

统计物理学

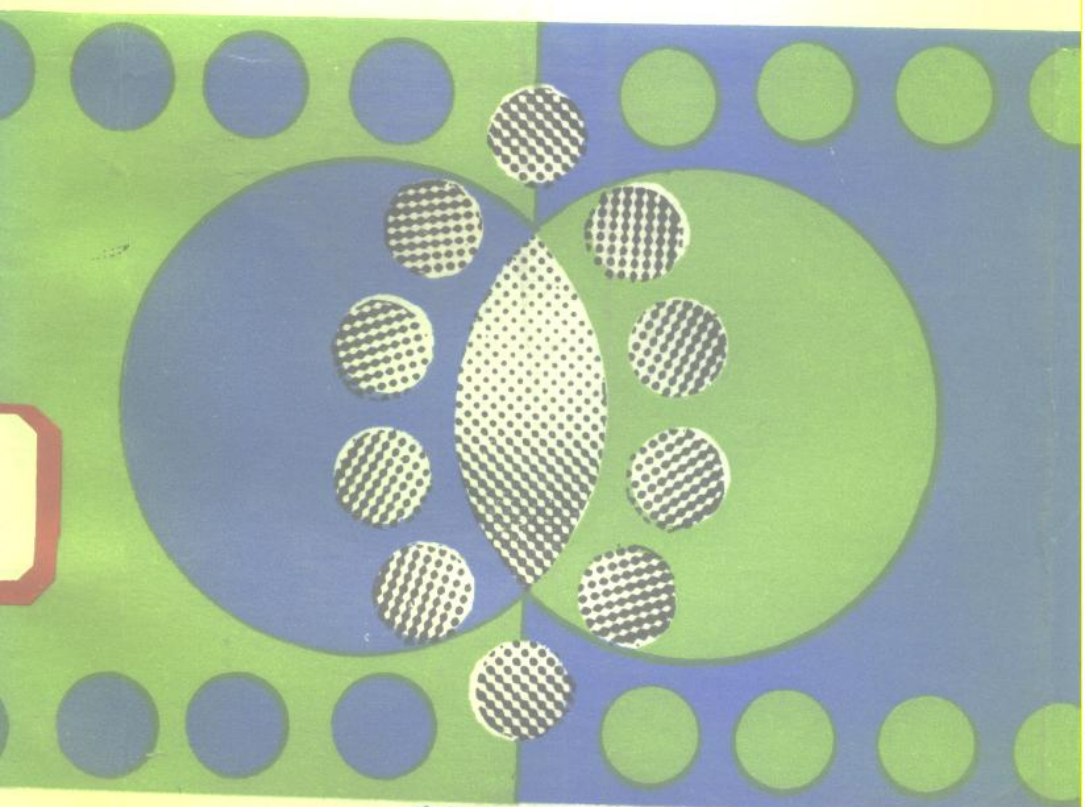
(II)

(凝聚态理论)

[苏]E. M. 栗弗席兹 Л. Д. 皮塔也夫斯基 著

郭新凯 等译

王锡绂 校订



高等教育出版社

Л. Д. 朗 道
[苏] E. M. 栗弗席兹 理论物理学教程 第九卷

统计物理学

(II)

(凝聚态理论)

[苏] E. M. 栗弗席兹

Л. П. 皮塔也夫斯基 著

郭新凯 单世满 赵振业 译

王锡斌 校订

高等教育出版社

1989

京(112号)

本书是朗道(Л. Д. Ландау)和栗弗席兹(Е. М. Лифшиц)所著《理论物理学教程》丛书第九卷,讲述统计物理学的凝聚态理论。译者按苏联莫斯科《科学》出版社数理书籍总编辑部1978年出版的原著译出,并参考了珀格蒙(PERGAMON)出版社1980年英文版。

