

摄动法及其在 流体力学中的应用

〔美〕 M. 范戴克 著

科学出版社

摄动法及其在 流体力学中的应用

〔美〕M. 范戴克 著

李家春 译

科学出版社

1987

内 容 简 介

本书是一部摄动法理论与应用并重的优秀著作。系统综述摄动法的一般理论,着重阐述奇异摄动法(包括匹配渐近展开法和变形坐标法),并以不同速度范围(从低亚声速到高超声速)的粘性、无粘性流动问题为实例,说明方法的应用。注释部份介绍了方法的新发展和新应用。

本书可供力学、大气动力学、海洋动力学、声学、光学、应用数学等专业的高年级大学生、研究生、教师和有关科研、工程技术人员参考。

M. Van Dyke

PERTURBATION METHODS IN FLUID MECHANICS

Annotated edition

The Parabolic Press, 1975

摄动法及其在流体力学中的应用

[美] M. 范戴克 著

李家春 译

责任编辑 晏名文

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1987年6月第一版 开本: 787×1092 1/32

1987年6月第一次印刷 印张: 9 7/8

印数: 0001—3,000 字数: 217,000

统一书号: 13031·3535

本社书号: 5175·13—1

定价: 2.35 元

译 者 的 话

虽然“摄动”一词渊源于天体力学，但它同流体力学的发展有着密切的关系。奇异摄动理论在流体力学中的早期应用，可以追溯到 Stokes (1847) 关于非线性深水波理论的研究；Prandtl (1904) 的边界层理论不仅对航空工程的发展有着划时代的意义，而且也是以后发展起来的匹配渐近展开法的物理模型和雏型；Lighthill (1949) 和郭永怀(1953)在研究超声速流锥形激波和平板边界层时，分别发展了 Poincaré (1886) 的思想，形成了著名的 PLK 方法(变形坐标法)。本书全面地阐述了上述经典的和现代的流体力学问题，可以使读者对于奇异摄动理论的概貌和物理背景有比较全面深入的了解。

然而，奇异摄动理论的应用不仅仅局限于流体力学领域。毫不夸张地说，目前，这一理论已经成为从事力学、大气动力学、海洋动力学、声学、光学、应用数学等许多专业的理论研究人员必不可少的手段与工具。在近期文献中，这种数学方法应用得相当广泛。但是，这方面的知识恰恰是我国高等教育中所欠缺的。在本书中，除了流体力学的例子外，还综述了奇异摄动的一般理论，例如奇异性的物理判据，匹配原理，合成法则，最优坐标，改进级数收敛性的理论与方法；介绍了作者本人多年运用这一方法的经验与技巧。尤其是注释部分，简要地阐述了奇异摄动理论的新进展和新应用。与同类书籍相比，本书确有其独到之处。即使对于已经初步掌握奇异摄动法的读者来说，阅读本书也会有所收益。无疑，本书中译本的出版将受到我国广大读者的欢迎。

译者衷心感谢皮德宝同志，他仔细阅读了原稿，并提出了宝贵意见。由于水平所限，译稿中错误疏漏之处在所难免，恳请读者提出批评和建议。

李家春

一九八五年元月

注 释 版 序

自 1964 年本书问世以来,有关力学中摄动法的科技文献如雨后春笋般地涌现。那时,大家对解决奇异摄动问题的各种方法还不太熟悉,感到它有些高深莫测。但现在,就所有对研究工作感兴趣的人来说,奇异摄动法已经成为他们解析工具的一部分。这一方法在连续介质力学中的应用,起初主要局限于经典的流体动力学和线性弹性理论,现已渗透到更为广泛的领域中去了。原先的方法得到了改进,新的方法正在不断发展。即使仅就流体力学而言,研究论文总数就有好几千。

与此同时,还出版了一些其它书籍来总结和指导这方面的工作。同本书一样带有应用性质的有 Bellman (1964), Cole (1968), Nayfeh (1973) 的书; 论述更加数学化一些的有 O'Malley (1968, 1974), Eckhaus(1973) 的著作。

尽管本书涉及面有限,又有上述书籍与之媲美,但它显然仍然有实用价值。直到以平价继续印行、出售使原出版者无利可图时,本书销售量一直尚佳。因为作者不愿提高书价,所以决定亲自再版这本书。

