

测试误差分析与数学模型

黄俊钦 编著

国防工业出版社

测试误差分析与数学模型

黄俊钦 编著

国防工业出版社

内 容 简 介

测试误差分析与数学模型包括测试误差分析方法和对测试结果建立数学模型两大部分。测试误差分析方法的讨论是本书的重点，其中包括研究各种误差分析和各种静、动态误差补偿及其计算。

本书讨论了建立静、动态数学模型的各种方法。静态数学模型包括线性模型与非线性模型。动态数学模型包括时间域和频率域的非参数模型，其中包括传递函数模型与差分方程模型(或离散传递函数模型)。除此之外，还介绍了各种数学模型之间的关系和相互换算方法，讨论了多输入多输出系统模型参数矩阵识别方法。

本书可供本专业的研究生，大学生及工程技术人员参考。

测试误差分析与数学模型

黄俊钦 编著

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张 28¹/₂ 661千字

1985年7月第一版 1985年7月第一次印刷 印数：40,001—3,540册

统一书号：15034·2779 定价：5.20元

前 言

测试的误差分析与数学模型,包括测试误差分析方法和对测试结果建立数学模型两大部分。

进行各种科学试验需做各种有关的测试,测试结果的可信程度与误差大小都需要进行仔细的分析研究。测试误差分析方法的讨论是本书的重点之一,其中包括研究各种误差分析方法和各种误差补偿方法。误差补偿方法是提高各种测试设备(传感器、放大器、信号调理器、记录仪器等等)精度的重要措施之一。书中讨论各种误差分析方法与补偿方法时,都同时讨论静态与动态两种情况。第三章讨论静态误差分析与补偿的原理,第四章讨论动态误差分析与补偿的原理,这些原理也适用于微处理机进行静态误差补偿和用数字滤波器展宽测试设备的频带以减小动态误差的情况。为了进一步讨论动态误差补偿的数字滤波器的设计方法,在全部讨论完动态数学模型之后,第十五章专论数字滤波器的设计方法和软件实现的程序。

由各部件(或环节)的误差如何合成综合误差,这是误差合成问题。反过来,给定总误差,如何分配给各部件,以保证总误差不超差,这是误差分配问题。在产品设计与实验设计(仪器选择)时,都需要误差分配的知识。误差分析的另一类问题是要分析误差的性质,是偶然误差还是系统误差等。误差的性质不同,数学处理的方法和补偿的方法不同,误差合成的方法也不同。这些问题是第五章讨论的内容。

确定产品的性能指标和求出全面描述其性能的数学模型是对试验设备和产品进行标定(校准)之后的两个重要工作。性能指标分静态性能指标和动态性能指标两种。如何根据标定结果计算静、动态性能指标是测试工作中很关心的问题之一。这些性能指标的计算方法,国内外尚无统一规定。本书中除介绍一些国内外的有关计算方法之外,还提出一些较合理的计算方法供大家参考。性能指标只能描述产品的主要性能,数学模型才能完整地描述产品的全部性能。

本书重点讨论建立静、动态数学模型的各种方法。静态数学模型包括线性模型(直线方程与多元线性模型)与非线性模型。动态数学模型包括时间域和频率域的非参数模型和各种参数模型,其中包括传递函数模型与差分方程模型(或离散传递函数模型)。讨论建立各种数学模型的方法之外,还介绍了各种数学模型之间的关系和相互换算的方法,这就沟通了各种数学模型,并使得各种建模方法都能相互比较与校对,使所求得的数学模型更加符合实际和更为确切。

前面所说的建模方法是指由实验结果(数据表格与曲线等)来建立数学模型的各种方法,是实验研究中的理论工作。实验方法有时间域的,频率域的和随机域的三种。第九章讨论时间域与频率域的非参数模型的换算方法,第十章讨论时间域动态实验结果建立动态数学模型的方法,第十一章讨论频率域动态实验结果建立动态数学模型的方法,第十二章讨论由随机域实验结果建立数学模型的方法。有些情况下一个系统(传感器、测试系统、控制系统与控制对象等)可以同时做时间域的和频率域的或随机域的实验,这时

便可以用不同的实验方法所得的结果,各自建立数学模型。从不同的实验结果,用不同的建模方法,所求得的数学模型都比较符合时,这就充分说明所用的建模方法与所得的数学模型是正确的,书中列举了一些我们所做的这方面的工作。

随机模型不是本书的重点,只在第十三章中简单介绍了自回归滑动平均模型(ARM A 模型)的建模方法。

第十四章讨论多输入多输出系统模型参数矩阵的识别方法。除介绍了参数矩阵 A 、 B 、 C 、 D 的实验确定方法之外,还讨论了连续系统与离散系统的状态空间表达式与传递函数的关系,亦即解决这两种数学模型的换算关系。