原书共九章,讲述正常费米液体, $T=0$ 时费米系统的格林函数、超流动性、有限温度下的格林函数、超导性、晶格中的电子、磁性、电磁振荡、流体动力学涨落。全书内容丰富,有不少是作者的重要贡献,可供综合大学及有关高等院校物理专业师生、研究生及科研机构的研究人员参考。

【苏】 Л. Д. 朗道 理论物理学教程 第九卷
Е. М. 栗弗席兹

统计物理学(II)

(凝聚态理论)

【苏】 Е. М. 栗弗席兹

Л. П. 皮塔也夫斯基著

郭新凯 单世满 赵振业 译

王锡斌 校订

高等教育出版社出版

新华书店总店北京科技发行所发行

民族印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张15.5 字数 370 000

1993年4月第1版 1993年4月第1次印刷

印数 0001—1 085

ISBN 7-04-003037-3/O·945

定价9.65元

译 者 的 话

诺贝尔奖金获得者苏联科学院院士Л. Д. 朗道及E. M. 栗弗席兹教授所著的、荣膺1962年度列宁奖金的这部多卷集《理论物理教程》，是有世界影响的学术巨著。

本书系根据苏联科学(«Hayka»)出版社1978年版译出的。书中用格林函数方法统一处理凝聚态物理的各种问题。其中许多问题是朗道院士及其学派所建立和发展的。这是讲述朗道关于凝聚态理论的系统专著。

第一章至第五章由郭新凯翻译。第六章、第七章由单世满翻译、第八章、第九章由赵振业翻译。全稿由王锡绂教授按俄文版并参照英文Pergamon 1980年版和日文岩波书店1982年版进行了全面校订。译校中已按理论物理教程第IV卷量子电动力学(俄文1980年版)第15页和第X卷物理动理学(俄文1979年版)所附的关于第IX卷的勘误表进行了校正。本书还承蒙南京大学徐龙道教授进行了认真的审阅，提出了许多宝贵意见，特此深表感谢。

本书对象是科学工作者、大学教师、研究生和高年级大学生。

由于时间紧迫，译校者水平所限，译文中不当或错误之处，恳请各位读者和专家批评指正。

译 者

1989年11月于东北师范大学

原 书 序 言

简单说来，这本理论物理学教程第九卷是专门讨论物质凝聚态的量子理论的。本卷开始于对量子液体——玻色液体和费米液体理论的详细叙述。该理论是Л.Д.朗道在П.Л.卡皮查的实验发现之后创建起来的，是当今理论物理学的一个独立分支。这个理论的重要性，与其归因于在液态氦同位素中发生的那些有趣现象，不如说由于量子液体及谱的概念实质上是宏观物体量子描述的基础。

例如，为了深入理解金属的性质，必须把金属中的电子看作费米液体。但是电子液体的性质因晶格的存在而复杂化，因而对均匀且各向同性液体这种较简单的情况进行预备性研究，乃是建立理论的必需步骤。金属的超导性也是一样，如不预先了解较简单的玻色液体超流理论，便难于清楚地把金属的超导性理解为电子液体的超流性。

格林函数方法，是现代统计物理学数学工具不可缺少的部分。这绝不仅仅由于计算格林函数的图技术所带来的计算上的方便。问题首先在于，格林函数能直接确定出物体的元激发谱，因此，它是能够最自然地描述这些激发性质的语言。所以，对于方法问题，即宏观物体的格林函数理论，本卷相当注意。虽然，方法的基本思想对所有的系统都一样，但在不同的情况中，图技术的具体形式是有区别的。因此，自然要以各向同性的量子液体为例来发展这些方法，这里，方法的实质以纯正的形式表露出来，没有空间非均匀性和存在几种粒子等等引起的复杂情况。

