

可靠性工程系列教材

可靠性工程基础

陈继平 王 金 主编

东北工学院出版社

内 容 提 要

本书是可靠性工程系列教材之一,是根据1988年由本系列教材编辑委员会审定的“《可靠性工程基础》(本科生用)教材编写大纲”要求编写的。

全书共分10章。1~3章介绍了研究可靠性的目的及意义,可靠性的数学基础及可靠性特征量;4~7章介绍了系统可靠性预测、分配、分析以及可修复系统维修性与有效性问题;8章介绍概率设计的基本理论、方法及实例;9章介绍了可靠性试验方法、数据处理方法及可靠性特征量的点估计与区间估计等;10章介绍了可靠性管理的目的与意义、计划与内容及可靠性管理的组织机构等知识。

本书作为高等工业院校本科生《可靠性工程基础》教材和工程技术人员培训的参考书,同时也可供大专院校教师、学生及各级可靠性管理人员及技术人员自学参考之用。

可 靠 性 工 程 基 础

陈继平 王 金 主编

东北工学院出版社出版 东北工学院印刷厂印刷
(沈阳·南湖) (辽新出许字 89084 号)

辽宁省新华书店发行

开本: 787×1092 1/16 印张: 13.75 字数: 343 千字
1991 年 4 月第 1 版 1991 年 4 月第 1 次印刷
印数: 1~1500 册

责任编辑: 雨 水 铁 军 责任校对: 张德喜
封面设计: 唐敏智

ISBN 7-81006-286-7/TH·28 定价: 4.00 元

序

中央领导同志最近指出“现在我们有些工业产品质量较差是一个致命弱点。”这一针见血地指出了影响我国经济发展的关键所在。国家技术监督局的抽查表明，1985 我国工业产品平均抽样合格率为 75%，直到 1989 年也没有提高多少。这与发达国家 98% 的产品合格率相差甚远。主要原因除了企业职工质量意识不强，缺乏有效的质量管理以外，就是在我国机械企业产品可靠性技术的推广应用比发达国家晚，未形成自上而下积极推动的形势。自从改革开放以来，国外产品对国内市场的冲击影响以及国内外用户都不断提出可靠性要求，这就使许多行业与企业领导清醒地认识到“今后产品竞争的焦点在于产品的可靠性”。因此，积极引入可靠性工程技术是企业自身生存和发展的需要。

机械行业从第七个五年计划开始，有计划有组织地推行提高产品可靠性的工作，现在已有近千种产品分别进入了可靠性摸底、改进、设计和考核的阶段，1990 年已有 316 种产品通过机械电子工业部可靠性考核合格，第一批正式向社会公布，受到使用部门的欢迎，打开了国际国内市场，也推动了企业全面质量管理的深入发展，提高了技术水平。企业开始尝到了抓可靠性的“甜头”。

1990~2000 年国家经济发展规划纲要提出机械工业必需抓住提高产品质量和技术水平这两个重点。因此，所有机械企业都必须认真地开展可靠性工作。这套可靠性工程系列教材的编辑出版，正好适应了当前我国经济发展的需要。由于可靠性技术是一门正在发展中的学科，所以希望编者与读者双方不断在教学过程中补充我国行之有效的实例，提高教材的可用性。

郭志坚

1991 年 1 月

前 言

随着新技术革命的不断发展,可靠性工程技术也日益得到广泛应用。可靠性是机电产品的固有属性之一,可靠性是产品重要的质量指标,它已成为当今国际国内市场竞争的焦点。可靠性工作是关系到国家经济建设成败的关键因素,所以,产品的可靠性工程是企业自身生存和发展的需要。

当前,我国机电产品的可靠性工作已进入一个关键性的时期。使用部门要求产品具有可靠性指标,因此,生产部门必须开展可靠性设计,进行可靠性评审与可靠性试验,加强可靠性管理,这一系列可靠性工作都需要有懂可靠性知识的技术和管理人才。

