

国家教委
规划教材

职业高级中学课本

数学

第一册

全国职业高级中学数学教材编写组 编著

SHUXUE



人民教育出版社

国家教委规划教材

职业高级中学课本

数 学

第 1 册

全国职业高级中学数学教材编写组 编著

人民教育出版社

(京)新登字 113 号

3470165

国家教委规划教材

职业高级中学课本

ZHIYE GAOJI ZHONGXUE KEBEN

数 学

SHUXUE

第一册

全国职业高级中学数学教材编写组 编著

*

人民教育出版社出版

(100009 北京沙滩后街 55 号)

陕西科学技术出版社重印

新华书店发行

陕西省印刷厂印装

*

开本 880×1230 1/32 印张 12.5 字数 260,000

1996 年 12 月第 1 版 1999 年 5 月第 4 次印刷

印数 960,001—1,310,000

ISBN 7-107-11939-7
G·5049(课) 定价:10.70 元

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究。
如发现印、装质量问题,影响阅读,请与印厂联系调换。
厂址:西安市西北三路 28 号 邮编:710003 电话:(029)7322707

前 言

为了适应我国职业教育的发展，提高职业高中的教学质量，我们委托人民教育出版社在调查职业高中文化课教学情况，听取对现行文化课教材使用意见的基础上，拟订各科教材的编写方案，重新编辑出版了这套职业高中文化课教材。

新编教材力求贯彻职业高中的培养目标，适合职业高中的教学实际，努力提高职业高中学生的文化素养，为进一步学习和工作打下良好的基础。新编教材由教材专业编辑和教学第一线人员合作编写，并得到了有关省市教委和学校的大力支持。

这套教材（包括课本和教学参考书）列入国家教委教材规划，将于1997年陆续供应。希望各地在使用教材过程中提出宝贵意见，以便进一步修改和完善。

国家教委职业技术教育司

1996年10月

说 明

受国家教委职业技术教育司的委托，人民教育出版社组织数学教学研究人员和数学教师组成编写组，在原有职业高中数学教材的基础上，根据国家教委制定的《职业高级中学（三年制）数学教学大纲》（试用），重新编写了这套职业高级中学数学课本，从1997年秋季起供全国职业高级中学各类专业使用。

这套教材编写的指导思想是：加强基础、增加弹性、精简实用、深入浅出、温故知新。

这套教材对传统的初等数学教育内容进行了精选，把在理论上、方法上以及现代生产与生活中得到广泛应用的知识作为各专业必学的基本内容。函数与几何知识，以及研究函数与几何的方法是这套教材的核心。教材首先学习集合与数理逻辑用语，为学生正确使用数学语言打好基础。教材在深入学习二次函数的基础上，学习了几个重要的初等函数：指数函数、对数函数及三角函数；引进了向量知识，为数形结合、学习三角、解析几何和立体几何打下基础，并为学习专业课提供应用方便的数学工具。必学内容中还安排了概率与统计初步知识的学习，以增强学生应用数学的意识和能力。

这套教材有一定的弹性。课程除分必学内容和选学内容外，每章都有核心部分，其他内容及程度要求尽可能分层次展开，并且练习、习题的编写分A、B组，以便教师根据不同的教学要求进行教学。

在编写这套教材时，尽力做到“深入浅出”，对重要的内容和方法，一方面通过通俗易懂的语言和例子向学生解释，另一方面使这些内容在各个不同的知识中反复出现，以求学生正确掌握。

温故知新是学生认知的规律。在各章教材的编写中，尽量把初中知识与高中知识联系起来，通过温习旧知识引出新知识，采取降低学习起点，适当循环的方式编写。

在编写过程中，力求处理好以下几个关系：

1. 基础知识与应用的关系。这套教材在讲授基础知识时，一般用通俗易懂的生活、生产实例引进新的数学概念，不联系专业知识，只是在有的章、节最后专设一节，举例说明本章知识的应用，以启发学生把学到的知识应用到专业中去。这样有利于加强基础知识的学习，使教材有更广泛的使用范围。