以上简要地介绍了本书的主要内容以及各章之间的联系。

书中有许多内容是作者自己工作中的总结,许多实际例题都是我们自己做的。有一些是几年来指导研究生做的工作。这些具体应用说明书中所介绍的各种方法是比较实用的,是经过实践检验的。其中的许多实验及一些实验数据是在有关同志帮助下进行并提供的。在作者的有关文章中,都曾向这些同志表示过感谢,不再一一列出。

本书所应用到的基础知识有:概率论与数理统计,矩阵理论,现代控制论,数字计算方法,数字信号处理,数字计算机应用与仪表传感器和测试系统的知识。

本书的初稿曾作为仪表与测试专业高年级学生和研究生专业课的讲义,故本书可作为测试专业的大学高年级学生的教学参考书,也可供从事测试工作的工程技术人员和科学工作者参考。

我院几届研究生做硕士论文时曾多少参加过有关章节内容的研究工作。书中有些内容选自我院的科研报告和兄弟院校的讲义,如华中工学院自控系工企教研室1978年6月编的《控制理论》讲义等,在此对有关同志一并表示感谢。

本书涉及的内容较为广泛,由于作者的水平有限,错误与不妥之处,望同志们多加指正。



目 录

第一章	概论	1
§ 1.1	测量的种类	1
§ 1.2	误差的定义与分类	1
§ 1.3	仪表传感器与测试系统的主要静态性能指标	5
§ 1.4	实验数据处理与数学模型	11
第二章	概率论与数理统计的基本知识	13
§ 2.1	随机变量及其分布	13
§ 2.2	随机变量的几个特征量	14
§ 2.3	二维随机变量及其分布	19
§ 2.4	n 维随机向量及其分布	22
§ 2.5	正态分布	25
§ 2.6	二维正态随机向量	30
§ 2.7	n 维正态随机向量	33
§ 2.8	子样值与参数估计	36
§ 2.9	几种重要概率分布函数	40
§ 2.10	抽样分布	43
§ 2.11	置信区间	46
第三章	静态误差分析与补偿的原理	50
§ 3.1	概述	50
§ 3.2	间接测量的误差传递公式	50
§ 3.3	原理误差及其补偿原理	54
§ 3.4	构造误差及其补偿原理	56
§ 3.5	环节静态误差的分析及其表达式	65
§ 3.6	开环系统的静态误差分析方法	68
§ 3.7	开环系统静态误差的补偿方法	71
§ 3.8	闭环系统的静态误差分析方法	73
§ 3.9	闭环系统静态误差的补偿方法	77
§ 3.10	提高测量系统静态精确度的途径	81
第四章	动态误差分析与补偿的原理	84
§ 4.1	概述	84
§ 4.2	开环系统动态误差的分析方法	84
§ 4.3	开环系统动态误差的补偿方法	86
§ 4.4	闭环系统动态误差的分析方法	90
§ 4.5	闭环系统动态误差的补偿方法	94
§ 4.6	提高测试系统动态性能的途径	95
第五章	测量误差的合成与分配	99
§ 5.1	概述	99

§ 5.2	算术平均值及其精密度	99
§ 5.3	等精度测量数据的精密度估计	101
§ 5.4	不等精度测量的精密度估计	104
§ 5.5	多维观测结果的处理	108
§ 5.6	系统误差及其一些消除方法	111
§ 5.7	综合误差的计算方法	118
§ 5.8	实验设计的几个问题	124
第六章	最小二乘法	130
§ 6.1	概述	130
§ 6.2	最小二乘法的基本原理	130
§ 6.3	线性模型参数的最小二乘估计	133
§ 6.4	线性模型参数最小二乘估计的性质	140
§ 6.5	不等精度测量时线性模型参数的最小二乘估计	145
§ 6.6	递推最小二乘法	148
§ 6.7	多应变量系统参数的最小二乘估计	152
§ 6.8	镜像映射法——矛盾方程组的最小二乘解法	153
§ 6.9	非线性模型中参数的最小二乘估计	159
§ 6.10	阻尼最小二乘法	162
第七章	静态实验数据处理与静态数学模型	165
§ 7.1	概述	165
§ 7.2	平均选点法	166
§ 7.3	仪表标定实验的数据处理方法	169
§ 7.4	线性测量系统性能指标的计算方法	172
§ 7.5	两个变量都有误差时, 线性回归方程的确定	183
§ 7.6	可化为线性回归方程的回归分析方法	186
§ 7.7	多项式回归分析方法	195
§ 7.8	具有非线性函数特性的测量系统的静态标定实验数据处理	208
附录一		211
附录二		212
第八章	动态数学模型实验研究的预备知识	215
§ 8.1	概述	215
§ 8.2	测试系统的基本动态特性	216
§ 8.3	系统动态性能指标的计算方法	223
§ 8.4	线性系统的各种动态数学模型	233
§ 8.5	曲线或信号的平滑	241
第九章	时间域与频率域非参数模型的换算方法	245
§ 9.1	概述	245
§ 9.2	由过渡过程求频率特性的阶梯线法	246
§ 9.3	快速傅氏变换算法 (FFT)	251
§ 9.4	傅氏变换无混迭快速算法 (WFFT)	263
§ 9.5	WFFT在换算时频域非参数模型中的应用	276
第十章	由各种瞬态响应建立动态数学模型	281

