

戴恩清 编著

列方程解应用题



湖北教育出版社

列方程解应用题

戴 恩 清 编 著

湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

列方程解应用题/戴恩清编著, - 武汉:湖北教育出版社, 2000

ISBN 7-5351-2750-9

I. 列… II. 戴… III. 代数课-初中-教学参考资料 IV. G634.623

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 60084 号

出版
发行:湖北教育出版社

武汉市青年路 277 号
邮编:430015 电话:83625580

经销:新华书店

印刷:湖北少年儿童出版社印刷厂

(432300·川汉路 1 号)

开本:787mm×1092mm 1/32

9.5 印张

版次:2000 年 10 月第 1 版

2000 年 10 月第 1 次印刷

字数:198 千字

印数:1-5 000

ISBN 7-5351-2750-9/G·2235

定价:11.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

序

邓宗琦

“列方程解应用题”是初中代数中重要的内容,同时又是教师难教、学生难学的内容。为了回答“难教”、“难学”的问题,许多有经验的教师,就这个问题写过不少辅导读物。这些辅导读物对教师、学生都起过一定作用。

看过戴恩清老师的《列方程解应用题》后,我感到确有“入门与提高”的作用。作者从总结自己十几年的教学经验着手,构建了大量的典型例子,特别注意对相等关系的分析,面对全体学生,以此打好基础,严把“入门”关。在安排有足够训练后再着手“提高”,让学生由浅入深,由简到繁,层层提高,再引入综合性的问题,进而注意发散思维训练,培养学生创造性思维。本书作者,特别注意抓住方程的本质属性,注意问题的转化,使教师感到教得较易,学生学得也不太难。我想,这正是本书作者要达到的目的。正因为这样,本书确实值得教师们作为教学的参考,也可以作为学生们的课外补充读物。

说 明

为解决列方程解应用题教学中“难教”、“难学”的问题,笔者根据长期的探索实践,整理编著了这本书。

应用题自身所包含的相等关系是解应用题的根本。用算术法、列方程法、列方程组法解应用题,说到底是在按不同方式对相等关系加以利用。因此,本书以相等关系为主线,在体例上按学生认识由浅入深,由具体到抽象,由模仿到创造等规律编排。

第一章对怎样使用公式,怎样列代数式进行了介绍,并针对学生易忽略的问题安排了专门训练。

第二章对如何分析题意中的相等关系作了由浅入深的说明,对如何找全解题所需的全部相等关系作了全面系统介绍,并安排了相应训练,目的在于提高学生分析问题的能力,为列方程解应用题打下必备的基础。

第三章是为方便初学者而安排的,以简单模仿为水准的入门解法及练习。所配练习题的难度与现行初中教材第一册(上)的相当。

较好掌握了入门解法的学生自然会产生简化解题步骤的愿望,大量综合应用题的有效解答也不允许解题步骤过细,为使弄清简化解题步骤的道理,做到合理简化,并能按简化要求解题,本书专门安排第四章内容体现以上意图。本章习题难度与现行初中教材各册中的相当,与近几年绝大部分省、

市的一般中考应用题持平。

第五章的内容有两个特点：

一是通过各种方法、灵活分析、运用相等关系，使一些难度较大的题得到有效解答；二是以一些基本题为基础，在掌握了基本方法、基本规律的基础上，注重发散思维训练，以培养学生举一反三、创造性解题能力。体现本章第一特点的习题难度较大，不低于近几年绝大部分省、市中考的大难度应用题，高于现行初中教材中的应用题。体现本章第二特点的习题是笔者编撰的，难度并不大，主要目的是培养学生的创造意识。

本书适用初中学生，也可供教师，从事初等数学研究的人员参考。

本书的编写过程中，许许多多的教师、数学工作者给予了本人很大的理解、支持！特别是国家高等数学教学指导组成员，前华中师范大学副校长邓宗琦教授对本书更是给予了极大关怀，热情鼓励！在此特向关心过本人的所有教师、数学工作者，向尊敬的邓教授表示诚挚的感激！借此机会也对关心、支持本书出版的湖北教育出版社的工作人员表示衷心感谢！

由于书中的许多观点、方法、表达方式都是笔者在 10 余年探索基础上独自总结出的，在编排上也作了螺旋式尝试（这是编教科书允许的，但实际中并不多用的排列方法）。加上个人精力、水平都很有限，因而错误之处难免，在此特恳请广大读者提出宝贵的批评、修改意见！

戴恩清

2000 年 2 月于湖北宜昌

引 言

你一定知道孙悟空有 72 变,可你知道吗?下面的应用题,“甲、乙两站间的路程为 360 千米,一列慢车从甲站开出,每小时行驶 48 千米;另一列快车从乙站开出,每小时行驶 72 千米,快车先开 25 分,两车相向而行,慢车行驶了多少小时两车相遇了?”用列一元一次方程的方法解时,列方程的方法也有 72 种,你不觉得这很有趣吗?