根据同样的原因,我们用简单的、具有微弱相互作用的、各同性的费米气体模型,来阐述超导性的微观理论,而避开由于存在晶格和库仑相互作用所引起的复杂情况。

关于本书讲述晶格中的电子和磁性理论的章节,我们再一次强调,本书是理论物理学教程的一部分,而绝无代替固体理论教程的使命。按照这个原则,这里只研究最一般性的问题,既不要求具体实验数据的利用,也不涉及没有明确理论基础的计算方法。我们也提醒一下,有关固体的动理学性质的内容与本卷无关,这一部分拟在《理论物理学教程》的下一卷即最末一卷中研究。

最后,在本书中也叙述了实物介质中的电磁涨落理论和流体动力学涨落理论。前者,原已包含在第八卷(《连续媒质电动力学》)中。现在把它移到这一卷里,是出于需要运用格林函数,以使整个理论具有简单的和便于应用的形式。此外,将电磁涨落和流体动力学涨落放在同一卷里研究,也显得自然。

Л.Д.朗道不在本书的实际作者之列。但是,读者容易看出,在本书的正文中多么频繁地遇到他的名字,因为这里所讲述的大部分成果是属于他个人的或同他的学生们合作取得的。同他共事多年,我们有理由相信,我们做到了忠实地反映出他对这些问题的观点——当然,也顾及到从悲惨地中止他的事业那天以来的十五年间所增添的新问题。

我们诚恳地向А.Ф.Андреев,И.Е.Дзялошинский和И.М.Лифшиц表示感谢,他们对本书中所研究的问题经常进行讨论。我们也从著名的А.А.Абрикосов,Л.П.Горьков和И.Е.Дзялошинский的书中得到许多益处,他们的书是物理学文献中讲述统计物理学新方法的首批著作之一。最后,我们向Л.П.Горьков和Ю.Л.Климонтович致以谢意,他们阅读了本书的原稿,并提

出了许多意见。

E. M. 采弗席兹, Л. П. 皮塔也夫斯基

1977 年 4 月

记 号

矢量的下标, 用拉丁字母 $i, k, \dots$ 等标记. 自旋的下标, 用希腊字母 $\alpha, \beta, \dots$ 等标记. 所有两次重复出现的下标, 是指求和.

«4 维矢量»(见 63 页的注解), 标以大写字母 $X, P, \dots$ 等.

体积元为 dV 或 d^3x .

量值从上或从下趋近于零时的极限, 标以 $+0$ 或 -0 .

算符用带尖角 $\wedge$ 的字母标记.

哈密顿量(哈密顿算符)为 $\hat{H}$, $\hat{H}' = \hat{H} - \mu \hat{N}$. 微扰算符是 $\hat{V}$.

薛定谔绘景中的 ψ 算符为 $\hat{\psi}, \hat{\psi}^+$; 海森伯绘景中的 ψ 算符是 Ψ, Ψ^+ ; 松原(Matsubara)绘景中的 ψ 算符为 $\hat{\Psi}^M, \hat{\Psi}^{M+}$.

格林函数为 G, D . 温度格林函数为 $\mathcal{G}, \mathcal{D}$.

热力学量的标记同第五卷一样, 其中有: 温度为 T , 体积是 V , 压强是 P , 化学势为 μ .

磁场强度和磁感强度分别为 H 和 B ; 外磁场是 $\mathcal{H}$.

引用本教程其它各卷的节和公式, 按卷别为: I——«力学», 1973; II——«场论», 1973; III——«量子力学», 1974; IV——«相对论性量子理论»*, 1968, 1971; V——«统计物理学I», 1976; VI——«连续介质力学»** , 1954; VIII——«连续媒质电动力学», 1959.

* 1979年版改称«量子电动力学»——译注.