为了适应我国开展可靠性工作的需要,在机械电子工业部的大力支持下,于1987年10月在山东泰安首次召开了“高等工科院校可靠性教育座谈会”。会上成立了《可靠性工程》系列教材编辑委员会,由该委员会组织编写《可靠性工程》系列教材,以满足我国大学生、研究生、在职工程技术人员及各级管理干部等各种层次可靠性工程教育的需要。

本系列教材包括《可靠性工程基础》(大学本科生用)、《可靠性工程概论》(各级管理干部用)、《可靠性工程技术》(工程技术人员培训用)三本基础教材及《概率设计》、《系统可靠性分析》、《系统维修性分析》、《可靠性试验与数据分析》四种专题,共七种书。其中《可靠性工程概论》与《可靠性工程技术》的编辑出版工作,已纳入中国机械工程学会可靠性专业学会工作计划。

本系列教材的每一种书均由各书主编负责根据编委会审定的编写大纲进行组稿。稿件经主审审阅、编委会审定后出版。期望本系列教材的出版,能对我国可靠性教育及可靠性工作的开展有所推动。

由于组织编写可靠性工程系列教材在国内尚属首次,工作量较大,又缺乏经验,加上水平所限,书中不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

《可靠性工程》系列教材编辑委员会

1990年12月

可靠性工程系列教材编辑委员会

主任委员：王 超

副主任委员：许风璋 陈继平 王 金

委 员：（按姓氏笔划为序）

王 金 王 超 卢玉明 石坚中

白旭东 许风璋 牟致忠 关 焯

杨万凯 张玉琴 陈继平 胡玉祥

高金钟 顾唯明

编 者 话

随着可靠性学科的发展,可靠性工程也得到迅速的发展及应用。可靠性是产品的固有的质量特性,这一质量指标已为各国所重视,成为当今产品市场竞争的焦点及企业生存发展的关键问题之一。提高产品可靠性,从根本上讲取决于可靠性专业人才,而人才的培养又在于教育。在 20 世纪 60 年代,美国就已有 40% 的大学开设了可靠性方面课程。

为适应我国可靠性工程技术发展和生产的需要,推动可靠性教育的发展,在 1987 年的山东泰安座谈会上,与会代表一致认为:工科院校应将《可靠性工程基础》作为必修的公共技术基础课纳入教育计划。为满足我国高等工科院校开设可靠性工程基础课的需要,根据可靠性工程系列教材编辑委员会审定的“《可靠性工程基础》教材编写大纲”编写本教材,其特点为:

1. 本书较全面、系统地介绍了可靠性工程的基本知识、基本理论及工程应用技术。
2. 书中内容反映了国内外一些可靠性工程技术的近期研究成果;名词术语均采用可靠性国家标准。
3. 本书力求体系完整。既有理论分析,又有联系实际的应用实例,并有习题及答案,便于教学与自学。
4. 叙述由浅入深,内容通俗易懂。

参加本书编写工作的有:华中理工大学陈继平(1, 2, 4 章),东北工学院王金(8 章)、李桂华(6, 7 章)、王晓东(9 章)、喻子建(10 章),吉林工学院张宜强(3 章),郑州工学院杨双辉(5 章)。由陈继平、王金主编;华中理工大学王时任教授主审。

由于首次编写大学本科生用《可靠性工程基础》教材,缺乏经验,又限于编者水平,书中不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

1990 年 12 月于沈阳

目 录

第 1 章 绪 论

1-1 机械可靠性的必要性	(1)
1-2 可靠性学科简介	(2)
1-3 可靠性工程的理论基础	(3)
1-4 可靠性与全面质量管理	(3)

第 2 章 可靠性数学基础

2-1 随机变量	(5)
2-2 概率分布函数与概率密度函数	(5)
2-3 概率的基本运算	(7)
2-4 常用的概率分布	(9)
2-5 数理统计基础	(17)
2-6 秩评定	(20)
2-7 随机变量的代数运算	(23)
第 2 章 习 题	(27)

第 3 章 可靠性的特征量

3-1 可靠度与可靠度函数	(28)
3-2 可靠性的寿命特征量及其表达式	(31)
3-3 失效率与失效率函数	(33)
3-4 主要分布可靠性特征量表达式	(35)
3-5 失效率曲线	(42)
第 3 章 习 题	(44)

