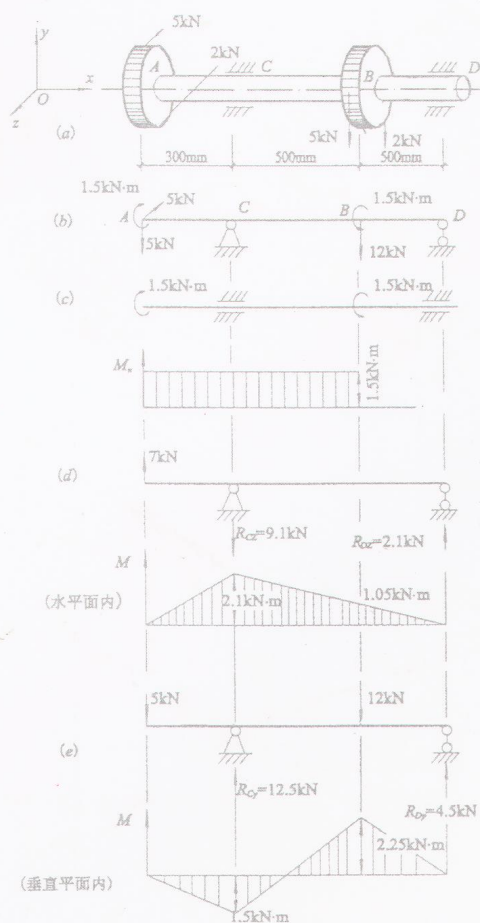


普通高等学校土木工程专业新编系列教材
中国土木工程学会教育工作委员会 审定

材料力学

C L L X

袁海庆 主编
吴代华 主审



WUTP

武汉工业大学出版社

普通高等学校土木工程专业新编系列教材
中国土木工程学会教育工作委员会 审定

材 料 力 学

主编 袁海庆
主审 吴代华

武汉工业大学出版社

内 容 简 介

本书为普通高等学校土木工程专业新编系列教材之一,书中内容包括绪论、基本概念、杆件的拉伸与压缩、扭转、截面图形的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、梁的位移、强度理论、应力状态与应变状态分析、组合变形、压杆稳定、能量法、材料性能研究中的其它问题等 13 章及附录。

本书主要用作普通高等学校土木工程专业材料力学课程教材,也可以作为土建类的其它专业建筑力学参考教材,还可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/袁海庆主编. —武汉:武汉工业大学出版社,2000.8

ISBN 7-5629-1545-8

I. 材… II. 袁… III. 材料力学 IV. TU301

出版者:武汉工业大学出版社(武汉市武昌珞狮路 122 号 邮编 430070)

印刷者:武汉工业大学出版社印刷厂

发行者:各地新华书店

开 本:880×1230 1/16

印 张:15

字 数:493 千字

版 次:2000 年 8 月第 1 版

印 次:2000 年 8 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-5629-1545-8/TU·131

印 数:1—10000 册

定 价:21.00 元

(本书如有印装质量问题,请向承印厂调换)

普通高等学校土木工程专业新编系列教材

编 审 委 员 会

顾 问:成文山 滕智明 罗福午 魏明钟 李少甫

甘绍熿 施楚贤 白绍良 彭少民 范令惠

主 任:江见鲸 吕西林 高鸣涵

副主任:朱宏亮 辛克贵 袁海庆 吴培明 李世蓉

苏三庆 刘立新 赵明华 孙成林

委 员:(按姓氏笔画顺序排列)

于书翰 丰定国 毛鹤琴 甘绍熿 白绍良

白晓红 包世华 田道全 成文山 江见鲸

吕西林 刘立新 刘长滨 刘永坚 刘伟庆

朱宏亮 朱彦鹏 孙家齐 孙成林 过静君

李少甫 李世蓉 李必瑜 吴培明 吴炎海

辛克贵 苏三庆 何铭新 汤康民 陈志源

罗福午 周 云 赵明华 赵均海 尚守平

施楚贤 柳炳康 姚甫昌 胡敏良 俞 晓

桂国庆 顾敏煜 徐茂波 袁海庆 高鸣涵

蒋沧如 谢用九 彭少民 覃仁辉 蔡德明

燕柳斌 魏明钟

总责任编辑:刘永坚 田道全

秘 书 长:蔡德明

出版说明

1998年7月,教育部颁布了新的普通高等学校本科专业目录,1999年全国高等学校都已按新的专业目录招生。新的土木工程专业专业面大大拓宽,相应的专业业务培养目标、业务培养要求、主干学科、主要课程、主要实践性教学环节等都有了不同程度的变化。原有的教材已经不能适应新专业的培养目标和教学要求,组织一套新的土木工程专业系列教材成为众多院校的翘首之盼。武汉工业大学出版社在中国土木工程学会教育工作委员会的指导和支持下,经过大量的调研,组织国内29所大学的土木工程学科的教授共同编写了这套系列教材。

本套教材的主、参编人员及编委会顾问遵照1998年1月建设部全国土木建筑工程专业教学指导委员会昆明会议和1998年5月上海的全国土木工程专业系主任会议的精神,经过充分研讨,决定首批编写出版29种主干课程的教材,以尽快满足全国众多院校的教学需要,以后再根据专业方向的需要逐步增补。中国土木工程学会教育工作委员会组织专家审查了本套教材的编写大纲,决定将其作为“中国土木工程学会教育工作委员会审定教材”出版。作为一套全新的系列教材,本套教材的“新”体现在以下几点:

体系新——本套教材从“大土木”的专业要求出发,从整体上考虑专业的课程设置和各部门课程的内容安排,按照教学改革方向要求的学时统一协调与整合,组成一套完整的、各门课程有机联系的系列。整套教材的编写除正文外,大多增加了本章提要、本章重点、例题详解、思考题、习题等,以使教材既适合教学需要,又便于学生自学。

内容新——本套教材中各门课程教材的主、参编人员特别注意了教材内容的更新和吸收各校教学改革的阶段性成果,以适应21世纪土木工程人才的培育要求。

规范新——本套教材中凡涉及土木工程规范的全部采用国家颁布的最新规范。

本套教材是新专业目录颁布实施后的第一套土木工程专业系列教材,是面向新世纪、适应新专业的一套全新的教材。能为新世纪土木工程专业的教材建设贡献微薄之力,自是我们应尽的责任和义务,我们感到十分欣慰。然而,正因其为第一套教材,尽管我们的编审者、编辑出版者夙兴夜寐、尽心竭力,不敢稍有懈怠,它仍然还会存在缺点和不足。嚶其鸣矣,求其友声,我们诚恳地希望选用本套教材的广大师生在使用过程中给我们多提意见和建议,以便我们不断修改、完善全套教材,共同为教育事业的发展作出贡献。

武汉工业大学出版社

2000.2

前 言

作为土木工程专业重要的基础课程之一,材料力学与其它力学类课程特别是与结构力学有着密切的联系。为了更好地适应土木工程专业的教学需要与专业特点,本书在内容的选取和阐述方法上做了一些必要的调整,主要有:

考虑到结构力学中对力法有系统的规范化的阐述,本书在超静定问题上适当减少了份量,在超静定梁的讲述上尽量与结构力学的讲法取得一致。

在梁的弯矩符号的规定和弯矩图的画法上,考虑了与结构力学的协调。将以往习惯上“按叠加原理作弯矩图”的讲法改为介绍“区段叠加法”作弯矩图,为后续课程中对于这一方法的深入了解作了必要的铺垫。

考虑到计算位移真正有效而实用的方法是虚功法,本课程对积分法求位移部分有适当减弱,也不再介绍共轭梁法。

在能量方法一章,着重阐述卡氏定理和最小势能原理,而把虚功原理和单位力法留到结构力学中再作系统讲述。

考虑到学生对于构件的实际设计方法还不易理解,一些与设计相关的内容(如拉压杆连接部分的剪切和挤压强度计算)写得比较简略,有些(如压杆的稳定系数)则没有选入,而把它们留到有关的专业课程中去讲述。

以上做法是为了各门课程之间取得更好的协调,避免了内容上的重复和讲述方法的不一致。

此外,考虑到截面法的概念对于学习本课程各部分都具有极大的重要性,所以在第一章里写入了内力和截面法概念一节,以便让学生一开始就能抓住这个纲,并在后续部分反复强化这个概念。

鉴于近年土木工程专业总的教学课时量有较大的压缩,本教材是按 72 课时的要求编写的,因此,在内容总量上进行了一定的控制。

本教科书为普通高等学校土木工程专业新编系列教材之一,由普通高等学校土木工程新编系列教材编审委员会组织撰稿。其中第 1、5、6、7 章由袁海庆编写;第 2、3 章由徐吉恩编写;第 4、8、9、10 章由赵均海编写;第 11、12、13 章由禹奇才编写。全书由袁海庆修改定稿,由吴代华审稿。

在本书编写的过程中,参考了多项文献,这些文献已一并在书后列出。我们向这些文献的作者表示诚挚的敬意。

最后要说明的是,限于编者的水平,本教材尚有许多不足之处。恳请各位同行和广大读者在使用后提出意见,以便进行修改完善。

编 者

2000 年 6 月

目 录

1 绪论	(1)
1.1 材料力学的任务及其与相关课程的关系	(1)
1.2 材料力学的基本假设	(2)
1.3 杆件的几何特征	(2)
1.4 杆件变形的概念和基本形式	(3)
1.5 内力和截面法的概念	(3)
2 杆件的拉伸与压缩	(5)
2.1 轴向拉伸和压缩的概念	(5)
2.2 用截面法计算拉(压)杆的内力	(5)
2.3 横截面及斜截面上的应力	(8)
2.4 虎克定律	(10)
2.5 拉(压)杆的应变能	(12)
2.6 材料在拉伸与压缩时的力学性质	(13)
2.7 强度条件与截面设计的基本概念	(17)
2.8 拉、压超静定问题	(20)
思考题	(22)
习题	(22)
3 剪切和扭转	(27)
3.1 剪 切	(27)
3.2 薄壁圆筒的扭转 剪切虎克定律	(29)
3.3 等直圆杆扭转时的应力	(30)
3.4 等直圆杆扭转时的变形	(36)
3.5 等直圆杆扭转时的应变能	(37)
3.6 非圆截面等直杆的自由扭转	(38)
思考题	(41)
习题	(41)
4 截面图形的几何性质	(45)
4.1 截面的静矩与形心	(45)
4.2 惯性矩与惯性积	(47)
4.3 平行移轴公式	(50)
4.4 惯性矩和惯性积的转轴公式	(52)
4.5 截面的主惯性轴和主惯性矩	(53)
思考题	(55)
习题	(56)
5 弯曲内力	(60)
5.1 梁的平面弯曲 梁的计算简图	(60)
5.2 梁的内力 剪力和弯矩	(62)
5.3 剪力方程与弯矩方程 剪力图与弯矩图	(65)
5.4 内力与分布荷载间的关系及其应用	(67)
5.5 用区段叠加法作梁的弯矩图	(70)
思考题	(72)
习题	(72)
6 弯曲应力	(77)