过去我们听到过许多关于解应用题难的说法,机灵的同学在看了上述说明后一定会想,从 72 种列法中学到一种,这不会太难吧?这样的同学想得很有道理,我们应该有自信。

为什么要学解应用题?学会解应用题有利于后面知识的学习,有利于培养我们分析问题、解决问题的能力,一个人学习时间再长,最后也还是要工作,能不能把所学知识很好用于实践,有一个能力问题,能很好地解应用题,有利于这种能力的培养。

小学阶段,我们主要用算术方法解应用题,由于这种方法在思考上比较繁杂、笨拙,因而能解决的问题比较少且简单,方程解法正好能克服上述不足,因而从初中开始,我们将用方程方法解应用题,同学们要尽快适应这种方法。

虽然解应用题很有趣,也并不很难,但同学们怕解应用题、解不好应用题的现象还是很普遍的,这说明对应用题的学习不仅不能掉以轻心,而且应特别重视,只要我们牢牢公式、

列代数式等基础;养成认真思考,善于分析的好习惯,能准确找出相等关系,并掌握好利用相等关系的方法,我们就一定能像孙悟空灵机善变一样,从容自若,灵活多样的解题!

目 录

第一章 打好基础	1
公式及其运用	1
1.1 解应用题常用公式	1
1.2 弄清公式含义,准确使用	4
1.3 弄清公式用法,灵活使用	7
1.4 列代数式	10
第二章 分析相等关系	19
一 学会分析题中相等关系	19
2.1 认真读题,得出明显相等关系	19
2.2 仔细分析,准确得出相等关系	21
2.3 深入分析,得出复杂相等关系	25
2.4 着眼实用,熟练分析相等关系	31
二 求出解题所需全部相等关系	37
2.5 分析全部相等关系的一般方法	37
2.6 分析全部相等关系的训练	43
第三章 完整解应用题入门	54
3.1 解应用题的一般方法	54
3.2 解应用题入门训练(一)	59
3.3 解应用题入门训练(二)	62
3.4 解应用题入门训练(三)	65
3.5 解应用题入门训练(四)	70

3.6	解应用题入门训练(五)	73
3.7	解应用题入门训练(六)	76
3.8	解应用题入门训练(七)	78
第四章	利用多种方法分类训练	81
一	利用无意识选择法解题	81
4.1	解调配问题	81
4.2	解工作总量可看作1的工程问题	83
二	利用有意识选择法解题	86
4.3	解浓度问题	86
4.4	解数字问题	89
4.5	利用一题多列法解题	92
三	利用过渡方法解行程问题	101
4.6	过渡方法简述	101
4.7	抽象地利用有意识选择法解相遇问题	103
4.8	抽象地利用有意识选择法解追及问题	108
4.9	鉴别所列方程正误的训练	114
4.10	列方程组解题	123
四	利用适当方法解其他类别题	129
4.11	解其他类别题(一)	129
4.12	解其他类别题(二)	133
4.13	解其他类别题(三)	137
4.14	解其他类别题(四)	140
第五章	提高性训练	145
一	特殊性训练	145
5.1	透彻性解题训练	145
5.2	相等关系个数少于未知数个数的解题训练	152

二 灵活性训练	156
5.3 灵活运用基本方法,顺利解题	156
5.4 抓住主要相等关系,有效解题	164
5.5 巧选角度,简捷解题	173
三 转化性训练	178
5.6 不同类别应用题间的转化训练	178
5.7 过程、对象间的转化训练	185
5.8 基本题转化为综合题的训练	189
5.9 对一个中考题的解法研究	193
参考解答与提示	210

第一章 打好基础

打仗不能没有武器,有了武器但不了解它的使用方法,同样打不好仗。只有配备了武器,懂得它的使用方法,并能熟练使用,才有可能打胜仗。列方程解应用题就像打仗一样,必须具备公式等基础知识,列代数式等基本技能,并且要熟练掌握,这样才有可能顺利列方程解应用题。本章我们将详细学习公式等基础知识,训练列代数式等基本技能,为列方程解应用题打下良好基础。