** 1954年版改为«流体力学»与«弹性理论». 前者的上册中译本已由高等教育出版社1983年出版.

目 录

译者的话	1
原书序言	1
记号	1
第一章 正常费米液体	1
§ 1. 费米型量子液体中的元激发	1
§ 2. 准粒子的相互作用	9
§ 3. 费米液体的磁化率	14
§ 4. 零声	16
§ 5. 费米液体中的自旋波	23
§ 6. 粒子间有斥力的简并化近理想费米气体	26
第二章 $T=0$ 时费米系统的格林函数	35
§ 7. 宏观系统的格林函数	35
§ 8. 根据格林函数确定能谱	42
§ 9. 理想费米气体的格林函数	48
§ 10. 费米液体粒子按动量的分布	51
§ 11. 由格林函数计算热力学量	53
§ 12. 相互作用绘景中的 $\mathcal{U}$ 算符	54
§ 13. 费米系统的图技术	58
§ 14. 自能函数	67
§ 15. 双粒子格林函数	71
§ 16. 顶角函数与准粒子散射幅的关系	76
§ 17. 小动量传递时的顶角函数	79
§ 18. 顶角函数与准粒子相互作用函数的关系	86
§ 19. 格林函数微商恒等式	89
§ 20. 极限动量与密度之间关系的推导	95
§ 21. 近理想费米气体格林函数	98
第三章 超流性	106
§ 22. 量子玻色液体中的元激发	106

§ 23. 超流性	110
§ 24. 液体中的声子	118
§ 25. 简并的近理想玻色气体	123
§ 26. 凝聚体的波函数	128
§ 27. 凝聚体密度对温度的依赖关系	133
§ 28. 超流密度在 λ 点附近的行为	137
§ 29. 量子涡线	139
§ 30. 近理想玻色气体中的涡线	146
§ 31. 玻色液体的格林函数	148
§ 32. 玻色液体的图技术	155
§ 33. 自能函数	158
§ 34. 准粒子的裂变	163
§ 35. 能谱在其终点附近的性质	169
第四章 有限温度下的格林函数	176
§ 36. 有限温度下的各种格林函数	176
§ 37. 温度格林函数	182
§ 38. 温度格林函数的图技术	187
第五章 超导性	191
§ 39. 超流费米气体 能谱	191
§ 40. 超流费米气体 热力学性质	198
§ 41. 超流费米气体的格林函数	204
§ 42. 超流费米气体的温度格林函数	211
§ 43. 金属的超导性	213
§ 44. 超导电流	215
§ 45. 金兹堡-朗道方程	221
§ 46. 超导相与正常相边界上的表面张力	230
§ 47. 两类超导体	236
§ 48. 混合态的结构	241
§ 49. 高于相变点的抗磁磁化率	250
§ 50. 约瑟夫逊效应	254
§ 51. 超导体中电流与磁场的关系	258

§ 52. 磁场对超导体的穿透深度.....	267
§ 53. 超导合金.....	270
§ 54. 粒子对的轨道矩不等于零时的库珀效应.....	273
第六章 晶格中的电子.....	279
§ 55. 周期场中的电子.....	279
§ 56. 外场对晶格中电子运动的影响.....	289
§ 57. 准经典轨道.....	294
§ 58. 准经典能级.....	300
§ 59. 晶格中电子的有效质量张量.....	303
§ 60. 磁场内晶格中电子状态的对称性.....	309
§ 61. 正常金属的电子谱.....	314
§ 62. 金属中电子的格林函数.....	319
§ 63. 哈斯-阿耳芬效应.....	324
§ 64. 电子-声子相互作用.....	333
§ 65. 电子-声子相互作用对金属中电子能谱的影响.....	337
§ 66. 固体电介质的电子谱.....	342
§ 67. 半导体中的电子和空穴.....	346
§ 68. 简并点附近的电子谱.....	348
第七章 磁性.....	355
§ 69. 铁磁体中的磁矩运动方程.....	355
§ 70. 铁磁体中的自旋波量子 能谱.....	362
§ 71. 铁磁体中的自旋波量子 热力学量.....	368
§ 72. 自旋哈密顿量.....	374
§ 73. 自旋波量子的相互作用.....	381
§ 74. 反铁磁体中的自旋波量子.....	387
第八章 电磁涨落.....	392
§ 75. 介质中光子的格林函数.....	392
§ 76. 电磁场的涨落.....	399
§ 77. 无限介质中的电磁涨落.....	401
§ 78. 线性电路中的电流涨落.....	407
§ 79. 在介质中光子的温度格林函数.....	408
§ 80. 范德瓦耳斯力的应力张量.....	413