6.1	梁横截面上的正应力	(77)
6.2	梁横截面上的切应力	(81)
6.3	梁的强度条件	(85)
6.4	梁的合理截面	(86)
6.5	非对称截面梁的平面弯曲 弯曲中心	(88)
6.6	考虑材料塑性时梁的极限弯矩	(92)
	思考题	(94)
	习题	(95)
7	梁的位移	(100)
7.1	梁的挠曲线近似微分方程	(100)
7.2	用积分法求梁的位移	(101)
7.3	按叠加原理求梁的位移	(103)
7.4	梁的刚度条件	(104)
7.5	梁的弯曲应变能	(105)
7.6	超静定梁的初步概念与求解	(106)
	思考题	(107)
	习题	(108)
8	应力状态与应变状态分析	(112)
8.1	应力状态的概念	(112)
8.2	平面应力状态下的应力分析	(114)
8.3	三向应力状态下的应力分析	(119)
8.4	平面应力状态下的应变研究	(121)
8.5	广义虎克定律	(126)
8.6	三向应力状态下的比能	(129)
8.7	实验应力分析的原理与方法	(130)
	思考题	(138)
	习题	(139)
9	强度理论	(142)
9.1	强度理论的概念	(142)
9.2	四个基本的强度理论	(143)
9.3	其它强度理论	(145)
9.4	各种强度理论的适用范围	(146)
	思考题	(150)
	习题	(151)
10	组合变形	(152)
10.1	斜弯曲	(153)
10.2	拉伸(压缩)与弯曲组合变形	(159)
10.3	弯曲与扭转组合变形	(163)
10.4	偏心拉伸与压缩	(167)
10.5	截面核心	(170)
	思考题	(172)
	习题	(173)
11	压杆稳定	(179)
11.1	压杆稳定性的概念	(179)
11.2	两端铰支中心受压直杆的欧拉公式	(180)
11.3	不同约束条件下压杆的欧拉公式	(181)
11.4	临界应力 欧拉公式的应用范围	(182)
11.5	超过比例极限时压杆的临界应力 临界应力总图	(182)

11.6 压杆的稳定校核及提高稳定性的措施.....	(184)
思考题.....	(188)
习题	(188)
12 能量法	(191)
12.1 应变能与余能.....	(191)
12.2 卡氏定理.....	(196)
12.3 最小势能原理.....	(201)
12.4 瑞利-里兹法	(203)
思考题.....	(205)
习题	(206)
13 材料性能研究中的其它问题	(208)
13.1 材料的疲劳破坏与耐劳极限.....	(208)
13.2 材料在动荷载作用下的力学性能.....	(213)
13.3 材料在长期荷载作用下的蠕变现象.....	(215)
思考题.....	(216)
附录.....	(217)
附录1 型钢规格表	(217)
附录2 简单荷载作用下梁的挠度与转角	(226)
参考文献.....	(228)

1 绪 论

1.1 材料力学的任务及其与相关课程的关系

建筑物中承受荷载而起骨架作用的部分被称为结构,而任何结构都是由构件所组成的。例如一座房屋的结构由柱、梁、楼板、屋盖组成,它受到种种外力作用,如房屋自重,房内的人员、设备和家具的重力、积雪重力、风力和地震力等。这些外力统称为荷载,结构能否正常地工作,取决于每个构件能否在荷载作用下安全地工作。

一个构件在荷载下的工作性能,与它的几何形状和尺寸、制作它的材料及其与基础或别的构件的联结方式等因素有关。构件设计的任务就是正确处理这些因素,使构件满足一定的力学要求,保证它在荷载下的正常工作。这里所说的力学要求,包括强度、刚度和稳定性的要求。

1) 强度要求

强度是指材料或构件抵抗破坏的能力。

不同的材料有不同的强度,同种材料制成的构件,根据它们形状和几何尺寸的不同也各有不同的强度。

我们要求构件在一定荷载作用下不发生破坏,也就是说构件要满足一定的强度要求。对构件的设计应保证它在规定的条件下能够正常工作而不会发生破坏。

2) 刚度要求

刚度是指构件抵抗变形的能力。

构件的刚度与制成它的材料、它的几何尺寸和形状有着密切的关系。一根木杆与同样尺寸形状的钢杆相比容易弯曲,我们说前者刚度比后者小;材料相同、长度相等而粗细不同的两根杆子,粗杆的刚度显然大于细杆。

任何构件在荷载的作用下都不可避免地要发生变形,但是对于正常使用的要求来说,这种变形必须要限制在一定的限度内。构件强度不满足要求固然不能正常地工作,构件刚度不满足要求同样也不能正常工作。

3) 稳定性要求

构件在受到荷载作用时在原有形状下的平衡应保证为稳定的平衡,这就是对构件的稳定性要求。一根两端受压的细长直杆在压力荷载增大到某一值时,会突然从原有的直线形状变成弯曲形状,这种现象称之为失去稳定或称失稳。构件失稳后将失去继续承受荷载的能力,将可能导致整体结构的破坏。对于受压的细长杆件来说,满足稳定性要求是构件正常工作必不可少的条件。

