

萬有文庫

第二集七百種

王雲五主編

統計學原理

(一)

鮑萊著

李植泉譯

商務印書館發行

劉 序

記得二十餘年以前，我在美國學統計學的時候，教科書很少。現在許多有名的統計學者彼時還未著書，甚或也尚在求學時代。在那時所有的教科書中，鮑萊教授的一本要算數一數二的了。記得當時此書只有一冊，以後歷次增補，現在乃成爲兩冊。數十年來，新書出版雖多，統計學也有很大的發展，而此書價值始終維持不墜，著者在統計學界的聲望上日益增高，足見他精益求精，鍥而不舍的毅力。一九三〇及一九三一年國際統計學會開會，我兩次代表我國政府前往參加，皆曾與這位老先生晤談。他鬚眉雖已皓白，而討論學術，及參加學會的一切工作，全不後人，足表示他的精神。李君現將此書譯成中文，對於我國研究統計學的人貢獻不少。我希望學者不獨學鮑萊先生的學術，更要景仰他們老前輩的求學精神，真像荀子所說『學至於死而後已』，如只讀此書，稍能應用統計方法，便自以爲滿足，那就是不善讀書了。

劉大鈞二六年一月五日

原著者序

本書初版於一九〇一年，彼時係根據在倫敦大學經濟學院自一八九五年該院成立之日起五年中所用之講義作成者。其後曾再版兩次，原文雖有修正，然無重要改纂，並增附錄一，討論求差誤常態曲線之第二次近似值，於是數頁附錄遂得流行。現此一版，本質上與一九〇一年舊版無殊；惟第三章第三節，易以一新例解，論平均數之一章，重新加以整理，舊版之第五章，另以一論度量離散度之章代替之，第九章零售物價指數之論述，又重新加以考量，至第十章第二節則已重行改作，同時，文中凡不合時之部分，均易以近代之材料，而整個加以修正，但以對於原文儘可能不加纂改爲準，蓋修正本若於細節過於注意，每或破壞原文之均衡也。然在第二編，則係完全重作，並大加擴充，蓋一方對於理論之檢討愈形詳盡，復又加以擴張，一方又增加若干實例，以解明公式在算術上之應用，而示知理論應用之範圍。爲便於手中存有舊版之人士計，此修正版之第一編，既甚少新穎之處，故第二編乃單獨印行。而爲謀彼數學知識尙淺未能瞭解呈新形式之第二編者之便利計，第一編乃亦另行出版。但此二編根本乃爲一書，故二編共用一索引，彼此並互有參證之處。

全書之主旨，在對於統計學之理論及實踐，作一般之介紹，以供彼在業務上必須運用統計，或對於統計結果之利用及統計調查之限制不能不有普遍之瞭解者之用。本書意旨決非欲成為若干事實之一部概論，而所插入各表，不過供解明方法之用耳，內容並非僅包羅何種業經發表之統計材料已也。但願讀者對於官方或其他方面所發表關於任何題材（凡其中事實之數字知識及其相互關係甚為重要者）之表格及得數，能自瞭解，尤盼能加以評價並給予批評。關於統計學之歷史及書目，本書並無述及之動機。蓋在英文，法文及德文統計學中，特闢極大篇幅，以論統計學方法與實踐之史的發展，並附有參考書目者甚多；故在本書與其加以疎略之論述，似不若完全省略之之為愈。除此種種限制而外，吾人希望在第一編中之論述，能以儘量包括通常統計工作中所需之方法及技術之大部，而此則只以應用最淺顯之數學者為限。插補法一章，所用符號，初視之對於非數學家似覺可怕，固矣；但事實上，有限相差及牛頓插補公式之運用，極為簡單，所包括之算術，亦極簡易，而全章之大部，應為在學校對於圖解代數學受有訓練者所易於瞭解也。

第二編，則對於預先之初步訓練，及略含抽象推理之理解力，有強烈之需要。所假定之實際知識，可由研究院微積分課程而得，至普通不為此種學科所包括之定理，則在附錄中（以簡略式）

證明之。在第一版中，曾謀力避應用微積分而求出主要之得數；但以過去二十年中，統計學已有長足發展之故，現已有放棄此種企圖之必要矣。僅用代數方能求出之得數，其為重要而有用，自無疑義可言。但若在開始對數理統計作深刻研究之前，先行熟知微積分學之原理，乃有極多至少亦為相等之效用，蓋學生可以節省光陰也；惟此種效用須在研究較深之數學後始能領略之耳。此一見解，已為一種非常鬆懈之推理所證實。此種推理即往往為彼過於輕用標準差，頻數曲線，尤其相關係數之著作家所運用者即是。在第二編第六章，曾予以絕大之注意，期能對於以此係數度量相關之意義及此係數之含義，加以儘量精確之說明。而在此學科經過十分深刻研究之前，本可多加論述。蓋吾人除非在精密研究其中原理之後，絕不可企圖度量相關也。