作者借再版之机,校正了书中的一些错误,并在书末添加了一节注释,以使本书能适应新的情况。这些注释是针对于页边有如右所示的那种标记的正文的。这种标记指引读者去了解有关后来发展的讨论和参阅进一步的参考文献。当然,即使书末的文献数目增加了一倍,仍然仅是近十年来所发表论文的一小部分。不过,我们仍尽量把那些不仅同原先的正

文有密切关系,而且还提出了重要新概念、新结果的所有文献都包括进去(参看注 1)。

书评家和读者(不限于流体力学专业)最普遍的意见是:对于自学或作为教科书来说,本书有点过于简洁。尽管如此,本书被选用为大学教科书的场合,比作者所预期的要多。为此目的,每章末尾的习题有时要求过高(有若干情形,实际上不能求解)。在注 3 中,我们尽力改善这种状况。如蒙索取,作者将乐于为同行提供自己编写的题解书,并附以近年来使用的补充题。

自 1959 年后,作者一直执教于 Stanford 大学航空航天系。象原版书一样,注释版是根据一个学期(三个月)的研究生课程的讲义编写而成的。这个版本同样也利用了作者本人及其学生的研究成果,这些工作多年来一直得到空军科研部的支持。

M. 范戴克

Stanford, California

1975 年 6 月

原 版 序

本书主要论述流体力学中的奇异摄动问题.特别是,统一地阐述近十五年来发展起来的两种颇为一般的方法.这两种方法是同 Lagerstrom, Kaplum 和 Cole 的名字,同 Lighthill 和 Whitham 的名字联系在一起的.在尚未入门的人看来,本书似乎偏重于摄动理论的反常部分.这样做与其说是因为其方法新颖,还不如说是由于奇异摄动问题在流体力学中已屡见不鲜,并且在现代研究中日益频繁出现的缘故.然而,在现有的著作中,还没有一本兼论正则摄动和奇异摄动内容的书,所以,本书仍从对两者都适用的一般方法讲起.

本书主要通过例子进行阐述.除了少数几个数学模型外,这些例子全都取自流体力学.诚然,所讨论的方法正在应用力学的其它分支迅速得到应用,作者也希望,本书对这些领域的研究人员有所裨益.不过,上述两种一般方法都是为了解决流体流动问题而提出来的,并主要在这个领域中得到了发展和应用.事实上,书中大部分例子只限于在本世纪中期被描述为经典空气动力学的那些课题.然而,奇异摄动问题显然在诸如非平衡流和辐射流、磁流体动力学、等离子体动力学和稀薄气体动力学这样一些新学科中比比皆是.可以肯定,在上述那些新学科中,以及在海洋学、气象学和研究大范围流体运动的其它领域中,所述方法将会得到卓有成效的应用.

从 1959 年起,作者在 Stanford 大学航空航天系开设了一门研究生课程,本书就是根据当时的一系列讲稿编写而成的,所以,书中自然大量吸取了作者本人及其学生的研究成

果(其中很多工作曾得到空军科研部的支持)。

本书的核心部分是第四章中关于绕对称薄翼不可压缩位势流动的研究。虽然这个问题概念简单,仅涉及二维 Laplace 方程,却体现了正则摄动和奇异摄动问题的大部分特性。特别是,它可以引进处理奇异摄动问题的两种标准方法。因此,在以后各章中要一再提到这个基本问题。

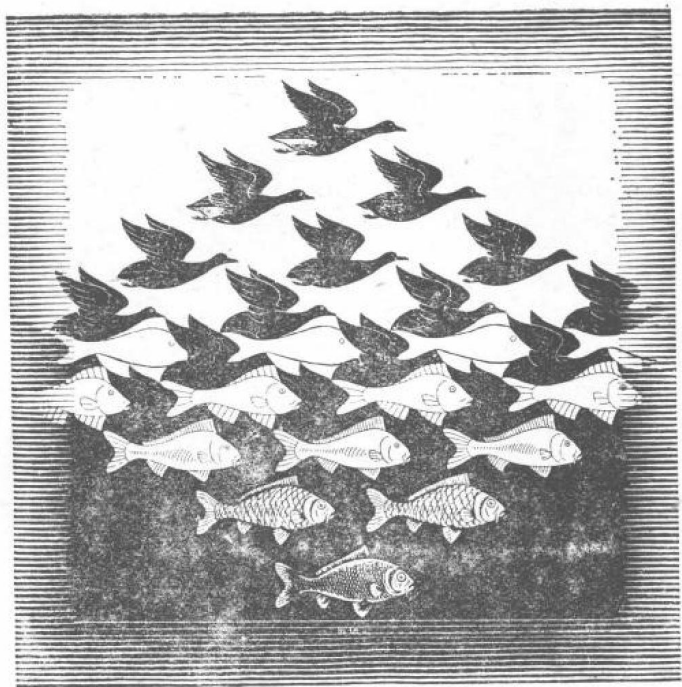
作者建议读者切勿忽视习题。这些习题简要地概括和引申了正文的内容,补充了很多细节,援引了进一步的参考文献。