2. 具体与抽象、归纳与论证的关系。本教材，一方面向学生传授知识，一方面通过数学学习，教学生如何学习和研究问题，使学生学到研究问题的科学方法。新概念的引入，开始是对具体实例进行探究，通过归纳给出一般规律，然后进行必要的说理和论证。

3. 数学思想方法与解题技能的关系。教材以学习数学思想和数学方法为主。数学的通性、通法是数学发展与应用的主线。教材力求突出数学思想和方法的学习。例如，集合与逻辑知识的运用，设未知数列方程或不等式解问题原理，函数关系的建立与研究，数形结合，配方法，待定系数法等通性、通法都在教材中得到加强。解题训练的重点放在巩固通性、通法上，一些辅助性的技巧尽量少讲或不讲。

这套教材采取代数、几何与分析混合编排体系，共分三册，教学内容是：

第一册：集合与数理逻辑用语；不等式；函数；指数函数与对数函数；平面向量；三角；复数（选学）。

第二册：解析几何；立体几何；数列和数学归纳法；排列组合二项式定理；概率与统计初步。

第三册：行列式与矩阵；微积分初步；布尔代数。

在第一、二册中，除个别标注星号的选学内容外，都是必学内容。教学计划和教学要求分 A、B 两种。达到 A 种教学要求，教学时数约为 200 课时；达到 B 种教学要求，教学时数约为 256 课时。第三册为选修教材，教学时数约为 80 课时。第三册所列内容，根据专业要求可选部分内容进行教学。第三册也可作为四年制职业中专的选修教材。

第一册达到 B 要求，计划教学时数为 128 课时。

本套教材由国家教委职业技术教育司委托人民教育出版社组织“全国职业高中数学编写组”进行编写。

编写组成员：方绮綵、王永琛、李洪举、张安录、张景源、陈学礼、苏汉翔、刘德荣、黄宁生、徐一冰、顾平声、高存明、梁锡焜、戴升华。

参加本书编写工作的有：徐一冰、黄宁生、李洪举、梁锡焜、舒鸿斌、王永琛、顾平声、张安录、方绮綵、康树棠等。鲍珑参加了第七章的编辑和审定工作。

编写组全体成员参加了第一册教材的研究和审读工作。参加第一册研究和审读工作的还有翟世福、裴金章、张庆坤、邹瑞麟、孙风英、关贺玲等。

本书主编：高存明。审定：陈宏伯、吴之季。责任编辑：鲍珑。

由于编者水平限制，本书难免存在不少缺点和错误，诚恳希望教师 and 同学们以及数学教学研究人員批评指正，以便进一步修改与完善这套教材。

全国职业高级中学数学教材编写组

1997 年 3 月

目 录

第一章 集合与数理逻辑用语	1
一 集合及其运算	1
二 数理逻辑用语	19
第二章 不等式	50
一 不等式的性质与证明	50
二 不等式的解法	64
三 不等式的应用	79
第三章 函数	91
一 函数	91
二 一元二次函数	111
*三 多项式函数	120
四 函数的应用	136
第四章 指数函数与对数函数	148
一 指数与指数函数	148
二 对数与对数函数	156
三 指数函数与对数函数的应用	172
第五章 平面向量	183
一 向量的加法与减法运算	183
二 数乘向量	196
三 向量的直角坐标运算	210
四 向量的应用	222
第六章 三角	233

一	角的概念推广及其度量	233
二	任意角的三角函数	242
三	诱导公式与和角公式	256
四	向量的射影与内积	281
五	三角函数	289
* 六	反三角函数与简单的三角方程	311
七	余弦定理、正弦定理及其应用	325
八	三角函数的应用	335
* 第七章	复数	348
一	复数的概念	348
二	复数的运算	355
三	复数运算的几何意义	365
四	复数的应用	380

第一章 集合与数理逻辑用语

本章先学习集合的初步知识,然后再学习常用的数理逻辑用语.集合和逻辑用语是数学中的通用语言.学好这一章就可为今后进一步学好数学打下基础,并将提高同学们运用数学语言理解和处理问题的能力.