§ 81. 固体间相互作用的分子力·一般公式·····	422
§ 82. 固体间相互作用的分子力·极限情况·····	427
§ 83. 液体中相关函数的渐近行为·····	432
§ 84. 介电常数的算符表达式·····	437
§ 85. 简并等离子体·····	440
第九章 流体动力学涨落·····	449
§ 86. 流体动力学形状因子·····	449
§ 87. 形状因子的求和规则·····	454
§ 88. 流体动力学涨落·····	460
§ 89. 无限介质中的流体动力学涨落·····	465
§ 90. 输运系数的算符表述·····	471
§ 91. 费米液体的动力学形状因子·····	473
索引·····	478

第一章 正常费米液体

§1. 费米型量子液体中的元激发

当温度低到使液体中原子热运动的德布罗意波长达到与原子距离可比拟时，液体的宏观性质就由量子效应决定。这类量子液体的理论具有重大的原则性意义，虽然自然界中只有两种这样的客体，但它们才真正堪称为液体；这就是在温度 $\sim 1-2\text{K}$ 时液体氦的两种同位素 (He^3 和 He^4)。一切其它物质，当量子效应在其中成为重要效应之前，就早已凝成固体了。在这方面我们记得，根据经典力学理论，一切物体在绝对零度时都应当成为固体（见第五卷 § 64）；而氦，由于它的原子间相互作用极其微弱，直到量子现象起作用的温度时仍保持为液态，并且在这温度以下也不再凝固。

计算宏观物体的各个热力学量，需要知道物体的能谱。当然，量子液体是粒子间相互作用很强的一种体系，所指的能级应该相应于整个液体的量子力学定态，而绝非那些单个原子的状态。在足够低的温度范围内计算统计和时，只应考虑液体的弱激发能级——离基态不太高的能级。

下述情况，对于全部理论具有原则性的意义。宏观物体的任一弱激发态，在量子力学中可以看做是单个元激发的集合。这些元激发的行为，类似于在物体所占体积中运动并具有确定的能量 ϵ 和动量 p 的一些准粒子。 $\epsilon(p)$ 关系的形式（或所谓元激发的色散律）是物体能谱的重要特征。我们再一次强调指出，元激发的概念是来自对物体中原子集体运动的量子力学描述方法，而绝不能把准粒子与单个原子或分子完全等同起来。

量子液体原则上可以具有不同类型的能谱。根据能谱的不

同类型，液体将具有完全不同的宏观性质。我们首先研究具有称之为费米型能谱的液体。这种费米液体的理论是由 Л. Д. 朗道 (1956—1958) 创建的。在 § § 1—4①中叙述的就是他的成果。

费米型量子液体能谱的结构，在某种意义上类似于理想费米气体(由自旋为 $1/2$ 的粒子组成)的能谱。后者的基态，相当于费米球内的全部状态都被粒子填满的情形，费米球是动量空间中半径为 p_F 的球，而 p_F 与气体密度 N/V (单位体积内的粒子数) 的关系由如下公式决定：

$$\frac{N}{V} = 2 \frac{4\pi p_F^3}{3(2\pi\hbar^3)} = \frac{p_F^3}{3\pi^2\hbar^3} \quad (1.1)$$

(见 V § 57)。当有粒子从已填满的球内的一些态跃迁到 $p > p_F$ 的某些态时，就出现了气体的激发态。

当然，液体中不存在单粒子的量子态。但是，作为费米液体能谱结构的出发点，在于如下的论断：当逐渐“增大”原子间的相互作用，即由气体变成液体时，能级的分类保持不变。在这种分类中，气体粒子所起的作用转变为元激发(准粒子)，其数目等于原子的数目，并遵守费米统计。