§ 10.1	概述	281
§ 10.2	一阶系统由瞬态响应建立数学模型	281
§ 10.3	衰减振荡二阶系统由瞬态响应建立数学模型	287
§ 10.4	非周期二阶系统由瞬态响应建立数学模型	300
§ 10.5	由瞬态响应求传递函数	310
§ 10.6	用最大似然法由瞬态响应建立数学模型	313
附录	最优化方法简介	319
第十一章	由频率特性建立动态数学模型	321
§ 11.1	概述	321
§ 11.2	由幅频特性建立低阶数学模型	321
§ 11.3	由幅相频率特性建立低阶数学模型	328
§ 11.4	由对数幅频特性建立数学模型	331
§ 11.5	由频率特性估计传递函数的参数	335
§ 11.6	由瞬态响应建立传递函数模型的两步法	339
§ 11.7	加速度传感器动态数学模型研究	344
第十二章	系统动态特性的统计测试法与动态数学模型	353
§ 12.1	概述	353
§ 12.2	随机信号的统计特征	356
§ 12.3	利用FFT与WFFT计算随机过程的特征量	365
§ 12.4	用相关分析法测试系统的动态特性	366
§ 12.5	用白色噪声测试系统的动态特性	371
§ 12.6	用伪随机信号测试系统的动态特性	373
§ 12.7	伪随机信号的产生及其性质	373
§ 12.8	用伪随机序列测试系统动态特性的步骤	381
§ 12.9	用M系列测试线性系统的动态特性	383
§ 12.10	用逆重复M序列测试线性系统的动态特性	388
第十三章	一元离散自回归滑动平均模型	390
§ 13.1	概述	390
§ 13.2	ARMA(n, m)模型阶数 n 的增量	391
§ 13.3	ARMA模型参数的估计	391
§ 13.4	ARMA(n, m)模型的适用性检验	392
§ 13.5	建模步骤说明	394
第十四章	多输入多输出系统模型参数矩阵的识别	396
§ 14.1	概述	396
§ 14.2	系统的状态方程和输出方程	396
§ 14.3	离散-时间系统的状态空间表达式	398
§ 14.4	系统状态空间表达式的解法	399
§ 14.5	离散-时间状态方程的解法	403
§ 14.6	状态空间表达式与传递函数的关系	405
§ 14.7	由差分方程、离散传递函数求状态空间表达式	412
§ 14.8	线性定常系统模型识别的基本关系式	414
§ 14.9	传递矩阵 $\Phi(t)$ 的识别	416

§ 14.10	参数矩阵 A 、 B 、 C 、 D 的识别	418
§ 14.11	参数识别的离散算式	420
第十五章	数字滤波器在动态误差补偿中的应用	425
§ 15.1	概述	425
§ 15.2	数字滤波器的原理与设计	426
§ 15.3	Z 变换法	431
§ 15.4	双线 Z 变换法	434
§ 15.5	数字滤波器的频率特性	437
§ 15.6	数字滤波器软件实现的 FORTRAN 程序	438
附录		441
参考文献		444

第一章 概 论

§ 1.1 测量的种类

测量是人类认识和改造客观世界的一种必不可少的重要手段。从广泛的意义上说,测量就是对客观事物获得定量的数据,即对事物的某种特性得到数字的表征。例如:测得某物体的长度、重量与体积等等之后,便对该物体的特征有了初步的认识。

一、直接测量与间接测量

在测量中,有些物理量是能够直接测量的。例如,用尺测量长度,用钟表测量时间,用温度计测量温度,用电流表测量电流等,都是直接测量。所谓直接测量是使被测参数与作为标准的量直接比较,或者用标准标定好了的仪器进行测量,从而直接(无需通过方程式计算)求得被测参数。在航空上许多参数都是可以直接测量的。例如:发动机排气管温度、座舱温度、燃油压力、滑油压力、液压与气压系统的压力、振动、过载等。