一 集合及其运算

1.1 集合

在初中,我们用过“集合”这个词,例如,自然数集合,整数集合等.一般地,把一些能够确定的对象看成一个整体,我们就说,这个整体是由这些对象的全体构成的**集合**.构成集合的每个对象都叫做集合的**元素**,例如:

(1) 某职业高中全体学生构成一个集合,其中每个学生都是这个集合的元素;

(2) 太阳系的所有行星构成一个集合,每个行星都是这个集合的元素;

(3) 自然数的全体构成一个集合,每个自然数都是这个集合的元素;

(4) 所有代数式构成一个集合,其中任一个代数式都是这个集合的一个元素;

(5) 平面上与两定点距离相等的点的全体构成一个集合, 这个集合是连结两点的线段的垂直平分线, 该垂直平分线上的每个点都是这个集合的元素.

一个集合, 通常用英语大写字母 $A, B, C, \dots$ 等表示, 它的元素通常用英语小写字母 $a, b, c, \dots$ 等表示.

如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于 A , 记作

$$a \in A,$$

读作 a 属于 A . 如果 a 不是 A 的元素, 就说 a 不属于 A , 记作

$$a \notin A,$$

读作 a 不属于 A .

关于集合概念, 再作如下说明:

(1) 作为集合的元素, 必须是能够确定的. 这就是说, 不能确定的对象, 就不能构成集合. 例如, 高一(1)班高个子同学的全体, 就不能构成集合. 这是因为没有规定多高才算是高个子, 因而“高个于同学”不能确定.

(2) 对于一个给定的集合, 集合中的元素是互异的. 这就是说, 集合中的任何两个元素都是不同的对象, 相同的对象归入同一个集合时, 只能算作集合的一个元素.

集合有时也简称为集.

我们约定用一些大写英语字母, 表示常用到的一些数集.

非负整数全体构成的集合, 叫做**自然数集**, 记作 $\mathbf{N}$;

在自然数集内排除 0 的集合, 记作 $\mathbf{N}^+$ 或 $\mathbf{N}_+$;

整数全体构成的集合, 叫做**整数集**, 记作 $\mathbf{Z}$;

有理数全体构成的集合, 叫做**有理数集**, 记作 $\mathbf{Q}$;

实数全体构成的集合, 叫做**实数集**, 记作 $\mathbf{R}$.

含有有限个元素的集合叫做**有限集**, 含有无限个元素的集合叫做**无限集**.

练习 · A ·

- 下列语句是否能确定一个集合？
 - 中华人民共和国在某个时刻的注册公民全体；
 - 大于 10 的自然数全体；
 - 某职校高一(2)班性格开朗的男生全体；
 - 质数全体；
 - 与 1 接近的实数全体.
- 自然数集、整数集、有理数集、实数集通常分别用哪个英语大写字母表示？它们是有限集还是无限集？
- 下列关系是否正确？
 - $0 \in \mathbf{N}_+$;
 - $-\frac{3}{2} \in \mathbf{Q}$;
 - $\pi \in \mathbf{Q}$;
 - $\sqrt{2} \in \mathbf{R}$;
 - $-3 \in \mathbf{Z}$;
 - $0 \in \mathbf{Z}$.

练习 · B ·

- 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：
 - -3 _____ $\mathbf{N}$;
 - 3.14 _____ $\mathbf{Q}$;
 - $\frac{1}{3}$ _____ $\mathbf{Z}$;
 - $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{R}$;
 - $-\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{R}$;
 - 0 _____ $\mathbf{Z}$.
- 判断下列语句是否正确：
 - 由 2, 2, 3, 3 构成一个集合, 这个集合共有 4 个元素;
 - 1995 年末世界上的人构成一个无限集合;
 - 某一时刻, 地球的所有卫星构成的集合是无限集合;
 - 所有三角形构成的集合是无限集合;

(5) 周长为 20 cm 的三角形构成的集合是有限集合.