构件的强度、刚度和稳定性与其所用的材料有关。同样尺寸、形状的构件,当分别用不同的材料来制作时,它们的强度、刚度和稳定性也各不相同。因此,对构件的强度、刚度和稳定性的研究离不开对材料的力学性质的研究。材料的力学性质需要通过试验的方法来测定。试验研究和理论研究是材料力学缺一不可的两个基本研究手段。

综上所述,材料力学研究的对象是构件,研究的内容是构件的强度、刚度、稳定性和材料的力学性质。通过对材料力学的学习,我们将了解构件设计的基本力学原理,懂得恰当地选择材料和确定构件的截面形状与尺寸,使构件的设计既安全可靠又经济合理。

材料力学作为工程力学的重要组成部分,是以理论力学为先修课程,而以结构力学为后续课程的。我们已经知道,理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学,在材料力学中经常要用到的平衡的概念和利用平衡规律求解构件内力的计算方法,都是以理论力学中静力学的知识为基础的。我们将会看到,结构力学要研究结构的强度、刚度和稳定性的计算方法,不难理解,材料力学对组成结构的基本元素——构件的强度、刚度和稳定性的研究将为结构力学打下重要的基础。材料力学和理论力学、结构力学是工程力学的三个密切相关的课程,我们应该了解它们之间的有机联系,循序渐进地学习,逐步掌握作为土木工程师必备的力学概念和

分析方法。

1.2 材料力学的基本假设

在理论力学的静力学中,所研究的固体都是刚体,就是说在任何外力作用下物体的大小和形状都保持不变。实际上,自然界中所有的固体都是变形体。理论力学的静力学中把固体看成是刚体,是一种对问题的抽象。因为那时研究的内容是物体的平衡,而物体的微小变形对研究平衡来说影响很小,可以略去不计,把固体抽象为刚体会使问题大大简化。但是在材料力学中,不论是研究构件的强度、刚度,或是稳定性,都与构件的变形有着直接的关系,因此不能再把固体看成刚体,而要作为可变形体来研究,我们称它们为可变形固体。

为了突出主要矛盾,抓住问题的实质,在对可变形固体材料制成的构件进行强度、刚度和稳定性研究时,也要忽略材料的一些次要性质,并根据其主要性质作出一定的假设,把材料抽象为某种理想的模型,然后进行理论分析。在材料力学中,通常对可变形固体作如下基本假设:

1) 连续性假设

这一假设认为,物体在其整个体积内都毫无空隙地充满了物质。本来,根据物质的微观结构我们知道,物体内部是存在有空隙的,但这些空隙的大小与构件的尺寸相比非常微小,因此,把材料看作为密实的并不会影响对其宏观力学性质的研究。

2) 均匀性假设

这一假设认为,物体内部各部分的力学性质是均匀的。如果我们从物体中任意取出一部分,则不论其体积大小和所在位置如何,都具有与物体整体同样的力学性质。当然,这也是一种抽象和简化。

3) 各向同性假设

这一假设认为,材料沿各方向的力学性质均相同。我们知道有些材料沿各方向的力学性质并不相同,例如木材,顺纹方向与横纹方向的力学性质有显著的差异。像这样的材料称之为各向异性材料。还有些材料,沿各方向力学性质是相同的,如工程上常用的金属材料,虽然从它们的晶体微粒来说,其力学性质是有方向性的,但由于晶粒微小且排列杂乱无序,从宏观上看仍然是各向同性的。材料力学所研究的对象只限于各向同性的可变形固体。

材料力学中所研究的构件在承受荷载作用时,其变形与构件的原始尺寸相比通常属于微小变形。所以,在研究构件的平衡以及其内部受力和变形等问题时,均可按构件的原始尺寸和形状进行计算。但也有些构件在受力变形后,必须按其变形后的形状来计算,本书中将要讨论的压杆稳定就属于这类问题。

工程上所用的材料,在荷载作用下均将发生变形。如果在卸去荷载后变形消失物体恢复原状,则称这种变形为弹性变形。但当荷载过大时,则发生的变形只有一部分在荷载卸去后能够消失,另一部分变形将不会消失而残留下来,这种残留下来变形部分称为塑性变形。对每一种材料来讲,在一定的受力范围内,其变形完全是弹性的。多数构件在正常工作条件下均要求其材料仅发生弹性变形。所以在材料力学中所研究的大部分问题局限在弹性变形范围内。

综上所述,在材料力学中是把实际材料看作均匀、连续、各向同性的可变形固体,且在大多数场合下局限在微小变形并在弹性变形范围内进行研究。

1.3 杆件的几何特征

材料力学所研究的主要构件是杆件。杆件是纵向(长度方向)尺寸远比横向(垂直于长度方向)尺寸要大得多的物体。房屋的梁、柱等一般都被抽象为杆件,而且是直杆。

杆件有两个主要的几何因素,即横截面和轴线。

首先我们来看直杆,它的横截面沿垂直于杆的长度方向,而轴线则为所有横截面形心的连线[图 1.1(a)],横截面和轴线是互相垂直的。显然,直杆的特征是轴线为直线。在材料力学中所研究的直杆多数是等截面的,通常简称为等直杆。横截面大小不同的杆则称为变截面杆。