作者首先要感谢 P. A. Lagerstrom。他不仅是本书所述解决奇异摄动问题两种主要方法中的一种的共同创始人之一,也是作者的师长、同事和朋友。书中提出的很多思想也是作者同 R. T. Jones, M. A. Heaslet 和他俩在 Ames 实验室的同事们多年合作的结晶。作者很多别的同事,尤其是 O. Burggraf, I-Dec Chang, G. Emanuel, S. Kaplun, S. Nadir, B. Perry 和 A. F. Pillow 曾对本书提出过有益的批评和建议,谨此致谢。

M. 范戴克

Stanford, California

1964年5月



天空与水(M.C. Escher, 1938)

这幅版画使人们对一种流动与另一种流动“平滑而难以觉察的融合”产生生动的印象。这种融合正是第五章所讨论的匹配渐进展开法的核心。

目 录

译者的话

注释版序

原版序

第一章 摄动理论的性质	1
1.1 流体力学中的近似	1
1.2 有理近似和无理近似	2
1.3 摄动展开的实例	5
1.4 正则摄动和奇异摄动问题	8
第二章 正则摄动问题	10
2.1 引言;绕圆柱的基本流动	10
2.2 弱剪切流的圆柱绕流	12
2.3 微小变形圆柱的绕流	15
2.4 稍可压缩流体绕圆柱的流动	16
2.5 小粘性的影响	18
2.6 边界层的坐标展开	19
习题.....	21
第三章 摄动理论的方法	23
3.1 引言;极限过程.....	23
3.2 标准函数;量阶符号.....	26
3.3 渐近表示;渐近级数.....	29
3.4 渐近序列	31
3.5 渐近级数的收敛性和精确度	34
3.6 渐近展开的性质	37

3.7	逐次近似法	38
3.8	边界条件的转移	41
3.9	正坐标展开	42
3.10	逆坐标展开	45
3.11	方程类型和特征的改变	47
	习题	48
第四章	薄翼理论中的奇异摄动问题	50
4.1	引言	50
4.2	形式的薄翼展开	51
4.3	薄翼问题的解	54
4.4	椭圆翼型的非一致性	55
4.5	非唯一性;本征解	58
4.6	Joukowski 翼型;前缘阻力	60
4.7	双凸翼型;矩形翼型	63
4.8	圆头翼型的修正因子	66
4.9	圆头附近的局部解	69
4.10	同圆头附近解的匹配	72
4.11	同尖头附近解的匹配	76
4.12	圆头翼型的平移修正法	80
	习题	82
第五章	匹配渐近展开法	86
5.1	历史介绍	86
5.2	直接展开的非一致性	87
5.3	一致性的物理判据	89
5.4	合成展开和内展开的作用	92
5.5	选择内变量	95
5.6	匹配的作用	98
5.7	匹配原理	100

5.8	中间匹配	101
5.9	匹配的顺序	104
5.10	合成展开的构成	105
	习题	108
第六章	变形坐标法	110
6.1	历史介绍	110
6.2	一个典型的常微分方程	112
6.3	同匹配展开法比较	115
6.4	超声速薄翼理论的非一致性	117
6.5	用变形坐标法求一阶近似	121
6.6	转角和激波处的修正	125
6.7	用匹配展开法求一阶近似	129
6.8	变形坐标法的适用性	131
	习题	132
第七章	大 Reynolds 数粘性流动	134
7.1	引言	134
7.2	平板解的各种解释	136
7.3	平板解的外展开;基本无粘流动	137
7.4	内展开;边界层方程;匹配	139
7.5	平板边界层的解;	143
7.6	Blasius 解的唯一性	145
7.7	由位移厚度引起的流动	147
7.8	半无限平板的二阶边界层	149
7.9	有限平板的二阶边界层	151
7.10	当地摩阻和总摩阻	152
7.11	半无限平板的三阶近似	154
7.12	变换边界层坐标的作用	156