第 4 章 系统的可靠性预测

4-1 系统与系统结构模型分类	(45)
4-2 串联系统的可靠度计算	(46)
4-3 并联系统的可靠度计算	(48)
4-4 串联、纯并联及表决系统的讨论	(50)
4-5 非工作贮备系统(旁联系统)	(52)
第 4 章 习 题	(54)

第 5 章 系统可靠度分配

5-1 概 述	(56)
5-2 等同分配法	(57)
5-3 按相对失效率比的分配法	(58)
5-4 AGREE 分配法	(61)
5-5 花费最小的分配法	(64)
5-6 动态规划分配法	(67)
5-7 拉格朗日乘值法	(71)
第 5 章 习 题	(72)

第 6 章 系统的失效分析

6-1 概 述	(74)
6-2 失效分析中一些基本概念	(75)
6-3 失效模式和影响分析 (FMEA)	(78)
6-4 故障树分析 (FTA)	(82)
第 6 章 习 题	(95)

第 7 章 可维修性和有效性

7-1 可维修性及其特征量	(96)
7-2 有效性与有效度	(101)
7-3 简单系统的有效度计算	(103)
7-4 系统的有效度计算	(106)
第 7 章 习 题	(111)

第 8 章 概率设计

8-1 概 述	(113)
8-2 应力—强度干涉模型和可靠度计算	(114)
8-3 典型应力和强度分布的可靠度计算	(115)
8-4 可靠度的图解法及蒙特卡洛模拟法	(121)
8-5 静强度概率设计	(130)
8-6 疲劳强度概率设计	(141)
第 8 章 习 题	(148)

第 9 章 可靠性试验和数据分析

9-1 可靠性试验的目的、分类及计划	(149)
9-2 试验数据的图分析法	(151)
9-3 试验数据的数值分析法	(160)
9-4 可靠性抽样试验	(174)
第 9 章 习 题	(179)

第 10 章 可靠性管理

10-1 概 述.....	(180)
10-2 可靠性管理的内容与计划.....	(182)
10-3 可靠性增长管理.....	(185)
10-4 可靠性评审与认证.....	(189)
10-5 可靠性管理组织与配员.....	(192)
第 10 章 习 题.....	(194)

习题答案.....	(195)
-----------	-------

附 录

附表 1 标准正态分布密度函数表.....	(197)
附表 2 标准正态分布积分表.....	(198)
附表 3 泊松 (Poisson) 分布表.....	(199)
附表 4 中位秩 $F(x_i)$ 值	(201)
附表 5 10% 秩表	(202)
附表 6 90% 秩表	(203)
附表 7 F 函数表.....	(204)
附表 8 χ^2 分布表	(205)
附表 9 t 分布表.....	(206)
附表 10 F 分布表.....	(207)

参考文献.....	(208)
-----------	-------

第 1 章 绪 论

1-1 机械可靠性的必要性

可靠性学科产生并逐步推广应用至各行业中，其最大的功绩就是将以往人们对产品的可靠性由模糊的定性概念变为清晰的定量指标；并已贯穿于产品的设计、制造、检验及使用的整个过程中。因而，可靠性工作的推行，不应仅仅将其作为提高某种产品质量的措施，而应将它看成提高整个工业体系，某一行业的管理水平，将我国的产品质量全面引上一个新阶段的战略措施。

电子系统，除了真空管时代，在半导体以后的历史，几乎是和可靠性技术息息相关地发展起来的。因而，在电子技术中，可靠性从一开始就确定了其基本的地位。

对于机械系统，可靠性技术的引入要比电子系统迟 20 年左右。这是因为：

1. 机械系统（零部件）所承受的应力状态比较复杂。机械系统除静应力之外，还承受了动态下的动应力及动态下的复合应力的作用。此外还有如腐蚀、磨损、热应力等更复杂的应力因素。所以，由这些应力作用而引起的失效模式较之电子系统更为复杂，同时更难于控制。

