



教育部高职高专规划教材  
Jiaoyubu Gaozhi Gaozhan Guihua Jiaocai

# 工程力学

(少学时)

张定华 主编

高等 教育 出版 社

HIGHER EDUCATION PRESS



186

TB12-43

Z316

教育部高职高专规划教材

# 工 程 力 学

(少学时)

张定华 主编



A0937177

高等教育出版社

大 400120028

## 图书在版编目(CIP)数据

工程力学(少学时)/张定华主编.一北京:高等教育出版社,  
2000

教育部高职高专规划教材

ISBN 7-04-008720-0

I. 工… II. 张… III. 工程力学—高等学校:技术  
学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 28986 号

工程力学(少学时)

张定华 主编

---

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电 话 010-64054588 传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 北京地质印刷厂

---

开 本 850×1168 1/32 版 次 2000 年 8 月第 1 版

印 张 13.375 印 次 2000 年 8 月第 1 次印刷

字 数 330 000 定 价 13.70 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

**版权所有 侵权必究**

# 绪 论

工程力学是一门研究物体机械运动一般规律和有关构件的强度、刚度、稳定性理论的科学，它包括静力学、材料力学、运动学和动力学的有关内容。

物体在空间的位置随时间的变化称为机械运动。它是人们在日常生活和生产实践中最常见的一种运动形式。在本书第一篇静力学中，研究机械运动的特殊情况——物体处于平衡的问题，包括如何将工程实际中比较复杂的力系加以简化以及物体平衡的条件。静力学是学习材料力学、运动学和动力学的基础。

工程上的机械、设备、结构都是由构件组成的。构件工作时要承受载荷的作用。为了使构件在载荷作用下正常工作而不破坏，也不发生过度的变形，同时又能保持原有的平衡状态而不丧失稳定，要求构件具有一定的强度、刚度和稳定性。在第二篇材料力学中，将研究构件的强度、刚度和稳定性的问题，在既安全又经济的条件下，为合理设计和使用材料提供理论依据。

工程实际中，对有些仪器或自动装置，主要是解决它的运动符合特定的要求，而受力分析较为次要；而在有些机器的研究和设计中，必须进行受力分析、动力计算，如机器的振动和平衡问题，运动构件的强度计算等。因此，在第三篇运动学和动力学中，既从几何方面研究物体的运动（如运动方程、速度和加速度等），又要研究作用在物体上的力和物体运动变化之间的关系。

观察和实验是认识力学规律的重要实践环节。在观察和实践中，抓住主要因素，忽略次要因素，有助于理解问题的本质。同时，

在抽象化的过程中,将研究对象转化为力学模型,通过数学演绎,得出工程上需要的力学公式。例如,在研究物体的运动和平衡规律时,将物体抽象为刚体;在运动学和动力学中,有时将物体抽象为点、质点;在材料力学中,用变形固体来代表真实的物体等等。

对近机械类专业,如轻工、化工、纺织等,工程力学是一门技术基础课程,它在基础课程和专业课程之间起桥梁作用,为专业设备的机械运动分析和强度分析提供必要的理论基础。

高等职业技术教育培养的是应用性工程技术人才。学习工程力学,应在理解工程力学的基本概念和基本理论的基础上,学会应用所学的定理和公式去解决具体问题,所以,演算一定数量的习题,是巩固和加深理解所学知识的重要途径。

# 第一篇 静 力 学

---



# 第1章 静力学的基本概念

静力学研究的是刚体在力系作用下的平衡规律。它包括确定研究对象,进行受力分析,简化力系,建立平衡条件求解未知量等内容。**刚体**是指在力的作用下不变形的物体。工程中,平衡是指物体相对于地球处于静止状态或匀速直线运动状态,是物体机械运动中的一种特殊状态。**力系**是指作用于被研究物体上的一组力。如果力系可使物体处于平衡状态,则称该力系为**平衡力系**;若两力系分别作用于同一物体而效应相同,则二者互称**等效力系**;若力系与一力等效,则称此力为该力系的**合力**。所谓**力系的简化**就是用简单的力系等效替代复杂的力系。