至于曲杆,它的横截面是垂直于其弧线切线方向的截面,轴线则为所有横截面形心的连线,曲杆的轴线

与横截面也是相互正交的[图 1.1(b)]。显然,曲杆的特征是轴线为曲线。

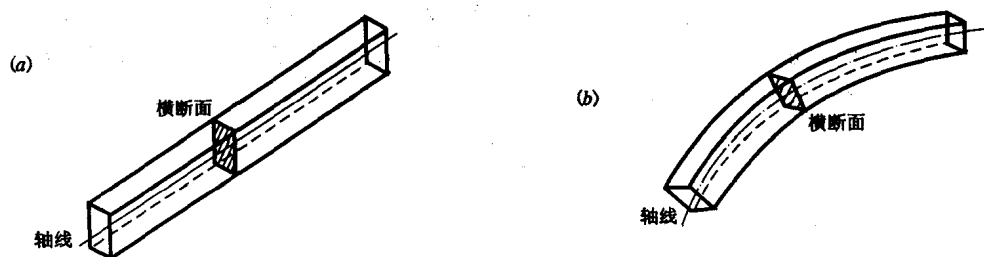


图 1.1 杆件的横截面与轴线

(a)直杆;(b)曲杆

1.4 杆件变形的概念和基本形式

杆件受力后,其长度、形状将发生改变,统称杆件变形。根据受力情况的不同,杆的变形也有不同的形式,具体来说有以下四种基本变形形式。

1) 轴向拉伸或轴向压缩

在一对作用线与杆轴线重合且大小相等、指向相反的外力作用下,直杆的主要变形是长度的改变。这种变形形式称为轴向拉伸[图 1.2(a)]或轴向压缩[图 1.2(b)]。

2) 剪切

在一对相距很近的大小相同、指向相反的横向外力作用下,杆的主要变形是横截面沿外力作用方向发生错动[图 1.2(c)]。这种变形形式称为剪切。

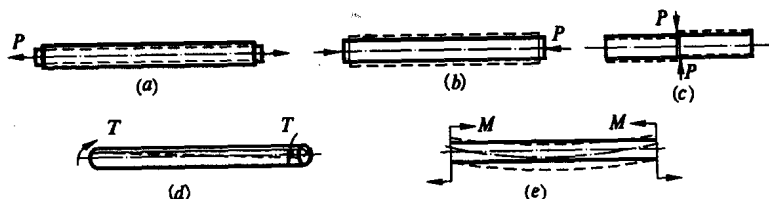


图 1.2 杆件变形的形式

(a)拉伸;(b)压缩;(c)剪切;(d)扭转;(e)弯曲

3) 扭转

在一对转向相反且作用在与杆轴线相垂直的两平面内的外力偶作用下,直杆的相邻横截面将绕轴线发生相对转动,而轴线仍维持直线,这种变形形式称为扭转[图 1.2(d)]。机械车传动轴的变形就是扭转变形的一个典型例子。

4) 弯曲

在一对转向相反作用在杆的纵向平面内的外力偶作用下,直杆将在该纵向平面内发生弯曲,变形后的杆轴线将弯成曲线,这种变形形式称为弯曲[图 1.2(e)]。

工程实践中常用构件在荷载作用下的变形多为上述几种基本变形形式的组合,纯属一种变形形式者较少见。本课程首先分别讨论各种基本变形形式,然后讨论组合变形的问题。

1.5 内力和截面法的概念

从理论力学知识我们知道,如果对一个构件进行受力分析的话,这个构件所受到的力可能有荷载、支座反力或其它构件对它的作用力,这些力对于该构件来说都叫“外力”。例如图 1.3(a)中的杆 AB,它所受到的外力有荷载 P 以及相应的支座反力,容易求出约束反力 $H=P\cos\alpha$, $V=P\sin\alpha$, $M=Pl\sin\alpha$, 杆 AB 所受外力就全部确定。考察杆内任意横截面 C-C, 不难推断,在该截面两侧的两部分之间存在某种相互作用力,否则,在外力的作用下载面 C-C 以左和以右的两个部分就会分开。构件内部的这种力称为构件的“内力”。

现在,设想用一平面沿截面 $C-C$ 把杆切开[如图 1.3(b)],在切开的截面上的每一点处,都存在着将左右两部分互相联结的内力,也就是说内力是分布在整個截面上的。把这个分布内力力系按理论力学的方法向截面形心 O 点简化,在 $C-C$ 以左的部分上,将得到一个力 R_c 和一个力偶 M_c ;在 $C-C$ 以右部分上,类似地将得到力 R'_c 和力偶 M'_c 。把力 R_c 分解为沿截面法向和切向两个方向的分量 N_c 和 Q_c ,则 N_c 、 Q_c 和 M_c 称为截面内力的三个分量(以后讲到截面内力都是指这种内力分量)。

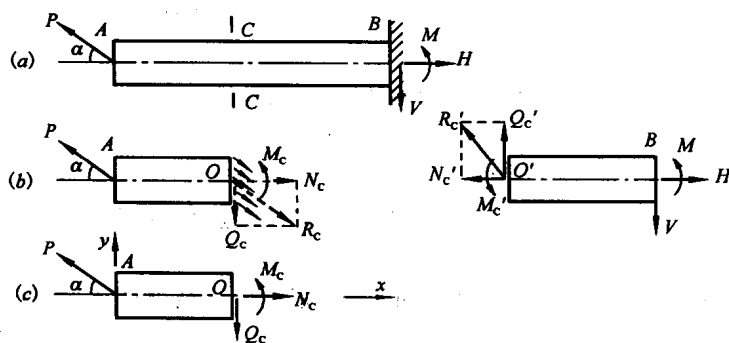


图 1.3 截面法

(a)杆件所受外力;(b)将杆件切开;(c)取左半为脱离体考虑平衡

由于切开之前杆件整体是平衡的,其任一局部也都是平衡的。所以,假想地切开后,其左右两个部分各自仍都保持静力平衡状态。这样,我们可以利用静力平衡条件解出截面上的内力分量。