但是,有一部分参数是不能直接测量的。例如:飞行高度、飞行速度、升降速度、飞行距离(航程)等。一般说来未知参数(需要测量的参数)是某个或几个变量的函数,不能直接测得,需要分别对各个变量进行直接测量,再将测得的数据分别代入关系式中进行计算,求出所需测量的未知参数的数值。这种测量称为间接测量。例如,要测量飞机所飞行的航程时,需要测出飞机相对于地面的速度(称为地速)向量,将地速向量对时间积分,才可求得航程。

二、静态测量与动态测量

按被测量的量在测量过程中的状态来分,可分为静态测量与动态测量两种。

所谓静态测量是指在测量过程中被测量的量是不变的。而动态测量(或称瞬态测量)是指在测量过程中被测量的量是变化的。因而需要了解被测量的量是如何变化,按什么规律变化的。例如:飞机液压与气压操纵系统(电气操纵系统同样)在刚接通开关的瞬间,系统中的各个参数(如压力)是按什么规律变化的,其最大压力有多大等,这些便是动态测量问题。又如,测量快速变化的参数,研究原子弹爆炸时周围压力波的变化等等,都是动态测量问题。在生产和科学实验中,这一类问题是很多的,要对它们进行研究便要研究动态误差、动态补偿、动态标定及其实验数据处理问题。随着科学技术的发展,动态测量问题在各个领域都将逐渐提到日程上来,这是值得我们注意的问题之一。

§ 1.2 误差的定义与分类

测量仪表的指示值与被测量的真值之差,称为测量仪表的误差。传感器的实际输出值与其正确输出值(即理论值)之差,为传感器的误差。任何实际的测量仪表与传感器

和测量系统都免不了有误差，绝对准确的东西是不存在的。本节就各种误差的定义进行讨论。

一、原理误差与构造误差

按产生误差的原因不同，测量误差可分为原理（或方法）误差与构造（或工具）误差两类。由于测量原理上的不完善或近似性，所采用的测量方法不完善，或设计仪表时对特性方程式作了一些近似计算，假设了一些常数，或特性方程式中的某些参数与理想的特性方程式中的对应参数不同等原因而引起的误差，都属于原理误差，又称方法误差。由于实际仪表在构造上，制造工艺上或调整上不完善而引起的误差则属于构造误差，亦称工具误差。

二、静态误差、稳态误差、动态误差

按被测参数（即仪表与传感器的输入量），在测量过程中变化与否的情况，测量误差可分为动态误差、稳态误差与静态误差。它们是仪表与传感器、控制系统、测量系统与其它系统在时间域的三种不同的误差。

按设计要求，各种系统的输出与输入都有确定的函数关系。实际上，在输入量保持不变（或按一定的规律缓慢变化）时，输出量与其理论值之间也是有误差的，这种误差称静态误差。在给系统加一个输入信号的瞬间，系统尚达不到相应的正确输出值，要达到正确输出值需要一点过渡时间（或响应时间），这个过程称为过渡过程（或瞬变过程）。在这期间，系统的输出值与相应的正确输出值之差，称为动态误差。有的系统在过渡过程结束后，保持在等速状态下工作，这时系统的误差称为稳态误差。静态误差与稳态误差都是在过渡过程结束后，系统存在的误差（静态误差是稳态误差的一种特例），只有动态误差是在过渡过程结束前的误差。

三、系统误差与偶然误差

按照误差出现的规律性，仪表误差可分为系统误差与偶然误差（亦称随机误差）。

（一）系统误差

数据固定或按一定规律变化的误差，称为系统误差。

按其表现特点，可分为恒值误差和变值误差两种。变值误差又可按其变化的规律分为线性误差、周期误差以及按复杂规律变化的误差等。

恒值误差（亦称固定误差，或简称恒差、常差）——在整个测量过程中，其数值和符号都保持不变。

线性误差——在整个测量过程中，随某因数（如温度等）而线性增加或减少。

周期性误差——按某种规律周期性地改变其数值和符号。

按复杂规律变化的误差——其变化虽然可能相当复杂，但却有一定规律，并可用一定的公式或曲线表示出来。

系统误差决定了测量的准确度。系统误差越小，测量结果越准确。系统误差说明测量结果偏离被测量实际值的程度。

系统误差带有规律性，原则上可以修正或消除。

引起系统误差的原因很多，主要的有下列几种。

(1) 原理误差 (方法误差) 测量原理和测量方法上不完善所带来的误差。例如，计算公式是近似的，或忽略了一些因素的影响等。

(2) 设备误差 如等臂天平两臂不相等，无法调整到理想位置 (不垂直、不水平、偏心等)，标准器随时间的不稳定 (如尺寸随时间而变化，电阻老化，晶体频率的长期漂移) 等。