1.2 集合的表示方法

常用的集合表示方法有列举法和性质描述法两种.

1. 列举法

当集合元素不多时,常常把集合的元素一一列举出来,写在大括号内表示这个集合,这种表示集合的方法叫做**列举法**.

例如,由 1、2、3、4、5 这 5 数组成的集合,可表示为

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

又如,中国四大发明构成的集合,可以表示为

$$\{\text{指南针, 造纸, 活字印刷, 火药}\}.$$

有些集合的元素较多,在不发生误解的情况下,也可列出几个元素作为代表,其他元素用省略号表示.例如,

不大于 100 的自然数的全体构成的集合,可表示为

$$\{0, 1, 2, 3, \dots, 100\};$$

自然数集 N 可表示为

$$\{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\};$$

其中 n 是自然数.

由一个元素构成的集合,例如 $\{a\}$,要与它的元素 a 加以区别. a 与 $\{a\}$ 是完全不同的, a 是集合 $\{a\}$ 的一个元素,而 $\{a\}$ 表示一个集合.例如一个国家代表团虽只有一人,但这个人本身和这个人构成的代表团完全不是一回事.

用列举法表示集合时,不必考虑元素的前后顺序.例如,集合 $\{1, 2\}$ 与 $\{2, 1\}$ 表示的是同一个集合.

2. 性质描述法

我们来看正偶数构成的集合

$$\{2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots\},$$

它的每一个元素都具有性质:

“能被 2 整除, 且大于 0”,

而这个集合外的其他元素都不具有这种性质. 我们常用上述性质把正偶数集合表示为

$$\{x | x \text{ 能被 } 2 \text{ 整除, 且大于 } 0\} \text{ 或 } \{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}_+\},$$

大括号内竖线左边的 x 表示该集合的任一个元素, 在竖线右边写出只有集合内的元素 x 才具有的性质.

给定 x 的取值集合 I , 如果属于集合 A 的任一元素 x 都具有性质 $p(x)$, 而不属于集合 A 的元素都不具有性质 $p(x)$, 则性质 $p(x)$ 叫做集合 A 的**特征性质**. 于是, 集合 A 可用它的特征性质 $p(x)$ 描述为

$$\{x \in I | p(x)\},$$

它表示集合 A 是由集合 I 中具有性质 $p(x)$ 的所有元素构成的.

例如, 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - 1 = 0\}$ 的特征性质是

$$x^2 - 1 = 0.$$

在实数范围内, 集合 A 的所有元素都满足方程 $x^2 - 1 = 0$, 满足方程 $x^2 - 1 = 0$ 的所有实数也都在集合 A 内.

集合 A 通常用来表示方程 $x^2 - 1 = 0$ 的**解集**. 如果方程根的个数是有限的, 我们也可用列举法表示方程的解集. 例如, 方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集, 可表示为 $\{-1, 1\}$.

在某种约定下, x 的取值集合可省略不写. 例如在实数集 $\mathbf{R}$ 中取值, “ $\in \mathbf{R}$ ”常常省略不写. 上述集合 A 可写作 $\{x | x^2 - 1 = 0\}$.

有时为了方便, 常常直接用集合中元素的名称来描述集合. 例如, 由所有正偶数构成的集合, 也可以描述为

$$\{\text{正偶数}\},$$

它与集合

$$\{x | x \text{ 能被 } 2 \text{ 整除, 且大于 } 0\}$$

表示同一集合；

又如，平行四边形的全体所构成的集合可以描述为
 $\{\text{平行四边形}\}$ ，

它与集合

$\{x|x \text{ 是两组对边分别平行的四边形}\}$

表示同一集合.

例 1 用列举法表示下列集合：

(1) $\{x|x \text{ 是大于 } 3, \text{ 且小于 } 10 \text{ 的奇数}\}$ ；

(2) $\{x|x^2 - 5x + 6 = 0\}$.