还应立即指出，显然只有由自旋为半整数的粒子所组成的液体才可能有这一类型的能谱，而被色子(自旋为整数的粒子)系统的状态不能用遵从费米统计法的准粒子术语来描述。同时应当强调，这种类型的能谱不可能成为所有这些液体的普适性质。能谱的类型也依赖于原子间相互作用的具体性质。这种情况，用简单的论证即可明了：如果相互作用的结果使原子结合成对，那么在极限的情况下，我们就会得到由自旋为整数的粒子(分子)所组成的分子液体。对于后者，显然不可能有上面所讨论的能谱。

① 为了避免发生误解，我们提前说明所讲的是非超流的(或所谓正常的)费米液体。液态氦同位素 He^3 就是这样的液体(附加条件，见 277 页的附注)。

每一个准粒子都有确定的动量 $\mathbf{p}$ (我们还将回来讨论这种说法何以正确的问题)。设 $n(\mathbf{p})$ 是准粒子按动量的分布函数, 其归一化条件为

$$\int n d\tau = \frac{N}{V}, \quad d\tau = \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3}$$

(这个条件以后还将详细说明)。上面提到的分类原则, 在于假设给出这个分布函数便单值地确定了液体的能量, 并且基态对应于半径为 p_F 的费米球内所有的态都被占满的分布函数, 而半径 p_F 与液体密度的关系与理想气体情况下一样, 是同一个公式(1. 1)。

必须强调, 液体的总能量 E 绝不可以归结为准粒子的能量之和。换句话说, E 是分布函数的泛函, 不能归结为积分 $\int n e d\tau$ (对于理想气体正是如此, 其中准粒子与真实粒子一样, 彼此间没有相互作用)。由于第一位的概念是 E , 因此就出现了在考虑准粒子相互作用时如何确定它们的能量的问题。

为此, 我们研究分布函数作无限小改变时 E 的变化。显然, 它应当由变分 δn 的线性表达式的积分来决定, 即有如下形式:

$$\frac{\delta E}{V} = \int e(\mathbf{p}) \delta n d\tau.$$

量 e 是能量 E 对分布函数 n 的变分微商。它相当于增加一个动量为 $\mathbf{p}$ 的准粒子时系统能量的改变; 也正是这个量, 起着准粒子在其它粒子的场中哈密顿函数的作用。它同样是分布函数的泛函, 就是说函数 $e(\mathbf{p})$ 的形式依赖于液体中全部粒子的分布。

因此我们指出: 在所讨论的类型的能谱中, 元激发在某种意义上可以看成是在其它原子的自洽场中的一个原子。但是, 这种自洽性不能以通常的量子力学中的意义来理解, 在这里它具有更深刻的性质, 因为在原子的哈密顿量中, 要考虑到周围粒子不仅影响到势能, 而且也改变了动能算符与动量算符的关系。

至今，我们撇开了准粒子是否存在自旋的问题。因为自旋是量子力学的量，对它不能作经典性讨论，因此我们应该把分布函数当作是关于自旋的统计矩阵。而元激发的能量 ϵ ，在一般情况下不仅是动量的函数，而且也是与自旋变量有关的算符，后者可用准粒子自旋算符 $\hat{s}$ 标记。对于均匀并各向同性的液体（不处在磁场中，本身也不是铁磁性的），算符 $\hat{s}$ 只能以标量 $\hat{s}^2$ 或 $(\hat{s} \cdot \mathbf{p})^2$ 的形式含于标量函数 ϵ 中；但乘积 $\hat{s} \cdot \mathbf{p}$ 的一次幂是不允许的，因为自旋矢量具有轴向性，所以这个乘积是一个赝标量。平方 $\hat{s}^2 = s(s+1)$ ，对于自旋 $s = \frac{1}{2}$ 的情形，归结为与自旋 $\hat{s}$ 无关的常数，而标量 $(\hat{s} \cdot \mathbf{p})^2 = p^2/4$ 也是如此。因而，在这种情况下准粒子的能量完全与自旋算符无关，即准粒子的一切能级都是二重简并的。