(3) 环境误差 由环境条件变化所引起的误差，如环境温度、气压变化等。

(4) 人员误差 如记录信号之超前或滞后，对准目标始终偏左或偏右，估计读数总偏小或偏大等。

(二) 偶然误差 (亦称随机误差)

在多次重复测量时，由于偶然因素的影响，测量误差的出现没有一定的规律性，数值和符号也不固定，其平均值随观测次数的增加而逐渐趋于零。

偶然误差包括了所有测量人员感觉器官的缺陷和技术不熟练，外界条件的变动，测量仪器构造的不完善，测量对象本身状态发生变化等一系列偶然的原因所引起的误差。

对同一量进行多次重复测量时，偶然误差有大有小，有正有负。就其个体而言是没有规律，不可预言，不可控制的，但就其总体来说 (大量个体的总和) 服从于一定的统计规律。可以从理论上计算它对测量结果的影响。偶然误差决定了测量的精密度，它越小，测量结果的精密度就越高。

(三) 系统误差和偶然误差的区别与转化

区分系统误差和偶然误差的目的是为了便于研究它们。不同性质的误差合成的方法也不同。不同规律的误差，需用不同的方法加以消除或补偿。这样，可以改善测量方法，改进仪表传感器的性能，提高测量精度。区分它们的最简单的方法是：在相同的条件下做实验，如出现时大时小，时正时负或没有明显规律的误差，就是偶然误差；随着实验条件的变化，而出现某一确定规律的误差，则是系统误差。

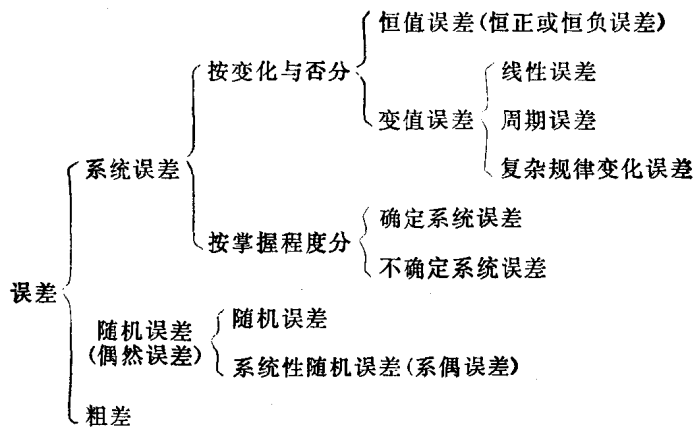
系统误差与偶然误差有以上的区别，但在一定的条件下它们又可以互相转化。例如：用标准米尺测量长度时，假设米尺的偶然误差为 ± 1 ，则在测量过程中，每测一次有一个 ± 1 ，故这误差对测量结果的影响是累积的。如测 4 次，测量结果的偶然误差为 ± 4 ，这是有规律的，具有系统误差的性质。但累积后仍然是偶然误差。有的资料称这类误差为系偶误差^[6]，有的称它为系统性偶然误差^[6]。这是有规律的偶然误差。

系统误差有两类：一类是误差的数值与符号和规律均已确定的，称为确定系统误差；另一类是数值尚未确切掌握，或数值大小已知而符号未确定，这是不确定的系统误差。对于后者需估计其误差的区间，分别用不确定度 ± 1 和概率分布来描述，或用其标准偏差来描述。这种处理办法与偶然误差类似。其次，工作点不同或输入量不同时，各点的系统误差也不同。所以对使用时各测量点的具体系统误差值也是未知的，故一般要估计出一个系统误差的极限值来供误差分析与计算时使用。这是有偶然性的系统误差 (见下面的例子)。

(四) 粗差

在测量结果中有明显错误的误差称为粗差。例如测错、读错、记错等。

这种误差分类方法可归纳如下：



四、基本误差、附加误差和工作误差

在规定的正常条件下（一定的温度、湿度、电压、频率等）使用仪表与传感器，由于仪表与传感器内部机械的、电的、光的特性等不完善所引起的误差，称为基本误差，亦称固有误差。

由于使用条件偏离规定的正常条件，仪表与传感器的误差要大一些。所增加的这部分误差与使用条件偏离规定的正常条件的多少有关，这部分误差称为附加误差，亦称影响误差。

例如：某高精度的仪表规定在 $20 \pm 1^\circ\text{C}$ 时，其精度为 0.1% （这是基本误差），温度每变化一度就会增加 0.01% 的误差。这部分误差是由温度变化的影响而产生的附加误差。