2. 机械零部件的通用性较之电子元器件的通用性差，故要采用可靠性的通用概念与理论来处理机械问题是不够的，它要求有机机械系统本身特有的理论基础，而该理论系统还有待于进一步完善。

3. 机械产品的可靠性试验难于进行，它需耗费比电子产品更多、更大的人力与财力。因产品一般不能有较大的样品容量进行试验，所以要获得较准确的可靠性试验数据往往需要经历一段较长的数据积累与整理过程。由于机械产品应力状态的复杂性与多变性，故试验数据的“通用性”很差。试验数据的“互通性”也很差。这样，试验工作量相对较大。

4. 传统的安全系数设计方法在机械设计领域中已有近百年历史。在提高机械系统的安全性方面往往用提高安全系数的做法，其结果是掩盖了或阻碍了可靠性理论在机械领域中的发展。

在电子产品的可靠性的不断提高以及机械设备越来越复杂的今天，机械可靠性的问题已突出地提到人们的面前。由于以下原因使人们对可靠性工作的必要性逐步提高了认识：

1. 机械设备的庞大、复杂与密集程度的提高，反过来要求设备本身的安全性相应提高。其结果是导致了设备的零件数目不断增加，这就要求零件本身具有更高的可靠性才能满足系统的可靠性目标值。

2. 产品责任法的压力使企业必须考虑由于产品故障所造成的损失而引起的法律责任。所以，研究产品的可靠性是非常必要的。

3. 市场竞争的压力。产品竞争是经济发展的必然趋势，可靠性被当作竞争的武器；谁的产品可靠性高，谁就能立足于市场。因此，只有掌握了自己产品可靠性的企业，才能在竞争中取胜。

4. 人工费用日益提高。由于人工修理费用不断增高，反过来要求设备（产品）应在投

入运行之后尽量少修或不修。因此，对产品就提出了在规定的运行时间内无故障或少故障的要求，即可靠性指标的要求。

5. 国际市场迫使人们必须重视机电产品的可靠性工作。当前由于部分机电产品的可靠性差，严重影响我国机电产品的声誉。同时，由于部分机电产品的可靠性过高而使成本过高从而影响价格的竞争能力，因而造成了我国机电产品出口的困难。为了改变这一状况，必须在机电产品的设计、试制、生产、检验及运行的全过程中加强可靠性研究，引入可靠性控制指标，尽快地将我国机电产品的出口量提高上去。

1-2 可靠性学科简介

“可靠性”作为一个名词，自古有之。人们对于所购买的产品从可靠性的角度出发，总有一个自觉与不自觉、清晰与不清晰的比较标准。但是，这个标准往往是模糊的，它只停留在“感觉”的基础上。

20 世纪 40 年代，美国致力于提高部件的可靠性，延长部件的使用寿命，逐步引入了零部件的可靠性指标，如通用汽车公司，通过采用更好的设计，更好的材料，更好的检验手段，使汽车发动机的寿命从 2.5 万英里提高至 10 万英里以上。

第二次世界大战末期至朝鲜战争，由于战争的需要，大量的电子设备应用于战争，这些设备在运输、储存与实战中都出现过大量的故障而失去战斗的机能，造成了人员的严重伤亡，这一切引起了美国军事部门的高度重视。于是，在 1952 年，美国国防部研究与发展局防御处成立了一个所谓的“电子设备可靠性咨询小组”（AGREE 即 Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment 的缩写）。下设九个任务小组，对在战争中的电子产品从设计、试制、生产到试验、保存、运输、使用等方面的可靠性作了全面的调查与研究，并于 1957 年，提出了一个“电子设备可靠性报告”，即 AGREE 报告。该报告正式地将可靠性的定义确定下来。同时，它全面地总结了电子设备的失效原因与情况，提出了比较完整的评价产品可靠性的一套理论与方法。AGREE 报告后来成为可靠性研究的基础文件。