7.13	平板的其它坐标系	158
7.14	最优坐标的确定	160
7.15	最优坐标概念的拓广	161
	习题	162
第八章	小 Reynolds 数粘性流动	164
8.1	引言	164
8.2	圆球和圆柱的 Stokes 解	166
8.3	Stokes 佯谬和 Whitehead 佯谬	168
8.4	Oseen 近似	169
8.5	圆球远场的二阶近似	172
8.6	圆球附近的二阶近似	175
8.7	圆柱的高阶近似	178
	习题	182
第九章	无粘性奇异摄动问题	184
9.1	引言	184
9.2	大展弦比升力机翼	184
9.3	升力线理论的匹配渐近展开法	188
9.4	三阶近似概述	190
9.5	应用于椭圆机翼	192
9.6	绕细长圆锥的低超声速流动	194
9.7	二阶近似和激波位置	196
9.8	锥面上压力的三阶近似	198
9.9	薄钝楔的高超声速绕流	200
9.10	钝楔的小扰动解	203
9.11	熵层的中展开	204
9.12	熵层的内展开	206
9.13	钝楔解的合成展开	209

习题	211
第十章 摄动理论的其它方面	213
10.1 引言	213
10.2 合成方程法	213
10.3 合成展开法	215
10.4 多重尺度法	217
10.5 对数项的盛行	219
10.6 级数的改进; 自然坐标	221
10.7 有理分式	223
10.8 Euler 变换	227
10.9 坐标展开式的连接	230
10.10 不同参数展开式的连接	232
习题	234
注释	236
注 1. 引言	236
注 2. 正则摄动级数的计算机延伸	236
注 3. 关于习题的一些说明	238
注 4. 渐近匹配原理	241
注 5. 匹配的理论	247
注 6. 合成展开的其它法则	249
注 7. 变形坐标法的适用性	250
注 8. 大 Reynolds 数下的平板, 三重结构	252
注 9. 最优坐标概念的拓广	255
注 10. 小 Reynolds 数下绕圆球和圆柱的流动	257
注 11. 超越小项	260
注 12. 绕抛物面的粘性流动	261
注 13. 大展弦比升力机翼	262

注 14. 多重尺度法.....	265
注 15. 级数的分析和改进.....	266
注 16. 解决佯谬.....	271
主题索引	273
参考文献与作者索引	281

第一章 摄动理论的性质

1.1 流体力学中的近似

流体力学这门学科，对于求解非线性偏微分方程起了先驱作用。同许多别的数学物理分支的基本方程不同，支配流体运动的方程基本上是非线性的（更确切地说，是拟线性的）。不管是否计及粘性和可压缩性，都是如此。唯一的重要例外是不可压缩无粘性流体的无旋运动。此运动导致 Laplace 方程，对这个问题已经研究得很充分了。如果不存在自由边界，其非线性性质仅以代数形式出现在 Bernoulli 方程中。

由于存在这种基本的非线性性质，在流体力学的各个分支中，精确解都是十分罕见的。它们通常是相似解。这时，利用高度的对称性，偏微分方程简化成常微分方程。即使对常微分方程必须用数值方法积分的情况，也很需要降格以求把这种解称为“精确解”。Lighthill (1948) 比较完整地罗列了可压缩无粘流的这类解：

- (a) 绕凹角的定常超声速流动；
- (b) 绕凸角的定常超声速流动；
- (c) 绕不偏航圆锥的定常超声速流动；
- (d) 无限平板对着静止空气的脉冲运动；
- (e) 无限平板离开静止空气的脉冲运动；
- (f) 静止空气中圆柱的均匀膨胀；
- (g) 静止空气中圆球的均匀膨胀。

还可以根据 Schlichting 的书 (1960) 列出部分不可压缩粘性流动的这类解：