解：(1) $\{5, 7, 9\}$ ； (2) $\{2, 3\}$.

例 2 用性质描述法表示下列集合：

(1) $\{\text{北京市}\}$ ；

(2) 大于 3 的全体实数构成的集合；

(3) 在平面 α 内，线段 AB 的垂直平分线 l 上的全体点构成的集合.

解：(1) $\{x|x \text{ 是中华人民共和国首都}\}$ ；

(2) $\{x|x > 3\}$ ；

(3) $l = \{X \in \text{平面 } \alpha | XA = XB\}$.

注：(1) 一个集合的特征性质不是唯一的. 例如，“中华人民共和国的首都”是 $\{\text{北京市}\}$ 的特征性质，同样，“中国具有明、清两代故宫的城市”也是 $\{\text{北京市}\}$ 的特征性质，因此 $\{\text{北京市}\}$ 也可描述为

$\{x|x \text{ 是中国具有明、清两代故宫的城市}\}$.

(2) 在几何中，通常用大写字母表示点(元素)，用小写字母表示点的集合.

练习 · A ·

1. 用列举法表示下列元素构成的集合：

- (1) 大于 3, 且小于 11 的偶数全体;
- (2) 平方等于 1 的实数全体;
- (3) 比 2 大 3 的实数全体;
- (4) 一年中有 31 天的月份全体;
- (5) 大于 3.5, 且小于 12.8 的整数全体;
- (6) 方程 $x^2 - 4$ 的解集;
- (7) 大于 0, 且小于 5 的整数的全体;
- (8) 你当前所学习的课程全体.

2. 用性质描述法表示下列集合:

- (1) 由南京一个城市构成的集合;
- (2) 你所在班级所有同学构成的集合;
- (3) $\{2, 4, 6, \dots, 2n, \dots\}, n \in \mathbf{N}_+$;
- (4) 方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的解集;
- (5) 大于 3 的全体实数构成的集合;
- (6) 平面 α 内与一定点 O 距离等于 3 cm 的所有点构成的集合;
- (7) 矩形的全体构成的集合;
- (8) 正方形全体构成的集合.

练习 · B ·

1. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 构成英语单词 *mathematics* (数学) 字母的全体构成的集合;
- (2) 方程 $x^2 + 5x + 6 = 0$ 的解集;
- (3) 10 以内的质数构成的集合;
- (4) 在自然数集内, 小于 1 000 的奇数全体构成的集合;
- (5) 方程 $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$ 的解集;
- (6) 绝对值等于 3 的实数的全体构成的集合.

2. 用性质描述法表示下列集合:

- (1) 香港一个城市构成的集合；
- (2) 偶数全体构成的集合；
- (3) 奇数全体构成的集合；
- (4) 被 3 除余 2 的自然数全体构成的集合；
- (5) 梯形全体构成的集合；
- (6) 菱形全体构成的集合。

1.3 集合之间的关系

1. 子集

对于集合

$$A = \{2, 3\}, \quad B = \{2, 3, 5, 7\},$$

$$P = \{a, b, c\}, \quad Q = \{x | (x-a)(x-b)(x-c) = 0\}.$$

容易看出,集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,集合 P 的任何一个元素都是集合 Q 的元素.一般地,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作

$$A \subseteq B \quad \text{或} \quad B \supseteq A,$$

读作 A 包含于 B 或 B 包含 A .

依上述定义,任何一个集合 A 都是它本身的子集,即

$$A \subseteq A.$$

A 不包含于 B 或 B 不含 A 分别记作 $A \not\subseteq B, B \not\supseteq A$.

我们把不含任何元素的集合叫做空集,记作 $\emptyset$.例如,

$$\{x | x+1 = x+2\} = \emptyset, \quad \{x | x^2 < 0\} = \emptyset.$$

我们规定空集是任一集合的子集,也就是说对任何集合 A ,都有 $\emptyset \subseteq A$.如果集合 A 是集合 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作

$$A \subset B \quad \text{或} \quad B \supset A.$$

例如,设