此后，经过多年的补充与发展，逐步形成了今天的可靠性学科。

可靠性学科，就目前所涉及的内容来讲，大致有以下几个方面：

1. 可靠工程：它是指导工程实际的可靠性活动的一门学科。
2. 可靠性物理：从机理的角度去研究产品造成不可靠的原因。
3. 可靠性数学：作为可靠性活动的基础，在可靠性活动的发展过程中所形成的数学分支。

4. 可靠性教育与管理：研究如何推行可靠性活动的一门学科，是一门保证科学。

可靠性工程作为可靠性学科的一个分支，大致由如下几方面组成：

1. 可靠性理论应用到产品的可靠性评价方面，有可靠性评估与可靠性预测。
2. 可靠性理论应用到产品、零件的设计上来，有概率工程设计或可靠性设计。
3. 将可靠性设计与优化理论结合起来，综合各方面的因素，考虑设计的最佳效果，有可靠性分配与可靠性优化。
4. 考虑设备的维修因素之后的可靠性问题，有系统的可维护性与可利用性的估计。

5. 作为以上各分支的基础,有可靠性试验及其数据处理。

可靠性学科是一门发展时间较短的新兴学科,随着生产的发展,对其研究还在不断地充实与提高。因此,它是一门有广阔发展前景的学科。

1-3 可靠性工程的理论基础

世界上的一切现象,如物理现象、化学现象、人文现象等,就其事件发生的情况来讲,不外有两种情况,既必然事件与偶然事件。

必然事件又可以分为必然发生事件(1事件)与必然不发生事件(0事件)。

对于必然事件,可以用一定的数学模型来描述。因而它是有明显的规律可以遵循的。

所谓偶然事件,即在同样的条件下,同一事件可能发生,也可能不发生的事件。称之为0与1区间的事件。对于这类事件,要找出它们明显的内在规律是很困难的。因此,企图用一般数学模型来准确地描述其发生过程也是很困难的。

但是,对于这方面的问题,是不是就没有规律可以遵循呢?不是的。从统计的角度去看待事件的发生,它一般是有规律可以遵循的。因此,在偶然事件中存在着某种必然规律。概率论就是一门研究偶然事件中必然规律的学科。这种规律一般反映在随机变量与它发生的可能性(概率)上。

人们在长期的摸索过程中,找出了许多可以描述这种关系的数学表达式,如著名的正态分布,指数分布,威布尔分布等……。用它们来描述或近似描述在各种情况下不同随机变量与它发生概率之间的规律。

可靠性学科是研究产品失效规律的学科。由于影响失效的因素非常复杂,有时甚至有不可捉摸之感,因而产品的寿命即产品的失效时间只能是随机的。只能用大量的试验统计办法来摸索它的统计规律。然后再根据这个规律去进行可靠性工作的各个方面。因此可靠性学科的主要理论基础是概率统计。

1-4 可靠性与全面质量管理

产品的质量包括了产品本身的质量、产量、成本与交货期四个方面。而产品质量本身又包括了产品的性能、强度、尺寸、公差、外观、可靠性与包装等内容。所以可靠性只是产品质量的一个局部。但它是核心部分。

可靠性管理不等于全面质量管理。一般来说,可靠性管理所关心的是产品投入运行后的质量,即所谓 $t>0$ 的质量,或称“明天的质量”。而传统的质量管理一般只关心产品制造生产,安装调试至出厂为止的质量,即所谓 $t=0$ 的质量或称“今天的质量”。

当然“今天的质量”与“明天的质量”是相关的。不能设想“今天的质量”差的产品会产生出“明天的质量”好的结果来。因此,提出“以可靠性管理为中心的全面质量管理”是正确的。

随着设备生产过程的大型化、连续化(即从投料至出产品整个过程的连续化)、综合化(即在同一设备中多种技术的应用)、高级化(精度与质量的高档化)、自动化(操作、检验的非人工化)、严格化(如技术指标的严格化),对于工作速度、能耗、环境污染等日益