雖本書第二編論述之主旨，一則在對於數理作一般之概論，而不論統計所施用之主體為何，二則對於普通常用之名詞及度量，加以定義與解釋，使之足為各科（凡含有羣類度量之科學）學生之一助，然於論述之次序，特別是試驗之實例，在選擇時，主要均以與社會學及經濟學調查中所生之問題有關者為主。而許多例證，實際上乃均係取給於余個人所作之研究，至此種研究中所引用之數學論述，則一以研究項目所需要，始行加入也。職是之故，本書讀者，凡熟知皮爾生（Karl Pearson）教授，艾得頓

(Elderton) 先生, 哈地 (Hardy) 先生, 及 格林吳得 (Greenwood) 博士之著述者, 必將見及本書對於生物學上問題, 或保險精算學上問題之應用, 並不注重, 而於爲人向少注意之公式及方法, 則重視有加焉。

惟關於論述之最佳方法, 及以數學機率原理應用於統計觀察之基本概念, 已引起甚多之爭論。余不克希望已將有爭論之問題, 力避而不談 (蓋誠如將此種問題一律屏除, 則所餘已無幾矣,) 但余已盡力之所能, 在前景中收納爲一般所公認之方法及原則, 而凡爲爭論題材且不重要者則均捨棄之。雖然, 在某一方面, 有一定之路綫雖未必得普遍之公認, 但仍遵行不輟。依余所見, 標準差一者, 設非與機率表連用, 其效用至爲有限, 蓋此種機率表, 可用以計算超過此標準差若干倍數之機率也。故余對於由樣本而來之平均數及其他函數之分配之常態性, 甚爲注重。關於此點, 吾人必須由正機率, 進而至於所謂逆機率, 而此則余遠勝於其他若干著作家者也。吾人若用樣本, 以判定一範圍, 則吾人得不到任何確定之結果, 直至吾人能作出下述陳述:

『範圍中最或然之平均數 (或任何所論及之數量)

爲 A , 此平均數與 A 相差有 $d_1, d_2, \dots$ 之多之機率, 爲 $p_1, p_2, \dots$ 。』

此即包含逆機率及機率表之確定用途也。而僅僅陳說標準

差，則所昭告吾人者極鮮。

本書之定理及公式，絕少完全由余創作者。對於愛基華斯 (Edgeworth) 教授，皮爾生教授，薛伯 (Sheppard) 博士，余當表示特別歉意，而於猶爾 (Yule) 先生，余當再三感謝不置者也。然余雅不欲將余所叨於此等著作者之一切，一一明白列舉，蓋論述之次序，有時須將彼等著作，加以修改及整理，而其修改及整理之法，當非爲彼著作者所同意。但余已盡力承認所取得材料之來源，並註明參考書籍，庶使讀者能得讀原本。

克築特華基 (J. P. Clatworthy, of University College, Reading) 先生，可文 (H. Curwen) 先生，及郝格女士 (M. Hogg, 經濟學院)，與門茲樂爾 (Menzler) 先生，對於第二編證解之校正，與若干部分算術之證明，均予以極大之助力。而於余最先名舉者，且更感惠非淺，蓋彼對於數理研究之細節，曾賜以有價值之批評也。

A. L. Bowley.

倫敦大學經濟政治學院

一九二〇年九月

第四版附言

『統計原理』一書之第二編，乃爲對於統計數理之概述，而以在經濟學社會學之研究上有特殊用途之方法，作爲特別之補充。在第一編，除對於敘述統計作一概略而不含數學之論述外，復以一章論初級之內插補法，並對於指數作一代數的分析，故在本質上與以前各版並無差別。至第二編，已前各版所有者既幾全部包括在內，實則係完全重作並加擴充，實際上乃係一部新書，故兩編固可分別出版，亦可以兩編合爲一部而印行之。

一九二〇年九月，著者識

第一編

目 錄

第一章	統計學之意義及其範圍	1
第二章	統計調查方法	15
第三章	單位之定義與資料之搜集	21
第一節	單位之定義	21
第二節	資料之搜集	24
第一目	人口普查	24
第二目	工資調查	39
第三目	私人舉辦之調查	50
第四目	英國國外貿易統計	55
第四章	表列法	67
第一節	總論	67
第二節	布斯氏對於人口普查資料之應用	73
第三節	農村工資統計之表列法	79
第四節	美國工資統計之表列法	84
第五節	工資調查之表列法	91

第六節 工資變動統計之表列法.....	97
第五章 平均數.....	107
第一節 算術平均數.....	107
第二節 加權平均數.....	114
第三節 統計係數.....	125
第四節 衆數.....	127
第五節 中位數.....	137
第六節 幾何平均數.....	146
第七節 總論.....	148
第六章 離散度與偏斜度之測量及平均數之應用.....	151
第一節 離散度.....	151
第二節 偏斜度.....	162
第三節 平均數之應用舉例.....	163
第四節 第三類表列法.....	168
第七章 圖示法.....	175
第一節 總論.....	175
第二節 歷史圖.....	204
第三節 數列之比較.....	213
第四節 循環數字.....	232

第五節 對數曲線·····	249
第八章 確度·····	265
第一節 引論·····	265
第二節 計算相對差誤之效果之定則·····	270
第三節 偏誤及非偏誤·····	282
第九章 指數·····	291
第十章 插補法·····	317
第一節 總論·····	317
第二節 代數方法·····	329

