})$$

所以

$$\pi t - \frac{\pi}{3} = (2k + 1)\frac{\pi}{2}, \qquad k = 0、1、2、\cdots$$

即通过平衡位置的时间为

$$t = (k + \frac{5}{6})\mathrm{s}, \qquad k = 0、1、2\cdots$$

对于第一次通过平衡位置,应取 t 的最小值,即 $k = 0, t = \frac{5}{6}\mathrm{s} = 0.83\mathrm{s}$。

旋转矢量法:

(1)根据初始条件,$x_0 = 0.06\mathrm{m}, v_0 > 0$,且旋转矢量是逆时针转动,所以可画出初始时刻旋转矢量的位置(图10-3),则 $\varphi = -\frac{\pi}{3}$。运动方程为

$$\begin{aligned} x &= A\cos(\omega t + \varphi) \\ &= 0.12\cos(\pi t - \frac{\pi}{3})\mathrm{m} \end{aligned}$$

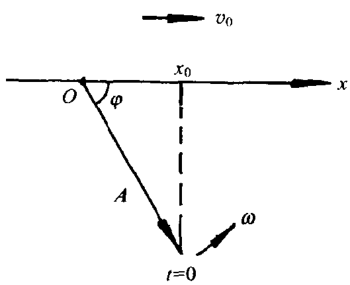

图10-3

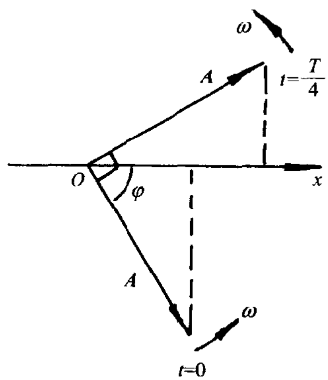

图 10-4

(2)因为 ωt 是旋转矢量在 t 时间内,从初始位置转过的角度,且 $\omega T = 2\pi$,所以 $t = \frac{T}{4}$ 时刻,旋转矢量从初始位置沿逆时针方向转过 $\frac{\pi}{2}$(图10-4),与 x 轴正方向的夹角为 $\alpha = (\frac{\pi}{2} + \varphi) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$。$\alpha$ 即该时刻谐振动的相位$(\omega T + \varphi)$,所以

$$x = A\cos\alpha = 0.12\cos\frac{\pi}{6} = 0.104\text{m}$$

$$v = -\omega A\sin\alpha = -0.188\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a = -\omega^2 x = -1.03\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

(3) 质点第一次通过平衡位置时，旋转矢量从初始位置转过的角度为(图10-5)

$$|\varphi| + \frac{\pi}{2} = \frac{5}{6}\pi$$

即　$\omega t = \frac{5}{6}\pi$，所以

$$t = \frac{5\pi}{6}\Big/\omega = \frac{5}{6} = 0.83(\text{s})$$

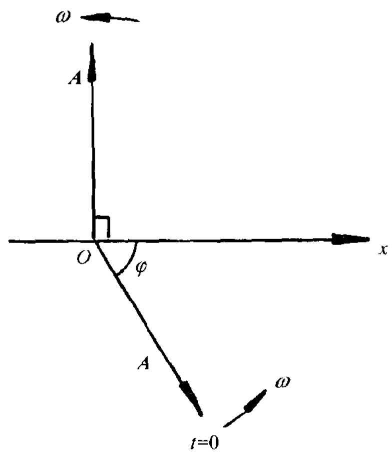

图 10-5

§10-2　简谐振动的实例

弹簧振子

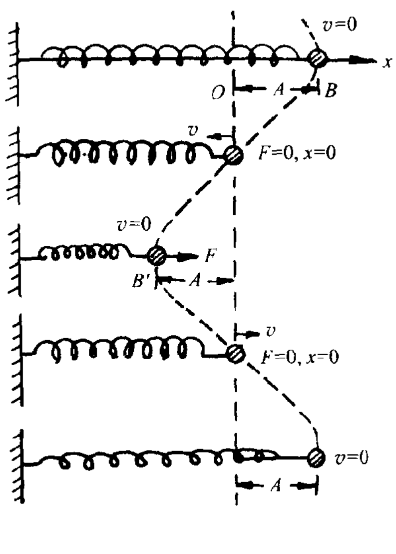

图 10-6

质量为 m 的物体系于轻弹簧(即弹簧的质量远小于物体的质量)的自由端，弹簧的另一端固定。这种弹簧与物体构成的系统，称为弹簧振子。弹簧振子是一理想模型，在科学研究和工程技术方面有广泛的应用。例如，可用于研究汽车、火车的车身振动，设计合理的减震器。下面讨论弹簧振子的运动。

将弹簧振子放置在光滑的水平面上(图10-6)。当弹簧为原长时，物体所受的合外力为零，处于平衡状态，此时物体的位置称为平衡位置。将 x 轴的坐标原点选在平衡位置，物体沿 x 轴运动。在弹簧的弹性限度内，物体所受的合外力(即弹性力)F 与弹簧的形变量、也就是物体相对平衡位置的位移 x 成正比。

$$F = -kx$$

式中 k 是弹簧的劲度系数,由弹簧的材料、大小及形状等因素决定。负号表示力与位移的方向相反,指向平衡位置。

根据牛顿第二定律及上式可得

$$F = ma = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kx \tag{10-9}$$

弹簧振子一定时,k 和 m 都是确定的、正的常数。为便于式(10-9)的求解,用常量 ω 表示 k 和 m,令

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad 或 \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{10-10}$$