公式及其运用

1.1 解应用题常用公式

解应用题涉及到许多公式,为便于应用,我们先对公式作一回顾。有些经常用到的有公式作用的式子,如“总量 = 各部分量的和”等,为便于应用,我们也将它们罗列出来。

图形类

1. 长方形周长 $= 2 \times (\text{长} + \text{宽})$
2. 正方形周长 $= 4 \times \text{边长}$
3. 多边形周长 = 各边长的和
4. 圆周长 $= \pi \times \text{直径}$
 $= 2\pi \times \text{半径}$
5. 长方形面积 $= \text{长} \times \text{宽}$

6. 正方形面积 = 边长²

7. 三角形面积 = $\frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$

8. 梯形面积 = $\frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}$

9. 圆面积 = $\pi \times \text{半径}^2$

10. 圆柱体侧面积 = 底圆周长 $\times$ 高

11. 长方体体积 = 长 $\times$ 宽 $\times$ 高

12. 正方体体积 = 边长³

13. 圆柱体体积 = $\pi \times \text{底圆半径}^2 \times \text{高}$

行程、工程类

1. 路程 = 速度 $\times$ 时间

2. 船顺流航行速度 = 船在静水中航行速度 + 水流速度

3. 船逆流航行速度 = 船在静水中航行速度 - 水流速度

4. 飞机顺风飞行速度 = 飞机在无风时的飞行速度 + 风

速

5. 飞机逆风飞行速度 = 飞机在无风时的飞行速度 - 风

速

6. 工作量 = 工作效率 $\times$ 工作时间

浓度类

1. 一个食堂用 P 千克面粉做馒头, 其中小麦粉 m 千克, 荞麦粉 n 千克, 那么小麦粉(或荞麦粉)在总面粉中占的百分比, 就是小麦粉(或荞麦粉)的浓度。相应的有以下一些式子:

$$(1) m + n = P$$

$$(2) \text{小麦粉的浓度} = 100\% \times \frac{m}{P}$$

$$(3) \text{荞麦粉的浓度} = 100\% \times \frac{n}{P}$$

(4) 小麦粉的浓度 + 荞麦粉的浓度 = 1

2. 与以上浓度问题类似, 盐和水均匀混合后, 有以下一些式子:

(1) 盐的重量 + 水的重量 = 盐水的重量

(2) 盐的百分率(或浓度) = $100\% \times \frac{\text{盐的重量}}{\text{盐水的重量}}$

(3) 水的百分率(或浓度) = $100\% \times \frac{\text{水的重量}}{\text{盐水的重量}}$

(4) 盐的百分率 + 水的百分率 = 1

3. 一般地, 甲、乙两种物质混合后得到一种均匀混合物, 那么相应的有以下一些式子:

(1) 甲物质的重量 + 乙物质的重量 = 混合物的重量

(2) 甲物质的百分率 = $100\% \times \frac{\text{甲物质的重量}}{\text{混合物的重量}}$

(3) 乙物质的百分率 = $100\% \times \frac{\text{乙物质的重量}}{\text{混合物的重量}}$

(4) 甲物质的百分率 + 乙物质的百分率 = 1

数字类

一个 n 位数 = 个位上的数 + $10 \times$ 十位上的数 + $10^2 \times$ 百位上的数 + $\cdots + 10^{n-1} \times$ 最高位上的数

其它类

1. 出粉率 = $100\% \times \frac{\text{面粉斤数}}{\text{小麦斤数}}$

2. 合格率 = $100\% \times \frac{\text{合格产品数}}{\text{产品总数}}$

3. 增长问题

(1) 增长率 = $100\% \times \frac{\text{增加部分的量}}{\text{原来的总量}}$

(2) 增加部分的量 = 后来的总量 - 原来的总量

4. 下降问题

(1) 下降率 = $100\% \times \text{下降部分的量} / \text{原来的总量}$

(2) 下降部分的量 = 原来的总量 - 后来的总量

5. 物体浸没在水中时

(1) 减重率 = $100\% \times \text{减少的重量} / \text{物体在空气中的重量}$

(2) 减少的重量 = 物体在空气中的重量 - 物体在水中的重量

6. 均匀物体的总量 = 每一件的量 $\times$ 件数

7. 总量 = 各部分量的和

8. 总价 = 单价 $\times$ 数量

9. 重量 = 密度 $\times$ 体积

1.2 弄清公式含义,准确使用

例1 小车以7米/秒的速度行驶12秒,然后又以3米/秒的速度行驶了5秒。问小车一共行驶了多少距离?