以往给出仪器误差时，除基本误差之外，还要给出几项附加误差（如温度、电源电压与频率等附加误差）。而仪器实际工作时往往有几种影响量（温度、电源电压与频率等）同时偏离基准条件，这时仪器误差估计问题，就留给用户来解决。所谓工作误差，是工厂给出工作误差极限，在额定工作条件以内，几种影响量为任何可能组合的情况下，仪器都不应超过此工作误差。这样对用户来说就方便多了。

五、绝对误差与相对误差

测量某量所得的值（测定值 M ）与该量的真值（真实值 T ）的差值 Δ ，称为绝对误差，即

$$\Delta = M - T$$

绝对误差与被测量有相同的单位。实际上，被测量的真值常用其实际值来代替。

绝对误差 Δ 与某约定值之比为相对误差，一般用百分数表示。约定值为被测量的实际值 T 时，其比值称为实际相对误差

$$\delta = \frac{\Delta}{T} \times 100\%$$

约定值为仪器的满量程值时，其比值称为单位相对误差（或称引用相对误差）。约定值为仪器的读数时，其比值称为标算相对误差。

例如：用量程为 100 安的电流表测量电流，当实际电流为 50 安时，电流表的读数为 51 安，则测量的绝对误差为 $\Delta = 51 - 50 = 1$ 安，实际相对误差为 $\delta_1 = \frac{1}{50} \times 100\% = 2\%$ ，单位相对误差为 $\delta_2 = \frac{1}{100} \times 100\% = 1\%$ ，标算相对误差为 $\delta_3 = 1/51 \times 100\% = 1.96\%$ ，一般用全量程内的最大误差与满量程值之比作为精度指标。

六、精密度、准确度、精确度、精度

精密度、准确度、精确度、精度四个名词都是误差的反义词，国内外对这几个名词的定义目前尚未完全统一。下面介绍一种较为恰当的定义以供参考。

精密度——亦称精密性。表示在多次重复测量中所测数值的分散程度。偶然误差小，重复测量结果就密集，精密度就高。但精密不一定准确，图 1-1 便是一种精密度高，而准确度不高的打靶记录。

准确度——亦称准确性，表示测量结果与被测量真值的偏离程度。系统误差小，准确度就高。但准确不一定精密。

精确度——简称精度。是测量结果的精密与准确程度的综合反映。精确度高，表示系统误差与偶然误差都小。图 1-2 便是既精密又准确（精确度高）的打靶记录，图 1-3 则是精确度很差的打靶记录。



图1-1 精密度高，准确度
不高的打靶记录

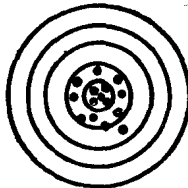


图1-2 既精密又准确
的打靶记录

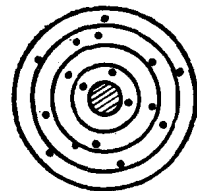


图1-3 精确度很差的
的打靶记录

一般电工仪表常用全量程中的最大误差除以最大测量值（满量程值）的百分数计算精度等级。表 1-1 则是常用电工仪表的精度等级及其允许误差的数值。

表1-1 常用电工仪表的精度等级

精度等级	0.2	0.5	1	1.5	2.5
允许误差占最大测量值的百分数	± 0.2	± 0.5	± 1.0	± 1.5	± 2.5

§ 1.3 仪表传感器与测试系统的主要静态性能指标

仪表传感器与测试系统的性能指标可分两种情况来讨论：一种是当被测参数不随时间变化（或缓慢变化）时，仪表传感器的输出量为相应的稳定值，测量系统处于静止测量状态。在这种情况下，仪表传感器的输出量与输入量（即被测参数）间的函数关系称为仪表的静态特性。另一种情况是在测量过程中输入量随时间变化，输出量也随时间变化，测试系统处于动态测量状态，输入量和输出量都是时间的函数。此种情况下，输出