严格的要求等……。造成设备日益复杂，零件数显著增长。为保证设备的可靠性水平，导致对组成设备零件的高可靠性要求；为了达到设备要求的可靠性目标，增强产品的市场竞争能力，要求零件可靠性匹配的严格化。传统的质量管理较侧重于产品性能指标的管理与控制，而忽略或不太注意运行寿命指标的管理与控制以及对组成产品零件的可靠性匹配。因而往往造成在质量管理过程中去保证一些本来就不合理的地方。而在可靠性指标下的质量控制则可以避免上述缺点。

随着生产的发展，市场的扩大，产品的更新，用户对产品的质量已不满足于一般的定性保证。他们要求的是：“多少时间内不出故障”；“保证产品不出现某种故障的可能性是多少”等定量的要求，可靠性学科正是应此而产生的。它正在逐步地成为技术界、贸易界，或生产部门、销售部门、各级政府部门、买方与卖方对产品质量评定或技术谈判的“共同语言”。

第2章 可靠性数学基础

2-1 随机变量

随机变量, 就是“表示随机试验结果的一个变量”。随机变量取什么值是不能在试验前知道的。它取决于试验结果。

例如, 某设备在规定的工作条件和失效标准下, 处于正常运行状态时, 则称它处于“1”状态; 处于非正常运行状态时, 则称它处于“0”状态。这样, 讨论该设备目前处于何种状态时, 就可简单说成结果是“1”或“0”。但它到底处于什么状态, 由于影响设备正常运行或出现故障的因素很多, 故事先不能判断, 即“0”或“1”是随机的。只有当实际运行后才知道。因此, 如果引进一变量 X , 将 X 规定为“1”与“0”, 那么

$$X = \begin{cases} 0 & \text{当失效发生时,} \\ 1 & \text{当设备正常运行时} \end{cases}$$

故称 X 为随机变量。因为 X 只有 $\{0, 1\}$ 两种可能性, 又称 X 是 $\{0, 1\}$ 二项离散随机变量。

又如, 对某一机械零件的失效时间(寿命)来讲, 由于影响零件寿命的因素非常复杂, 故零件的失效时间 T 是一个随机变量。也就是说, 对于同种零件, 在相同的环境条件下运行, 其寿命是不会相同的。例如在 1000 个轴承中随机地抽出 60 个轴承进行寿命试验, 每 10 个轴承为一组, 其试验结果如表 2-1 所示。

表 2-1 轴承寿命分组试验记录

组 序	试 验 数	平 均 寿 命 $\times 10^6$ /次
1	10	2.9
2	10	8.1
3	10	0.7
4	10	0.9
5	10	10.0
6	10	4.5

表 2-1 说明, 虽然是同种轴承, 试验条件也相同, 但结果相差很大。

如果引进一随机变量 T , 其取值为 $t(t \geq 0)$, 显然, 随机变量 T 可以在 $0 \sim \infty$ 区间中任一点上发生。因为 T 可以在零至无穷大之间连续地在任何值出现, 故称 T 为连续随机变量。

既然零件的寿命是一个随机变量, 其取值由试验结果而定, 那么有没有一定的规律可以遵循呢? 从大量的统计角度和从事件发生的可能性(概率)来看, 是有一定的必然规律可以遵循的。这种规律称之为概率分布函数。

2-2 概率分布函数与概率密度函数

如果表 2-1 所列的轴承寿命分成一定寿命区间, 并记录在每个寿命区间中的失效数, 则可得表 2-2。可见, 如果投入 60 个样品 ($n=60$) 进行试验, 并使其全部失效, 则在每一寿命区间中的失效数是不同的。例如, 在 $(1.1-2) \times 10^6$ 循环次数中其失效数为 $n_1=4$, 则在

表 2-2 轴承寿命列表

寿命区间 $\times 10^5$ / 次	失效数	频率
0—1	0	0.00
1.1—2	4	0.067
2.1—3	8	0.133
3.1—4	10	0.167
4.1—5	8	0.133
5.1—6	8	0.133
6.1—7	7	0.116
7.1—8	7	0.116
8.1—9	5	0.083
9.1—10	3	0.050
总计	60	