代入式(10-9)可得

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x$$

或

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0 \tag{10-11}$$

其解即式(10-1)

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

因此,式(10-11)是谐振动运动方程的微分形式,称为简谐振动的动力学方程。只要弹簧振子系统中,物体受到的力是线性恢复力如式(10-9)所示,其运动必然是简谐振动。且角频率 ω 由系统本身的固有属性——质量 m 和劲度系数 k 决定,称为系统的固有角频率。根据式(10-4)和(10-5),弹簧振子作谐振动的周期 T 和频率 ν 分别为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{10-12}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{10-13}$$

周期 T 和频率 ν 仅由振动系统本身的性质决定,称为系统的固有周期和固有频率。

当把弹簧振子竖直悬挂、或放置在光滑的斜面上时,物体在运动方向上除了受到弹性力之外,还受到重力、或重力在斜面上的分量。但是,只要把 x 轴的坐标原点设在平衡位置,同样可得到式(10-11),即弹簧振子仍是在平衡位置附近作谐振

动。

从广义的角度来说，对任意一个物理量，只要能建立起与式(10-11)相同的微分方程，就表明该物理量是作谐振动。

单摆

如图10-7所示，一根质量可以忽略，且其形变可忽略不计、长为 l 的细线，一端固定，另一端系一可视为质点的重物(摆球) m，构成一个单摆。使摆球稍微偏离平衡位置后释放，摆球就在竖直平面内、在平衡位置附近作来回往复的运动。

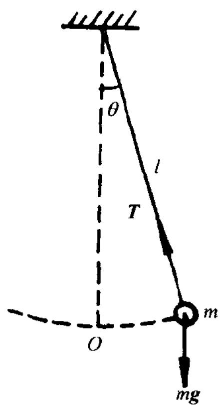

图 10-7

设任意 t 时刻，摆线对平衡位置(摆球所受的合外力矩为零) O 点的角位移为 θ。忽略空气阻力时，摆球受到的外力是重力 mg 和细绳的拉力 T。对悬挂点的重力矩为 $-mgl\sin\theta$，拉力矩为零，则摆球所受的合外力矩为

$$M = -mgl\sin\theta$$

将 $\sin\theta$ 用泰勒级数展开为

$$\sin\theta = \theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \frac{1}{5!}\theta^5 - \cdots + (-1)^{n-1}\frac{\theta^{2n-1}}{(2n-1)!} + \cdots$$

当角位移 θ 较小时($\theta \leqslant 5°$)，上式中除第一项以外，其余为高阶无穷小，可忽略不计，则

$$M = -mgl\theta$$

式中合外力矩 M 与角位移 θ 成正比、且反向，类似于弹簧振子系统中合外力 F 与位移 x 的关系。根据转动定律和上式可得

$$M = J\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgl\theta \tag{10-14}$$

其中 $J = ml^2$，是摆球对悬挂点的转动惯量。令

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \quad 或 \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \tag{10-15}$$

则式(10-14)可表示为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta \quad 或 \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \tag{10-16}$$

上式与弹簧振子的动力学方程式(10-11)的形式相同,因此单摆的运动是谐振动。其运动方程即式(10-16)的解为

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi) \tag{10-17}$$

式中 θ_m 是最大角位移的绝对值,称为角振幅,φ 为初相位。它们均由初始条件,$t=0$ 时的角位移 θ_0 和角速度 $\left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{t=0}$ 决定,可利用式(10-8)求出 θ_m 和 φ 的数值,只不过用 θ_0 和 $\left.\frac{d\theta}{dt}\right|_{t=0}$ 分别取代 x_0 和 v_0 即可。

单摆的振动周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{10-18}$$

由于单摆的振动周期完全由振动系统本身的性质决定,与摆球质量无关,只由重力加速度 g 和摆长 l 决定,且摆角 θ 较小时,单摆的周期与角振幅无关,所以单摆为计时以及测量重力加速度提供了一种非常简便的方法。

无阻尼电磁振荡

这是电磁学中简谐振动的一个例子。如图10-8所示,由电源 $\mathscr{E}$、电容 C 和电感

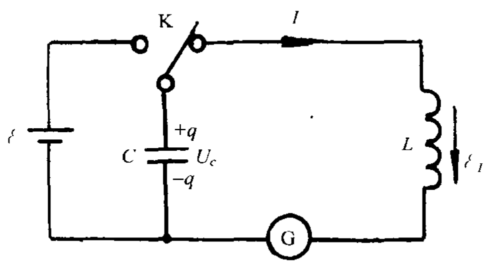

图 10-8

L 等器件组成电路。先将电键K接通电源,使电容 C 充电。然后,将电键K打向右,接通 LC 回路,此后,电容器极板上的电荷通过线圈放电。由于存在自感电动势,始终阻碍电路中电流的变化,使电容器极板再充电,电容器再反向放电。如此周而复始,在电路中就发生电流的周期性变化,这种现象称为电磁振荡。在振荡过程中,能量损耗可忽略不计的、称为无阻尼电磁振荡。

根据含源电路的欧姆定律,当忽略电流计和导线的电阻时,电容器两端的电压 U_C 和电感中的自感电动势 $\mathscr{E}_L$ 存在下列关系