函数与输入函数之间的关系称为仪表传感器或测试系统的动态特性。两种特性各有不同的性能指标。有关动态性能指标问题以后再讨论，本节着重讨论主要静态性能指标。

一、灵敏度

灵敏度是指在静态测量时，测量仪表输出量的增量与输入量的增量之比。

当输入量 x 变化 Δx 时，输出量 y 则有相应的变化 Δy ，传感器的灵敏度为

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

或

$$S = \frac{dy}{dx}$$

对于线性传感器与测试系统，其理想静态特性曲线为一直线（如图1-4所示），其理想静态特性方程式为

$$y = Kx$$

其灵敏度是常数，是静态特性曲线的斜率 $\text{tg } \theta$ ，也就是特性方程式中的比例常数，即

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{tg } \theta = K$$

静态特性曲线的斜率越大，其灵敏度就越高。灵敏度的量纲是输出量的量纲与输入量的量纲之比。对于压力传感器来说就是输出电压的单位与输入压力的单位之比。例如，某种力传感器的灵敏度为 $S = 0.75$ 毫伏/牛。这是灵敏度常用的定义。

有些情况下灵敏度具有另一种含义。如许多电桥式力或压力传感器的输出电压与其电桥电压有关。电桥电压大时，同样的力或压力下，其输出电压就大。在这种情况下，可以采用单位电桥电压下，传感器的灵敏度为多少。例如，某力传感器的灵敏度为 0.15 毫伏/伏·牛。

霍尔元件的输出电压为

$$V_H = KIB$$

式中 I ——控制电流（毫安）；

B ——磁感应强度（高）；

K ——霍尔元件的灵敏度（其单位习惯用每毫安每千高多少毫伏，即毫伏/毫安·千高）。

有的压力传感器采用其最大压力下的最大输出电压值作为它的灵敏度。由于国内外仪表与传感器的名词术语不一致，所以在分析传感器的性能指标时，要注意其指标的实际含义。当仪表传感器的静态特性为非线性时，其特性方程式为 $y = f(x)$ ，各点的灵敏度不同。

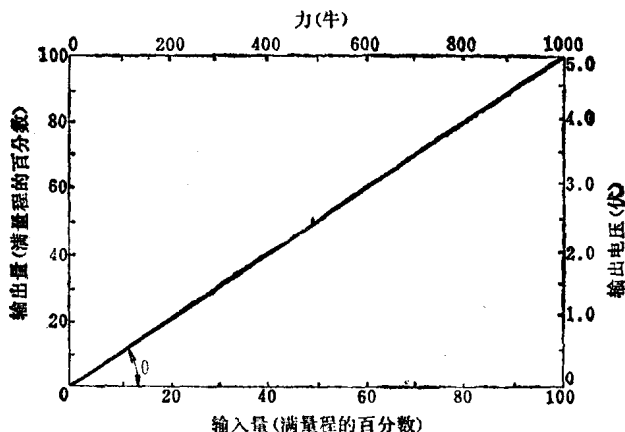


图1-4 理想线性系统的静态特性曲线

二、量 程

仪表传感器与测试系统能测量的最小输入量(下限)至最大输入量(上限)之间的范围称为量程。图 1-4 表示量程为 0~1000 牛的线性力传感器的特性曲线。各点输入力的数值标在曲线上方的横坐标中,下方表示各输入量为满量程的百分数。对应于满量程输入时的输出量称为满量程输出(Y_m)。右边纵坐标是传感器的输出电压,左边纵坐标是各点输出量为满量程输出的百分数。两种纵横坐标的数值是一一对应的。

量程可能是单向的(0~50g, 0~1000米)、双向的($\pm 3g$, $\pm 10^\circ$)、双向不对称的($-2\sim+10g$, $-0.5^\circ\sim+4^\circ$)、中间某一段无零值的($+10\sim+25g$, 3200~10000转/分)。

测量上限值与下限值的代数差称为测量范围。例如,量程为 $-2\sim 10g$ 的加速度表的测量范围为 $12g$,又如,量程为 $+10\sim+25g$ 的加速度表的测量范围为 $15g$ 。

三、分辨力(分辨率)与灵敏阈

能引起输出量发生变化的最小输入增量称为分辨力。例如,线绕电位器,电刷在一匝导线上滑动时,其输出电压不变。能引起输出电压发生变化的最小电刷位移 Δx 就等于电位器的导线直径。电位器所用的导线直径越细,其分辨力越高。一般仪表与传感器在全量程范围内,各处的分辨力 Δx_i 并不相同,用全量程中最大的 Δx_{\max} 除以满量程值 x_{\max} ,所得百分数即作为分辨力的指标