## § 1.1 力 的 概 念

### 1.1.1 力的定义

力是人们在长期的劳动和实践活动中逐渐形成的概念,比如,当人们用手握、举、推、拉物体时,由于肌肉的紧张而感到力的作用。**力是物体之间的相互机械作用**。这种作用对物体产生两种效应,即引起物体机械运动状态的变化和使物体产生变形,前者称为**力的外效应或运动效应**,是第一篇静力学与第三篇运动学和动力学研究的内容;后者称为**力的内效应或变形效应**,属第二篇材料力学的研究范围。

### 1.1.2 力的三要素

实践证明,力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点,这三个因素称为力的三要素。当这三个要素中有任何一个改变时,力的作用效应也将改变。

### 1.1.3 力的单位

在我国法定计量单位中,力的单位用 N 或 kN 表示。

### 1.1.4 力的表示方法

力是矢量。图示时,常用一带箭头的线段表示(图 1.1),线段长度 AB 按一定的比例尺表示力的大小;线段的方位和箭头的指向表示力的方向;线段的起点(或终点)表示力的作用点;与线段重合的直线称为力的作用线。本书中,矢量用黑体字母表示,如  $\mathbf{F}$ ,力的大小是标量,用一般字母表示,如  $F$ 。

若力矢  $\mathbf{F}$  在平面  $Oxy$  中,则其矢量表达式为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} \quad (1.1)$$

式中,  $\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y$  分别表示力  $\mathbf{F}$  沿平面直角坐标轴  $x, y$  方向上的两个分量;  $F_x, F_y$  分别表示力  $\mathbf{F}$  在坐标轴  $x, y$  上的投影;  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  分别为坐标轴  $x, y$  上的单位矢量。

力  $\mathbf{F}$  在坐标轴上的投影定义为:过力矢  $\mathbf{F}$  两端向坐标轴引垂线(图 1.2)得垂足  $a, b$  和  $a', b'$ ,线段  $ab, a'b'$  分别为力  $\mathbf{F}$  在  $x$  轴和  $y$  轴上投影的大小。投影的正负号则规定为:由起点  $a$  到终点  $b$ (或由  $a'$  到  $b'$ )的指向与坐标轴正向相同时为正,反之为负。图

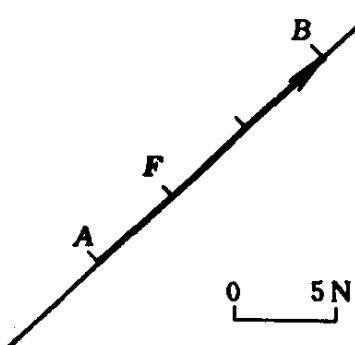


图 1.1

1.2 中力  $F$  在  $x$  轴和  $y$  轴的投影分别为

$$\left. \begin{array}{l} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = -F \sin \alpha \end{array} \right\} \quad (1.2)$$

可见, 力的投影是代数量。

若已知力的矢量表达式 (1.1), 则力  $F$  的大小及方向为

$$\left. \begin{array}{l} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \tan \alpha = \left| \frac{F_y}{F_x} \right| \end{array} \right\} \quad (1.3)$$