取杆的左边部分[如图 1.3(c)]为脱离体,对其进行受力分析,它受到的力为荷载 P 以及截面 $C-C$ 上的内力分量 N_c 、 Q_c 和 M_c 。现在,对于截面 $C-C$ 左边这个脱离体来说, N_c 、 Q_c 和 M_c 是作用于其上的外力。引入静力平衡条件

$$\begin{aligned}\sum X = 0, & \quad -P\cos\alpha + N_c = 0 \\ \sum Y = 0, & \quad P\sin\alpha - Q_c = 0 \\ \sum M_o = 0, & \quad \alpha P\sin\alpha - M_c = 0\end{aligned}$$

于是,可以解出 N_c 、 Q_c 和 M_c 的值。

如取右半部分作为脱离体,则可求解 N'_c 、 Q'_c 和 M'_c ,根据作用力与反作用力定律可知,它们必然分别与 N_c 、 Q_c 和 M_c 相等。

上述求构件某一截面处内力的一般步骤是:

- (1)在该截面处假想地把杆件截开,取其某一部分为脱离体。
- (2)对所取的脱离体进行受力分析。脱离体的受力包括原来就作用于脱离体上的外力和截开处暴露出来的截面内力。
- (3)对脱离体使用静力平衡条件解出截面内力。

这种求杆件截面内力的方法,称为“截面法”。

截面法的概念非常重要,其关键是截开杆件取脱离体,这样就使杆件的截面内力转化为脱离体上的外力,其后的分析和计算完全就是理论力学的方法了。

上节已经提到,根据杆件受力情况的不同,杆的变形有拉伸压缩、剪切、扭转和弯曲,以后我们会逐步介绍,与此相应,杆件的截面内力也相应地会有不同的形式。各种情况下的内力都是通过截面法来求解的。

2 杆件的拉伸与压缩

本章提要

杆件的拉伸与压缩是杆件的基本变形形式之一,也是最简单的一种变形形式。通过对于拉伸与压缩的研究,我们将对杆件变形与内力的关系以及材料基本力学性质的研究建立初步的概念。因此,对拉伸与压缩的研究具有重要的意义。本章将建立拉压杆内力的概念和应力、应变的概念,讨论截面法在求解拉压杆内力中的具体应用,研究应变与应力的关系及材料拉伸压缩时的力学性能,建立强度计算的基本概念,并对超静定问题的求解作初步的了解。

2.1 轴向拉伸和压缩的概念

在实际工程中,我们经常会遇到承受轴向拉伸和轴向压缩的等直杆件。例如组成起重机塔架的杆件(图 2.1),房屋桁架中的杆件(图 2.2)等。

如图 2.2(a)所示的房屋桁架,是由很多等直杆件铰接而成的。现取出 A 杆和 B 杆来进行分析。A 杆的计算简图如图 2.2(c),它是一根受拉的等直杆,由节点处传来的合力 P_1 ,作用在杆件的两端,与杆的轴线重合,并且大小相等方向相反,它们使杆件产生轴向的伸长变形,我们称之为轴向拉伸;作用在 B 杆[图 2.2(b)]两端的力 P_2 使杆产生轴向压缩变形,称为轴向压缩。

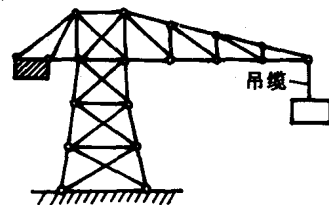


图 2.1 起重机

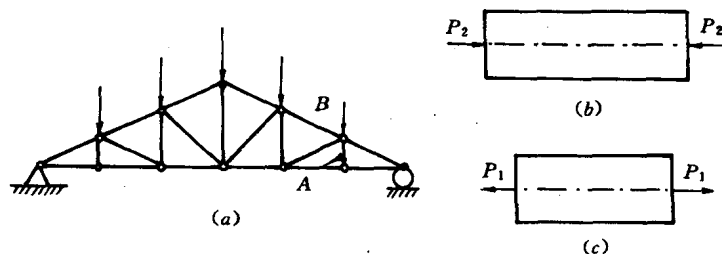


图 2.2 房屋桁架中的杆件
(a)房屋桁架;(b)B 杆;(c)A 杆

2.2 用截面法计算拉(压)杆的内力

2.2.1 拉(压)杆内力的概念

在 1.5 节曾经借助于一个杆件实例介绍过“内力”的概念。杆件在受到轴向拉力作用时,会产生变形而伸长,同时,在杆件内任何截面处,截面两侧相连部分之间产生相互作用力,它的存在保证了截面两侧部分不被分开,这种作用力就是杆件的拉伸内力。类似地,杆件在受到轴向压力作用时,杆件内部会产生压缩内力。

2.2.2 用截面法求轴力

根据 1.5 节所介绍计算杆件内力的方法即截面法的原理和一般步骤,现在研究拉(压)杆的内力计算方法。

图 2.3(a)所示拉杆,两端各作用一轴向外力 P ,内力的计算步骤如下:

(1)在该杆任一横截面 $m-m$ 处将其假想地切开,取其左半部分(或右半部分)为脱离体。

(2)对所取脱离体作受力分析,画出受力图。该脱离体除原来受到的外力 P 之外,在横截面 $m-m$ 处还受到右半部分对它的作用力。我们已经指出,这种作用力本来是分布在整個截面上的连续分布力,在计算内力时,只考虑它们的合力。设其合力为 N ,并且一般地设其方向为背离截面方向,即设其为拉力。则脱离体的受力分析如图 2.3(b)所示。

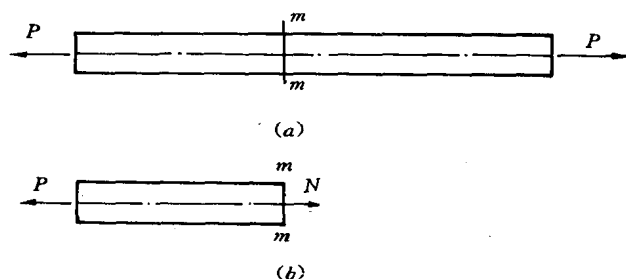


图 2.3 用截面法求受拉杆轴力

(3)对所取脱离体列出平衡方程

$$\sum X = 0, \quad N - P = 0$$

可解得

$$N = P$$

于是解得截面 $m-m$ 处的内力 N 。上述方法也同样适用于如图 2.4 所示轴向受压杆的内力计算,此时将求得 $N = -P$,负号表明 N 的实际方向与所设方向相反。

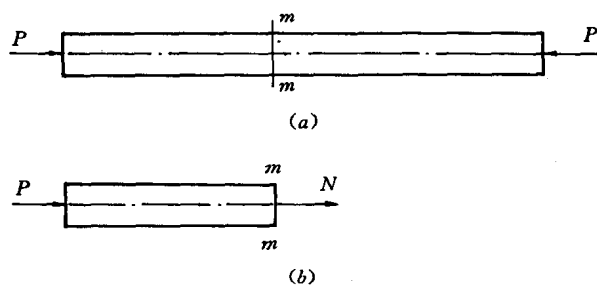


图 2.4 用截面法求轴向受压杆的轴力

显然,为了保证脱离体的平衡, N 的作用线必然与 P 的作用线重合,也就是说,内力 N 是沿杆件轴线作用的。因此我们把轴向拉(压)杆的内力称为轴力。在图 2.3 的情况下,内力 N 的方向是背离截面的,截面邻近的微段将发生拉伸变形,也就是说轴力 N 是拉力。我们通常规定拉力为正的轴力,而压力则为负的轴力。

2.2.3 轴力图

轴向拉(压)杆上各部分的轴力将依所受荷载而变化,可以用图形来直观地表明杆件上各截面处轴力的变化情况,这种图形叫做“轴力图”。以下通过一个例子来说明轴力图的作法。

图 2.5(a)所示杆承受三个轴向外力。由于在截面 B 处作用有外力,当在 B 截面以左或以右用截面截开杆件,截取的脱离体受力情况是不同的。也就是说, B 截面以左和以右的杆段轴力是不同的,因而需要分段研究。

用截面法先计算 AB 段的轴力。在 AB 段的任一横截面 1-1 处将杆切开,并选左段脱离体为研究对象,其受力情况如图 2.5(b)所示。由平衡方程

$$\sum X = 0, \quad N_1 - 2P = 0$$

得 AB 段的轴力为

$$N_1 = 2P$$

对于 BC 段,仍用截面法,在任一横截面 2-2 处将其切开,仍选左段研究其平衡[图 2.5(c)],有

$$\sum X = 0, \quad N_2 - 2P + P = 0$$

$$N_2 = P$$

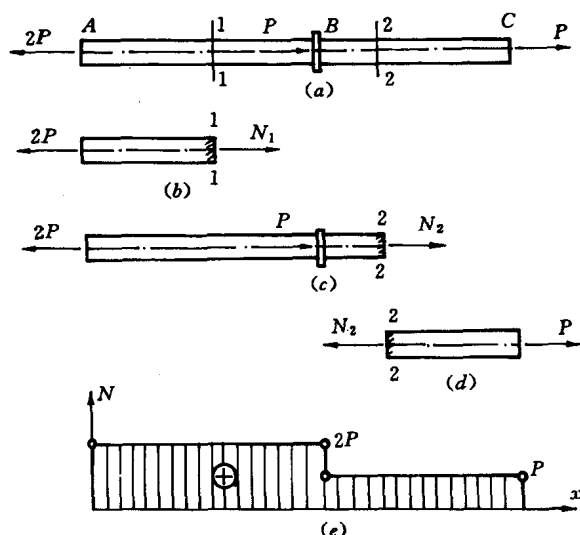


图 2.5 轴力图

为了计算 BC 段的轴力,也可在沿 2-2 截开后选择右段为研究对象[图 2.5(d)],由该脱离体的平衡条件有

$$\begin{aligned}\sum X = 0, \quad -N_2 + P &= 0 \\ N_2 &= P\end{aligned}$$

可见,无论选择哪一段为脱离体,计算结果均相同。在实际计算中,通常选取作用外力较少并便于计算的一段为脱离体。

最后作杆件的轴力图。作图时,沿杆轴方向取横坐标表示横截面的位置,以纵坐标表示轴力。 AC 杆的轴力图即图 2.5(e)所示。

【例 2.1】 绘制图 2.6 所示 AC 杆轴力图。已知: $P_1=20\text{kN}$, $P_2=50\text{kN}$ 。

【解】

(1) 计算支反力

设杆的支反力为 R ,由整个杆的平衡条件可求得

$$R = 30\text{kN}$$

(2) 分段计算轴力

由于截面 B 处作用有外力 P_2 ,故应将杆分为 AB 和 BC 两段,逐段计算轴力。设 AB 和 BC 段轴力均为拉力(正),并分别用 N_1 和 N_2 表示。