该区间的失效频率为：

$$f_n(t) = \frac{4}{60} = 0.067$$

就是说，在该寿命区间内的失效数占全部失效数的 6.7%。由于概率的稳定性，该值在一定程度上反映了失效寿命随机变量 T 在这个区间上的概率。

以失效时间 t 示横坐标，失效数 n_i 及失效频率 $f_n(t)$ 示纵坐标，则可画出表 2-2 中数据的频数或频率的直方图（见图 2-1）。

为了使其概率规律更精确些，可以投入更多的样品进行试验。在图 2-1 直方图上时

间间隔（寿命区间）就可以缩得足够小。从而可将其失效频率的各点连接成为一条光滑曲线，即概率密度曲线。它所对应的函数称为概率密度函数 $f(t)$ 。该函数反映了零件寿命及其失效概率之间的变化规律。

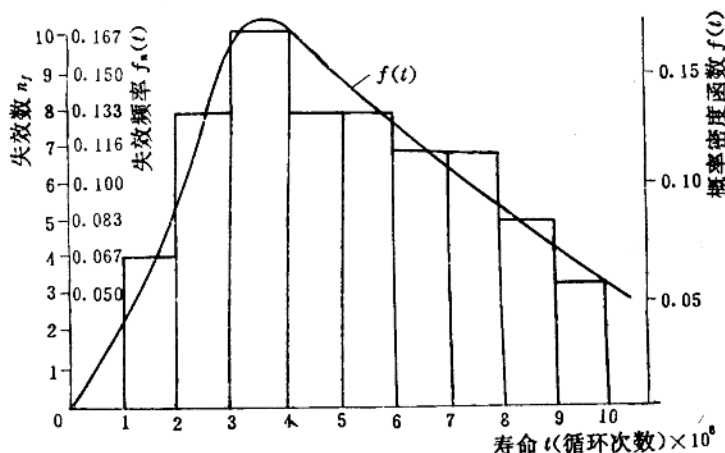


图 2-1 寿命直方图

为便于说明概率分布函数的概念及其意义，设失效随机变量为 T ，则 $P(T \leq t)$ 表示随机变量取至某值 t 时的概率，又记为 $F(t)$ ，即

$$F(t) = P(T \leq t) \quad (2-1)$$

称 $F(t)$ 为随机变量 T 的累积分布函数，简称分布函数。

因概率是非负的，故分布函数 $F(t)$ 是 t 的非递减函数。显然

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$$

图 2-2 为分布函数 $F(t)$ 曲线。

若求随机变量在某一区间 $[t_1, t_2]$ 中发生的概率，设 $t_2 > t_1$ ，则

$$P(t_1 \leq T \leq t_2) = P(T \leq t_2) - P(T \leq t_1) = F(t_2) - F(t_1) \quad (2-2)$$

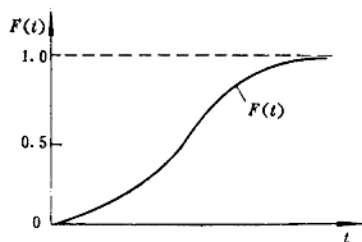


图 2-2 分布函数曲线

由于分布函数是非递减函数，故

当 $t_2 > t_1$ 时， $F(t_2) > F(t_1)$

还可以看出，如果时间间隔为 Δt ，且 $\Delta t = 0$ ，根据式 (2-2)

$$F(t + \Delta t) - F(t) = F(t + 0) - F(t) = 0$$

这说明累积分布函数是某一时间间隔的失效概率。若间隔时间 $\Delta t = 0$ ，即在某时间点 t 的失效概率为零，记为

$$P(T = t) = 0 \quad (2-3)$$

由上述可知分布函数具有以下性质：

1. $F(t)$ 对 t 是非递减函数；
2. $F(-\infty) = 0$
3. $F(T = t) = 0$

由式 (2-2)

$$P(t_1 \leq T < t_2) = F(t_2) - F(t_1)$$

设 $t_1 = t$ ， $t_2 = t + \Delta t$

则可以写为

$$P(t \leq T < t + \Delta t) = F(t + \Delta t) - F(t)$$

两边除以 Δt ，并取极限，令 $\Delta t \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T < t + \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = F'(t)$$