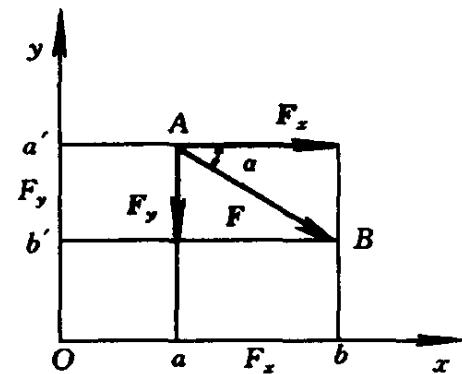


图 1.2

### 1.1.5 力的性质

人们经过长期的生活和实践积累, 总结出了几条力的基本性质, 因正确性已被实践反复证明, 为大家所公认, 所以也称静力学公理。

#### 性质 1(二力平衡条件)

刚体上仅受两力作用而平衡的必要与充分条件是: 此两力必须等值、反向、共线, 即  $F_1 = -F_2$  (图 1.3)。

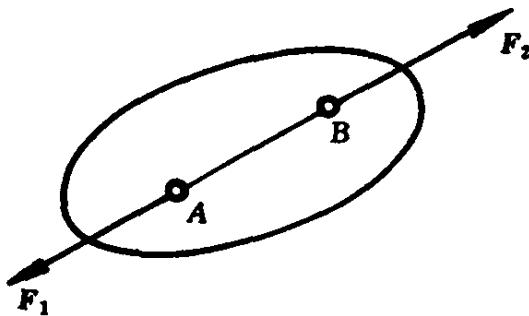


图 1.3

这一性质揭示了作用于刚体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件。

工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件, 称为二力构件。根据性质 1, 二力构件上的两力必沿两力作用点的连线, 且等值、

反向。

### 性质 2(加减平衡力系原理)

对于作用在刚体上的任何一个力系,可以增加或去掉任一平衡力系,并不改变原力系对于刚体的作用效应。

**推论 1(力的可传性)** 刚体上的力可沿其作用线移动到该刚体上任一点而不改变此力对刚体的作用效应。

证明:设力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点(图 1.4a),在其作用线上任取一点  $B$ ,并在  $B$  点处添加一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ ,使  $F, F_1, F_2$  共线,且  $F_2 = -F_1 = F$ (图 1.4b)。根据性质 2,将  $F, F_1$  所组成的平衡力系去掉,刚体上仅剩下  $F_2$ ,且  $F_2 = F$ (图 1.4c),由此得证。

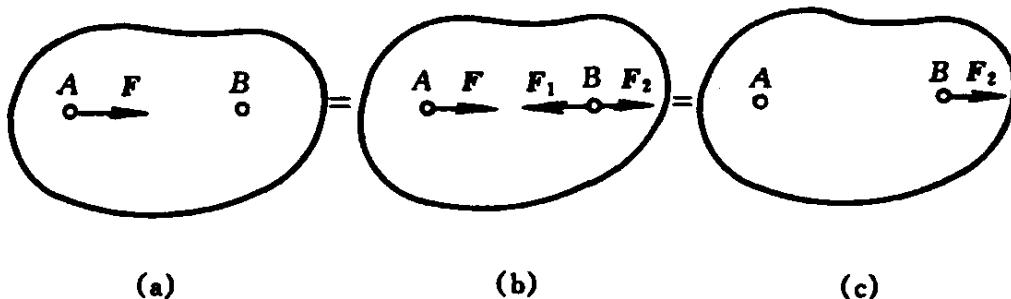


图 1.4

力的可传性说明,对刚体而言,力是滑动矢量,它可沿其作用线滑移至刚体上的任一位置。需要指出的是,此原理只适用于刚体而不适用于变形体。

### 性质 3(力的平行四边形定则)

作用于物体上同一点的两个力的合力也作用于该点,且合力的大小和方向可用这两个力为邻边所作的平行四边形的对角线来确定。

该公理说明,力矢量可按平行四边形定则进行合成与分解(图 1.5),合力矢量  $F_R$  与分力矢量  $F_1, F_2$  间的关系符合矢量运算法则:

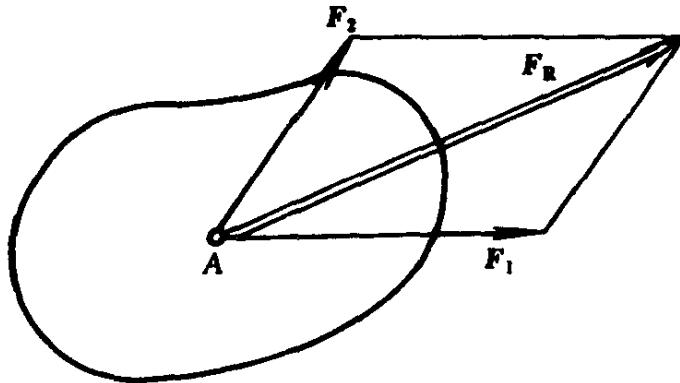


图 1.5

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1.4)$$

即合力等于两分力的矢量和。

在平面直角坐标系中,由式(1.1)和(1.4)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_R &= F_{Rx} \mathbf{i} + F_{Ry} \mathbf{j} \\ \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 &= (F_{1x} \mathbf{i} + F_{1y} \mathbf{j}) + (F_{2x} \mathbf{i} + F_{2y} \mathbf{j}) \\ &= (F_{1x} + F_{2x}) \mathbf{i} + (F_{1y} + F_{2y}) \mathbf{j} \end{aligned}$$

所以

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x}, \quad F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} \quad (1.5)$$

由此可推广到  $n$  个力作用的情况。设一刚体上受力系  $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$  作用, 力系中各力的作用线共面且汇交于同一点(称为平面汇交力系), 根据性质 3 和式(1.4)可将此力系合成为一个合力  $\mathbf{F}_R$ , 且有

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F} \quad (1.6)$$

可见, 平面汇交力系的合力矢量等于力系各分力的矢量和。

根据式(1.5)可得

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_y \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

式(1.7)称为合力投影定理, 即力系的合力在某轴上的投影等于力系中各分力在同轴上投影的代数和。

在工程中常利用平行四边形定则将一力沿两个规定方向分解,使力的作用效应更加突出。例如,在进行直齿圆柱齿轮的受力分析时,常将齿面的法向正压力  $F_n$  分解为沿齿轮分度圆圆周切线方向的分力  $F_t$  和指向轴心的压力  $F_r$ (图 1.6)。 $F_t$  称为圆周力或切向力,作用是推动齿轮绕轴转动; $F_r$  称为径向力,作用是使齿面啮合。

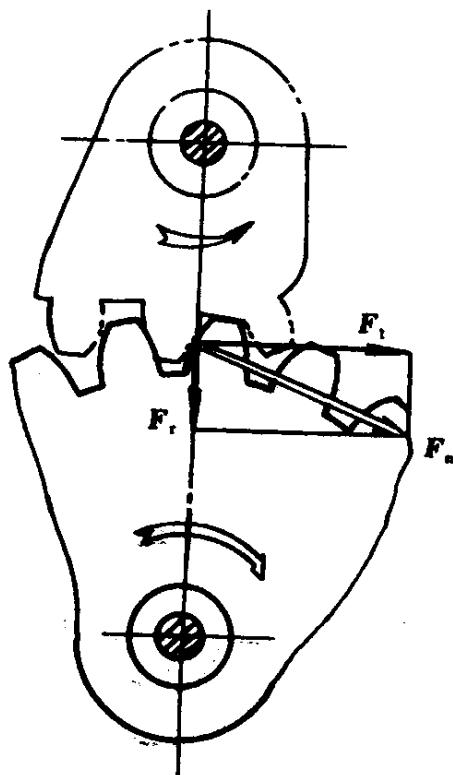


图 1.6

**推论 2(三力平衡汇交定理)**刚体受三个共面但互不平行的作用而平衡时,三力必汇交于一点。

**证明:**设刚体上  $A_1, A_2, A_3$  三点受共面且平衡的三力  $F_1, F_2, F_3$  作用(图 1.7),根据力的可传性将  $F_1, F_2$  移至其作用线交点  $B$ ,并根据性质 3 将其合成为  $F_R$ ,则刚体上仅有  $F_3$  和  $F_R$  作用。根据性质 1, $F_3$  和  $F_R$  必在同一直线上,所以  $F_3$  一定通过  $B$  点,于是得证  $F_1, F_2, F_3$  均通过点  $B$ 。