插表目錄

第一表	一九一一年英格蘭及威爾士人口普查	28
第二表	紡織業	35
第三表	工資調查	41
第四表	空白調查卡片	51
第五表	進口船貨報告表	57
第六表	免稅貨物報告表	59
第七表	出口貨物報告表	62
第八表	三項表（貧民依年齡性別及地域之分類）	72
第九表	四項表（一八八一與一八九一年大不列顛島數種職業各年齡之男女人數）	73
第十表	就業情形	75
第十一表	男工每年工資及家屬附屬收入	80
第十二表	夏季工資與冬季工資	83
第十三表	美國工資統計	85
第十四表	十分位工資	90
第十五表	工資率——絲織業	92
第十六表	各級工資人數及百分數	96

第十七表	工資變動表列甲.....	98
	工資變動表列乙.....	99
	工資變動表列丙.....	99
	工資變動表列丁.....	101
	工資變動表列戊.....	102
	工資變動表列己.....	103
第十八表	一九一一年英格蘭及威爾士已婚男子之年齡.....	113
第十九表	加權方法不同而平均數變動數甚小之例證.....	118
第二十表	一八六九至一八七〇年之農村工資——各種加 權方法及得數之例證.....	121
第二十一表	求衆數法.....	129
第二十二表	十三歲至十五歲兒童之體格測量.....	141
第二十三表	求中位數及四分位數之公式.....	145
第二十四表	英格蘭及威爾士各大城市一九二〇年中五十 二個星期每週之死亡率合計數.....	152
第二十五表	英國工程人員聯合會若干分會一八六二及一 八九一年之每週工資（加工不計）.....	165
第二十六表	文字答語之表列.....	169
第二十七表	一八八六年英國工商業蕭條問題調查委員會 所發問題之答覆.....	171

第二十八表	僱傭情形提要.....	172
第二十九表	現行工資.....	172
第三十表	一八六五至一八八五年間之工資變動.....	173
第三十一表	據公布之英國國產貨物出口真實價值.....	193
第三十二表	英國之租稅.....	
第三十三表	一八六二至一九〇六年輸入英國之小麥及麵粉.....	209
第三十四表	一八六二至一九〇五年英國之出入口貨值....	217
第三十五表	英國之結婚率出入口總貨值平均每人負擔額及小麥每夸特 (quarter) 平均價格.....	225
第三十六表	時間數列表.....	234
第三十七表	對數尺度表.....	
第三十八表	自然數字.....	257
第三十九表	對數.....	258
第四十表	對數表.....	260
第四十一表	一八八八年英國協會經濟組所派委員會建議之指數加權基礎.....	306
第四十二表	都市勞動階級家庭預算.....	310

插圖目錄

第一圖	求算中位數四分位數十分位數之圖示法	143
第二圖	工資統計圖	179
第三圖	每千人口中之年齡分配	183
第四圖	一九一一年英格蘭及威爾士已婚男子之年齡分配	185
甲	方柱圖	185
乙	累積圖	185
第五圖	各種尺度及錯誤底線表示同一數字	190
甲,乙,丙,丁,戊。		190
第六圖	英國國產貨物出口總值	192
第七圖	決定中位數與衆數之圖示法	198
第八圖	長方形圖	202
第九圖	歷史圖	205
第十圖	一八六二至一九〇六年輸入英國之小麥及麵粉	208
第十一圖	比較圖	216
第十二圖	英國與其屬地及外國間之貿易價值	218
第十三圖	英國人口平均每人負擔之進口出口貨值與結婚 率及小麥平均每夸特之價格	226

甲, 乙, 丙.....	226
第十四圖 英國鑄鐵工人協進會每月失業會員數及每年平均數.....	238
甲, 乙; 丙; 丁; 戊; 己; 庚; 辛.....	238
第十五圖 曲線圖.....	242
第十六圖 曲線圖.....	243
甲; 乙; 丙.....	243
第十七圖 剔除季節變動後趨勢圖.....	245
第十八圖 各種平均數.....	246
甲; 乙; 丙; 丁.....	246
第十九圖 英國十九世紀間進出口貿易之進展.....	251
甲 用自然尺度.....	251
乙 用對數尺度.....	252
第二十圖 結婚率及僱傭情形.....	259
甲 用自然尺度.....	259
乙 用對數尺度.....	259
丙 用對數尺度.....	259
第二十一圖 插補法圖示.....	326
甲, 乙.....	327
第二十二圖 拋物線.....	345

第二編

目 錄

第二編 數理統計之部.....361

第一章 頻數曲線361

第一節 導言.....361

第二節 頻數羣類及曲線.....362

第三節 動差所用之標號.....368

第四節 動差算法舉例.....370

第二章 代數機率與差誤常態曲線.....379

第一節 初步原理.....379

第二節 機率乘法.....380

第三節 機率加法.....381

第四節 差誤常態律之演繹.....382

第五節 代數機率與經驗.....395

第六節 白諾立氏定律.....396

第七節 例證.....398