定义 $F'(t) = f(t)$

称 $f(t)$ 为随机变量 T 的概率密度函数。可见分布函数的导数 $F'(t)$ 表示了随机变量的概率密度。因为 $F(t)$ 是非递减的，所以， $f(t) \geq 0$ 。

这样，对于离散型的随机变量 T 的分布函数有

$$F(t) = P(T \leq t_i) = \sum_{t_i < t} t_i P(T = t_i) = \sum_{t_i < t} t_i P_i \quad (2-4)$$

对于连续随机变量 T 的分布函数为

$$F(t) = P(T \leq t_i) = \int_{-\infty}^{t_i} f(t) dt \quad (2-5)$$

$$F(t_1 \leq T < t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad (2-6)$$

且

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1$$

2-3 概率的基本运算

一、概率互补定理

如果某设备出现故障的概率为 $F(t)$ ，则正常运行的概率（可靠度） $R(t)$

$$R(t) = 1 - F(t)$$

即:

$$R(t) + F(t) = 1 \quad (2-7)$$

式(2-7)称为概率互补定理, $R(t)$ 与 $F(t)$ 关系见图 2-3。在工程中, 概率互补定理意义为: 设备处于正常运行状态或处于故障状态二者必居其一。不可能既处于正常运行状态又处于故障状态, 故其概率和为 1。

比如某设备出现故障概率为 $F(t) = 0.01$, 则该设备可靠度一定是 $R(t) = 1 - 0.01 = 0.99$ 。

一般地讲, 事件发生的概率与不发生的概率之和必定是 1, 这就是概率的互补定理。

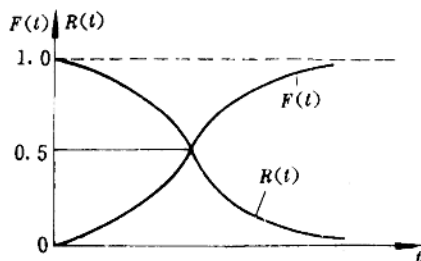


图 2-3 互补定理曲线关系

二、概率加法定理

某设备出现 A 故障的概率 $P(A) = 0.01$, 出现 B 故障的概率 $P(B) = 0.02$, 现在要问: 设备 A 故障或 B 故障至少有一个出现的概率有多大?

事件 A 与事件 B 至少有一个发生, 称为事件 A 与事件 B 的和事件。记为 $A \cup B$, 故当 A, B 两事件不能同时发生时, 称 A 与 B 为互斥事件。若 A 与 B 互斥, 和事件 $A \cup B$ 的概率与 A 事件与 B 事件的概率关系, 为

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (2-8)$$

在互斥事件中, 和事件的概率等于各事件发生的概率之和, 这就是概率加法定理。

故上述设备 A 故障或 B 故障的概率为:

$$P(A \cup B) = 0.01 + 0.02 = 0.03$$

当 A, B 两事件不互斥时, 则

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) \quad (2-9)$$

式中, $P(A \cdot B)$ 称 A, B 两事件同时发生的概率, 或称为积事件的概率。积事件用 $A \cdot B$ 或 $A \cap B$ 表示, 则积事件的概率记为

$$P(A \cap B) = P(A \cdot B)$$

三、概率乘法定理

设某设备出现 A 故障的概率 $P(A) = 0.01$, 出现 B 故障的概率 $P(B) = 0.02$, 问 A, B 故障同时出现的可能性(概率)有多大?

这里先介绍两事件相互独立的概念。所谓 A 与 B 事件互相独立, 就是 A 事件的发生不会影响 B 事件发生的概率; 反之 B 事件的发生也不会影响 A 事件发生的概率。

若故障 A 与故障 B 互相独立, 则

$$P(A \cdot B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (2-10)$$

故该设备 A, B 故障同时发生的概率为

$$P(A \cap B) = 0.01 \times 0.02 = 0.0002$$

在互为独立的事件中, 它们同时发生的概率是这些事件各自发生的概率之积。这就是概