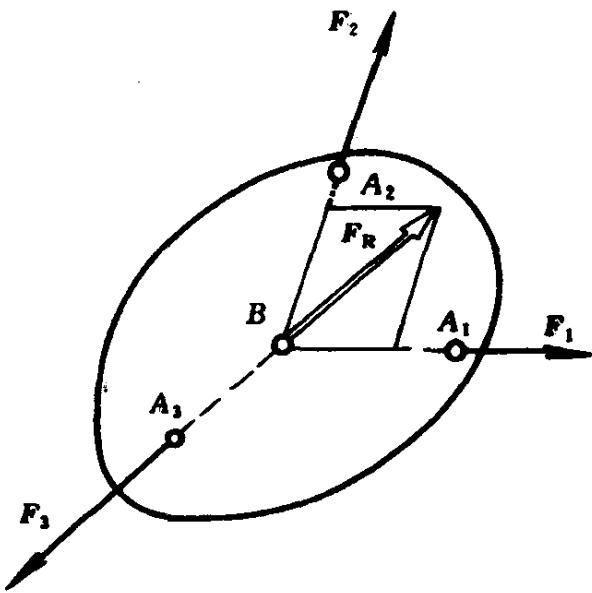


图 1.7

此定理说明了不平行的三力平衡的必要条件,当两个力的作用线相交时,可用来确定第三个力的作用线的方位。

#### 性质 4(作用与反作用定律)

两物体间相互作用的力总是同时存在,并且两力等值、反向、共线,分别作用于两个物体。这两个力互为作用与反作用的关系。

此定律是由牛顿提出的(牛顿第三定律),它概括了自然界中物体间相互作用的关系,表明一切力总是成对出现的,揭示了力的存在形式和力在物体间的传递方式。

## § 1.2 力对点之矩

### 1.2.1 力矩的概念

如图 1.8 所示,用扳手转动螺母时,作用于扳手 A 点的力  $F$  可使扳手与螺母一起绕螺母中心点  $O$  转动。由经验可知,力的这种转动作用不仅与力的大小、方向有关,还与转动中心至力的作用

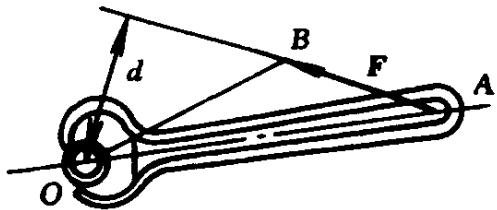


图 1.8

线的垂直距离  $d$  有关。因此, 定义  $Fd$  为力使物体对点  $O$  产生转动效应的度量, 称为力  $F$  对点  $O$  之矩, 简称力矩, 用  $M_O(F)$  表示, 即

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1.8)$$

式中,  $O$  点称为力矩中心, 简称矩心;  $d$  称为力臂; 乘积  $Fd$  称为力矩的大小; 符号“ $\pm$ ”表示力矩的转向, 规定在平面问题中, 逆时针转向的力矩取正号, 顺时针转向的力矩取负号。故平面上力对点之矩为代数量。

力矩的单位为  $N \cdot m$  或  $kN \cdot m$ 。

应当注意: 一般来说, 同一个力对不同点产生的力矩是不同的, 因此不指明矩心而求力矩是无任何意义的。在表示力矩时, 必须标明矩心。

### 1.2.2 力矩的性质

从力矩的定义式(1.8)可知, 力矩有以下几个性质:

- 1) 力  $F$  对  $O$  点之矩不仅取决于  $F$  的大小, 同时还与矩心的位置即力臂  $d$  有关。
- 2) 力  $F$  对于任一点之矩, 不因该力的作用点沿其作用线移动而改变。
- 3) 力的大小等于零或力的作用线通过矩心时, 力矩等于零。