对此题,同学们中存在以下两种解法,试判断正误,并说明正确的理由或错误的原因。

解法一:

小车一共行驶了 $7 \times 12 + 3 \times 5 = 99$ (米)

解法二:

小车一共行驶了 $7 \times 5 + 3 \times 12 = 71$ (米)

答 解法一是正确的,解法二是错误的。

正确的理由:小车行驶分两个过程。在第一过程里,小车在第一段路上行驶的路程 = 小车在第一段路上行驶的速度 $\times$ 小车在第一段路上行驶的时间 = $7 \times 12 = 84$ (米);同理,小车在第二段路上行驶的路程 = $3 \times 5 = 15$ (米)。因此,小车行驶

的全部路程 = 小车在第一段路上行驶的路程 + 小车在第二段路上行驶的路程 = $84 + 15 = 99$ (米)。

错误的原因:没有正确使用公式“路程 = 速度 $\times$ 时间”。在第一过程里,小车在第一段路上行驶的路程 $\neq$ 小车在第一段路上行驶的速度 $\times$ 小车在第二段路上行驶的时间;同理,小车在第二段路上行驶的路程 $\neq$ 小车在第二段路上行驶的速度 $\times$ 小车在第一段路上行驶的时间。

从例1的解答可以看出:

使用公式时,公式中的每一个量都应是同一过程下的。

例2 张军以7米/秒的速度跑了15秒,王伟以6.5米/秒的速度跑了18秒。张军与王伟各跑了多少距离?

对此题,同学们中存在以下两种解法,试判断正误,并说明正确的理由或错误的原因。

解法一:

张军跑的路程 = $7 \times 15 = 105$ (米)

王伟跑的路程 = $6.5 \times 18 = 117$ (米)

解法二:

张军跑的路程 = $7 \times 18 = 126$ (米)

王伟跑的路程 = $6.5 \times 15 = 97.5$ (米)

答 解法一是正确的,解法二是错误的。

正确的理由:张军跑的路程 = 张军跑的速度 $\times$ 张军跑的时间 = $7 \times 15 = 105$ (米);同理,王伟跑的路程 = 王伟跑的速度 $\times$ 王伟跑的时间 = $6.5 \times 18 = 117$ (米)。

错误的原因:没有正确使用公式“路程 = 速度 $\times$ 时间”。张军跑的路程 $\neq$ 张军跑的速度 $\times$ 王伟跑的时间;同理,王伟跑

的路程 $\neq$ 王伟跑的速度 $\times$ 张军跑的时间。

从例 2 的解答中可以看出：

使用公式时，公式中的每一个量都应是同一对象的。

从例 1、例 2 的解答和说明可以看出：对于公式，我们不仅要记熟，更要正确理解，这样才能正确使用。在例 1 解法二里，由于把第一个运动过程中的量和第二个运动过程中的量“张冠李戴”，因而导致了解题的错误；在例 2 解法二里，由于将张军的量和王伟的量“张冠李戴”，因而也导致了解题的错误。只有在使用公式时，做到公式中的每一个量都是同一对象在同一过程下的量，才是正确理解了公式，也才能做到准确使用。

练习题 1.2

1. 王平骑自行车以 15 千米/时的速度行驶 $\frac{1}{5}$ 小时，然后调动变速器，以 12 千米/时的速度再行驶 $\frac{1}{4}$ 小时。求此时王平离出发地有多远。

2. 贝贝购 2.5 元一斤的苹果 3.4 斤，莎莎购 2.3 元一斤的苹果 3.8 斤。贝贝与莎莎购苹果各用了多少钱？

3. 把含盐 20 克的甲种盐水 400 克与含盐 16 克的乙种盐水 200 克混合在一起，得到丙种盐水。求：

(1) 甲种盐水含盐的百分率；

(2) 乙种盐水含盐的百分率；

(3) 丙种盐水含盐的百分率。

4. 某工厂向银行申请了两种贷款共 35 万元，每年要付利息 4.4 万元。其中第一种贷款 15 万元，每年应付利息 1.8