$$\delta = \frac{\Delta x_{\max}}{x_{\max}} \times 100\%$$

在起始位置,能引起输出量发生变化的最小输入量一般称为灵敏阈(或失灵区、死区、钝感区、阈值等)。这是衡量起始位置不灵敏程度的指标。

四、迟滞误差

仪表与传感器的输入量从零增大到某一值(或到最大值)的测试过程称为正行程;输入量从某一值减小到零的测试过程称为反行程。由于弹性敏感元件等有迟滞作用,正行程中,对应于同一个输入量,传感器的输出量往往有些差异。图 1-5 中下面的试验曲线表示正行程测试的结果。反行程有三条曲线,曲线 2 是输入量从零增加到满量程(即 100%)后,又从满量程减到零的测试结果。另一条曲线 3 是输入量从零增加到满量程的 30%后,就返回到零的测试结果。中间一条曲线 4 是输入量从零增加到满量程的 60%后,才返回到零的。很明显,在具有同一输入量的条件下,正、反行程的输出量是不同的,其差值便是迟滞差值。在全量程中最大的迟滞差值与满量程输出值之比作为迟滞误差的指标,即迟滞误差(或简称迟滞)为:

$$H_v = \frac{\Delta H_{\max}}{Y_m} \times 100\%$$

或

$$H_v = \pm \frac{\Delta H_{\max}}{2Y_m} \times 100\%$$

式中 ΔH_{\max} 为全量程中最大的正、反行程迟滞差值, Y_m 为满量程输出值。由图 1-5 可以看出:迟滞差值与输入量的大小有关。在测试传感器的性能指标时,规定输入量应加到满量程值。

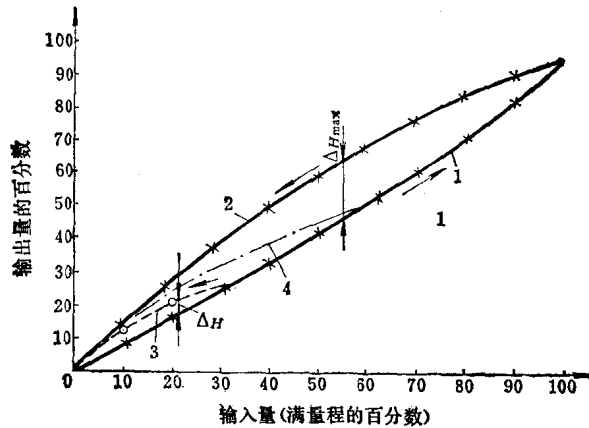


图1-5 迟滞误差

1—正行程实验曲线；2—反行程实验曲线；3—正行程测试到满量程的30%时返回零时的小迟滞环；4—正行程测试到满量程的60%时返回零时的迟滞环；
 ΔH —小迟滞环的迟滞差值； ΔH_{\max} —最大迟滞差值。

在多次重复测试时，分别计算正、反行程的各个输出量的平均值，并用这些平均值去计算迟滞差值，选其中最大的迟滞差值 ΔH_{\max} 来计算迟滞误差指标。

五、重复性

多次重复测试时，即使同是正行程或同是反行程，对应于同一个输入量，其输出量也有些不同。这种差值称为重复差值。图 1-6 表示测试两个循环时所得的结果。有的参考书中用全量程中最大的重复差值 ΔR_{\max} 与满量程输出值之比的百分数

$$R_N = \frac{\Delta R_{\max}}{Y_m} \times 100\%$$

作为重复性指标。

必须指出，这种只取重复差值，不用精密度指标是不合理的。因为按这种做法，测试次数越多，重复差值就可能越大。

重复性是衡量偶然误差(精密度)的一个指标，所以采用均方根差 σ_r 来代替 ΔR_{\max} 较合理。用均方根差 σ_r (或 $2\sigma_r$) 计算重复性指标时

$$R_N = \frac{\sigma_r}{Y_m} \times 100\%$$

或
$$R_N = \frac{2\sigma_r}{Y_m} \times 100\%$$

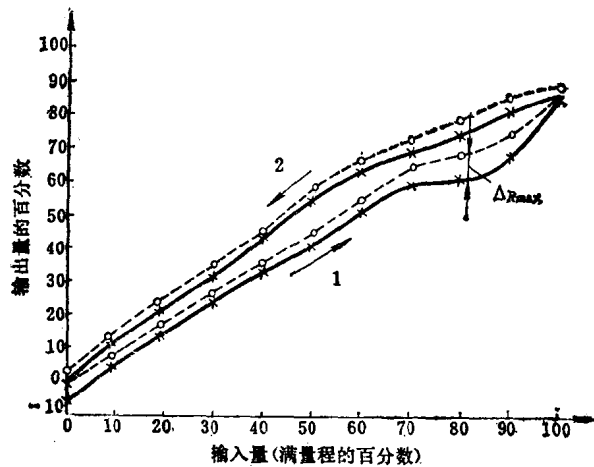


图1-6 重复性

1—正行程实验曲线；2—反行程实验曲线；实线为第一循环实验曲线；虚线为第二循环实验曲线；
 ΔR_{\max} —最大重复差值。