显然, 互成平衡的两个力对于同一点之矩的代数和等于零。

### 1.2.3 合力矩定理

若力  $F_R$  是平面汇交力系  $F_1, F_2, \dots, F_n$  的合力, 由于力  $F_R$

与力系等效，则合力对任一点  $O$  之矩等于力系各分力对同一点之矩的代数和，即

$$M_O(\mathbf{F}_R) = M_O(\mathbf{F}_1) + M_O(\mathbf{F}_2) + \cdots + M_O(\mathbf{F}_n) = \sum M_O(\mathbf{F}) \quad (1.9)$$

式(1.9)称为合力矩定理。

当力矩的力臂不易求出时，常将力分解为两个易确定力臂的分力（通常是正交分解），然后应用合力矩定理计算力矩。

**例 1.1** 如图 1.9 所示，数值相同的三个力按不同方式分别施加在同一扳手的  $A$  端。若  $F=200\text{ N}$ ，试求三种情况下力对点  $O$  之矩。

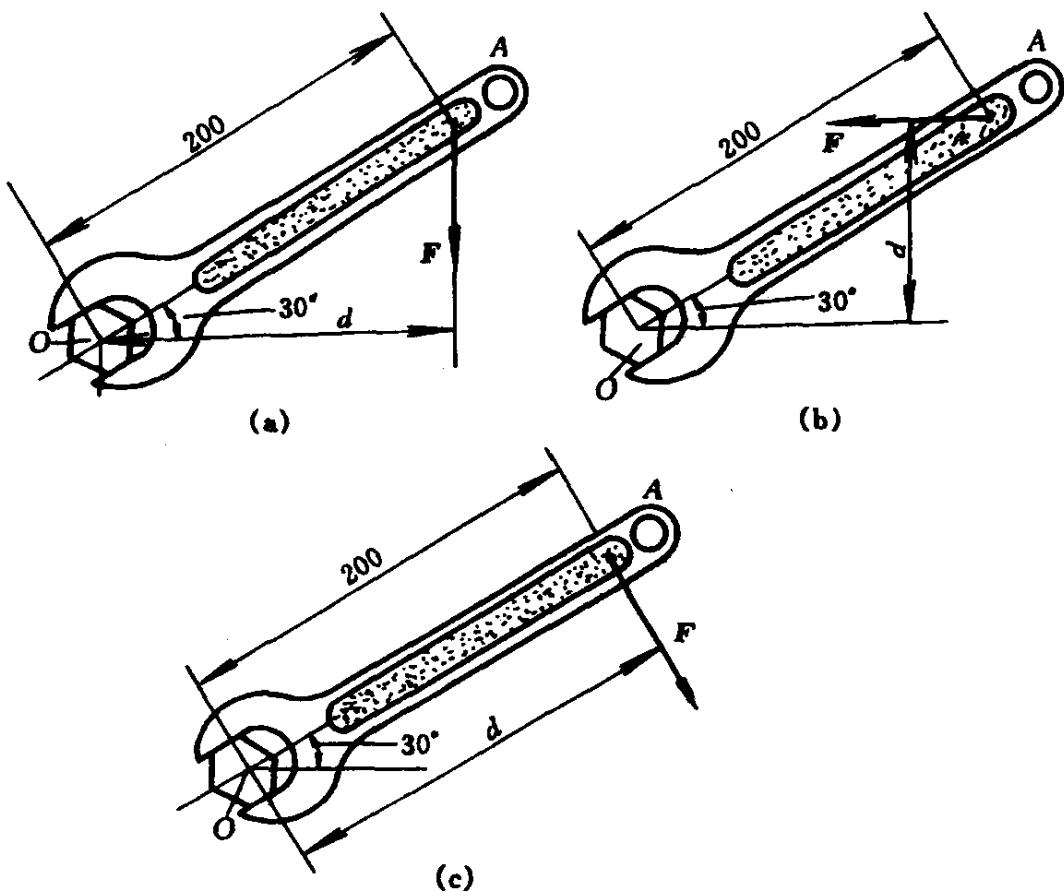


图 1.9

**解** 图示三种情况下，虽然力的大小、作用点和矩心均相同，但力的作用线各异，致使力臂均不相同，因而三种情况下，力对点  $O$  之矩不同。根据力矩的定义式(1.8)可求出力对点  $O$  之矩分别为：

图 1.9a 中

$$\begin{aligned}M_O(F) &= -Fd = -200 \text{ N} \times 200 \times 10^{-3} \text{ m} \times \cos 30^\circ \\&= -34.64 \text{ N}\cdot\text{m}\end{aligned}$$