实际上，说准粒子有自旋，即表明存在这种简并的事实。就此意义可以断言：在这种类型的能谱中，准粒子的自旋恒等于 $1/2$ ，而与液体中真实粒子的自旋的大小无关。事实上，对于任何不等于 $1/2$ 的自旋 s 来讲，形如 $(\hat{s} \cdot \mathbf{p})^2$ 的项都将使 $(2s+1)$ 重简并的能级分裂成 $(2s+1)/2$ 个二重简并的能级。换句话说，函数 $\epsilon(\mathbf{p})$ 将出现 $(2s+1)/2$ 个不同的支，每一支都对应于“自旋为 $1/2$ 的准粒子”。

前已指出，在考虑准粒子的自旋时，分布函数变成一个关于自旋变量的矩阵或算符 $\hat{n}(\mathbf{p})$ 。把这个算符写成显形式，就是厄米统计矩阵 $n_{\alpha\beta}(\mathbf{p})$ ，其中 α, β 为取遍 $\pm 1/2$ 两个值的自旋矩阵的下标。对角矩阵元决定一定自旋态中的准粒子数。因此，准粒子分布函数的归一化条件，现在应写成

$$\text{Sp} \int \hat{n} \cdot d\tau \equiv \int n_{\alpha\alpha} d\tau = \frac{N}{V}, \quad d\tau = \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \quad (1.2)$$

(符号 Sp 代表矩阵按自旋的下标取迹)①.

在一般情况下, 准粒子的能量 ε 也是算符, 即以自旋为变量的矩阵, 它的定义应写成

$$\frac{dE}{V} = \text{Sp} \int \varepsilon \delta n d\tau \equiv \int e_{\alpha\beta} \delta n_{\beta\alpha} d\tau. \quad (1.3)$$

如果分布函数和能量与自旋无关时, 就是说 $n_{\alpha\beta}$ 和 $e_{\alpha\beta}$ 归结为单位矩阵

$$n_{\alpha\beta} = n \delta_{\alpha\beta}, \quad e_{\alpha\beta} = \varepsilon \delta_{\alpha\beta}, \quad (1.4)$$

那末在(1.2及1.3)式中取迹便简单地归结为乘以因子2:

$$2 \int n d\tau = \frac{N}{V}, \quad \frac{\delta E}{V} = 2 \int \varepsilon \delta n d\tau. \quad (1.5)$$

容易看出: 在统计平衡中, 准粒子的分布函数具有费米分布的形式, 并且根据(1.3)式定义的量 ε 起着能量的作用. 实际上, 由于量子液体和理想费米气体的能级分类特性相同, 液体的熵 S 与气体的情况一样(见第五卷 § 55), 同样由下一组合式定义:

$$\frac{S}{V} = - \text{Sp} \int \left\{ \hat{n} \ln \hat{n} - (1 - \hat{n}) \ln (1 - \hat{n}) \right\} d\tau, \quad (1.6)$$

在总粒子数和总能量都恒定的附加条件下, 对上式取变分:

$$\frac{\delta N}{V} = \text{Sp} \int \delta \hat{n} d\tau = 0, \quad \frac{\delta E}{V} = \text{Sp} \int \varepsilon \delta \hat{n} d\tau = 0,$$

我们得到所求的分布:

$$\hat{n} = [e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1]^{-1}, \quad (1.7)$$

式中 μ 为液体的化学势.

当准粒子能量与自旋无关时, (1.7)式表明 n 和 ε 两个量之间的同样关系:

$$n = [e^{(\varepsilon - \mu)/T} + 1]^{-1}. \quad (1.8)$$

当温度 $T = 0$ 时, 化学势与费米球面的边界能量相等:

① 此后, 下标重复两次照惯例理解为求和.