先求 AB 轴力 N_1 。取脱离体如图 2.6(b)所示,则有

$$\begin{aligned}\sum X = 0, \quad N_1 - P_1 &= 0 \\ N_1 &= P_1 = 20\text{kN}\end{aligned}$$

再求 BC 段轴力 N_2 。取脱离体如图 2.6(c)所示,则有

$$\begin{aligned}\sum X = 0, \quad -N_2 - P &= 0 \\ N_2 &= -R = -30\text{kN}\end{aligned}$$

在计算中,对于未知轴力都是先假设为拉力,即正的轴力。计算结果如果为负,表明该处轴力实际上为压力。上面所得 N_2 为负值,说明 N_2 的实际方向与所设方向相反,应为压力。

(3) 画轴力图

根据上述所求各段轴力值,作轴力图见图 2.6(d)。可见,绝对最大轴力值为

$$|N|_{\max} = 30\text{kN}$$

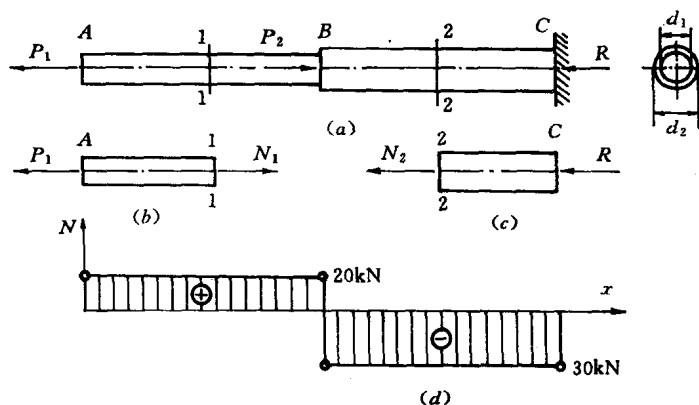


图 2.6 例 2.1 图

2.3 横截面及斜截面上的应力

2.3.1 应力的概念

前面已指出,轴力是截面上分布内力的合力。为了研究拉(压)杆横截面、斜截面上内力分布规律,需要引进应力的概念。在外力作用下,杆件内力在截面上某点分布内力的集度称为该点的应力。

如图 2.7 所示,在截面 $m-m$ 上任一点 K 的周围取一微小面积 ΔA ,设在 ΔA 上的分布内力的合力为 ΔP ,则 ΔP 与 ΔA 的比值 $\frac{\Delta P}{\Delta A}$ 代表 ΔA 内的分布内力的平均集度,称之为 ΔA 内的平均应力。当 ΔA 趋向于零时这个平均应力的极值就是 K 处的应力 p ,即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (2.1)$$

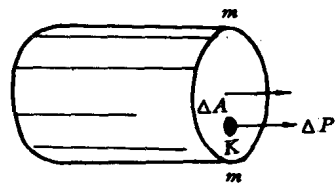


图 2.7 截面上微面积上的内力

应力 p 是一个矢量,其方向即 ΔP 的极限方向。应力的量纲为 $[F]/[L]^2$ 。在国际单位制中,应力的基本单位为 N/m^2 ,其符号为 Pa(帕), $1Pa=1N/m^2$, $1kPa=1 \times 10^3 Pa$, $1MPa=10^6 Pa$ 。

2.3.2 横截面上的应力

要确定拉(压)杆横截面上的内力分布规律,即确定横截面上各点的应力,仅靠平衡条件是不能解决的。杆件在外力作用下不仅产生内力,而且引起变形,内力和变形之间总是相互关联的。要研究应力分布问题,除应利用平衡条件外,还应考虑杆件的变形,并利用内力和变形间的关系建立必要的补充条件。

通过试验观察拉(压)杆的变形情况:图 2.8(a)为一等截面直杆,试验前,在杆件表面等间距地画上与杆轴平行的纵线以及与杆轴垂直的横线,然后,在杆件两端施加轴向外力 P 。由图 2.8(b)可见,在施加外力之后,各纵、横线仍为直线,并分别平行和垂直于杆轴,只是横线间的距离增加,所有的原纵横线形成的正方形网格均变成大小相同的长方形。

根据上述现象,对轴向拉(压)杆内部的变形作如下假设:变形后,横截面仍保持为平面,并且仍垂直于杆轴,只是各横截面沿杆轴作相对平移。此假设称为平面假设。

如果将杆件设想成由无数根纵向“纤维”所组成,则由平面假设可知,任意两横截面间的所有纤维的变形均相同。由于已经假定材料是均匀的,各纵向纤维变形相同,意味着受力也相同,由此可见,横截面上各点处的应力相等,其方向均垂直于横截面[图 2.8(c)]。垂直于横截面的应力称为正应力或法向应力,用 σ 表示。

若拉(压)杆横截面积为 A ,轴力为 N ,则正应力为

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2.2)$$

由公式(2.2)可知,正应力的符号随轴力的符号而定,即拉应力为正,压应力为负。