图 1.9b 中

$$M_O(F) = Fd = 200 \text{ N} \times 200 \times 10^{-3} \text{ m} \times \sin 30^\circ = 20.00 \text{ N}\cdot\text{m}$$

图 1.9c 中

$$M_O(F) = -Fd = -200 \text{ N} \times 200 \times 10^{-3} \text{ m} = -40.00 \text{ N}\cdot\text{m}$$

由计算结果看出,第三种情况(力臂最大)下力矩值为最大,这与我们的实践体会是一致的。

**例 1.2** 作用于齿轮的啮合力  $F_n = 1000 \text{ N}$ , 齿轮节圆直径  $D = 160 \text{ mm}$ , 压力角(啮合力与齿轮节圆切线间的夹角)  $\alpha = 20^\circ$  (图 1.10a)。求啮合力  $F_n$  对于轮心点  $O$  之矩。

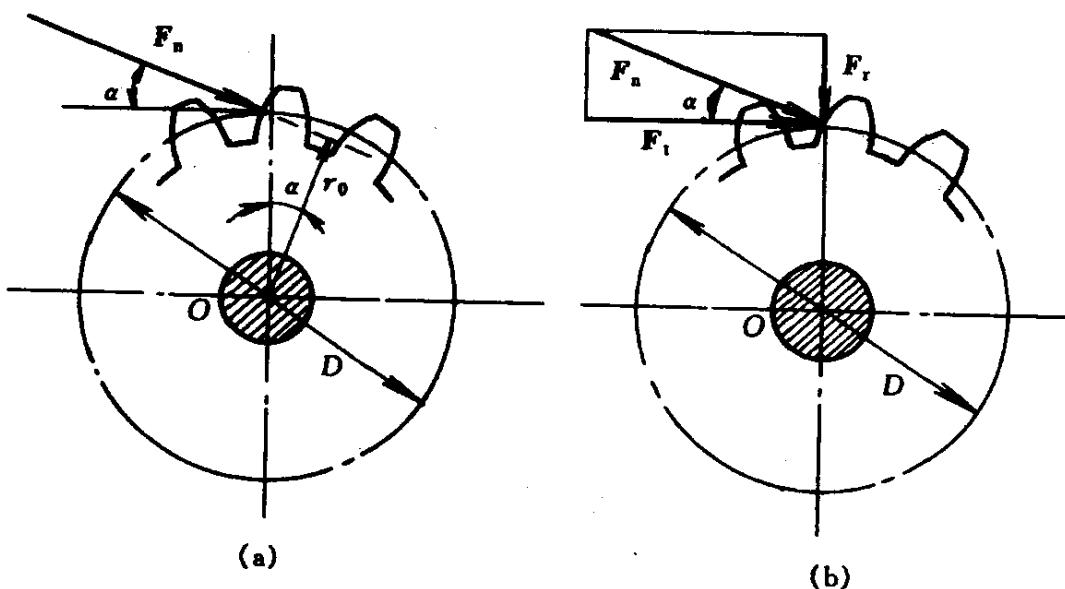


图 1.10

**解** 解法一 用力矩定义式(1.8)计算

$$\begin{aligned}M_O(F_n) &= -F_n r_0 = -F_n \frac{D}{2} \cos \alpha = -1000 \text{ N} \times \\&\quad \frac{160 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \cos 20^\circ = -75.2 \text{ N}\cdot\text{m}\end{aligned}$$

**解法二** 用合力矩定理式(1.9)计算