工艺过程自动控制

卢 泽 生 主编

国 防 工 业 出 版 社

内容简介

本书阐述了工艺过程自动控制方面的基本理论和基本知识。全书分两篇，第一篇程序控制，论述了一般程序控制系统的设计和数控系统的控制原理及加工程序的编制，并重点叙述了计算机辅助编制数控程序；第二篇机械系统的研究与动态分析，介绍了应用控制理论来研究、分析和解决机械制造中的工艺问题。

本书可供机械制造工艺与设备专业的工程技术人员及大专院校师生阅读。

工艺过程自动控制

卢泽生 主编

*

国防工业出版社出版、发行

（北京市车公庄西路老虎庙七号）

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张$16^1/_2$ 381千字

1989年8月第一版 1989年8月第一次印刷 印数：0,001— 3,080册

ISBN 7-118-00195-3/TH12 定价：8.45元

前　言

随着电子技术和自动控制技术的不断发展，自动化技术已日益渗透到社会生产的各个领域中。机械制造工艺领域也不例外。在机械加工中保证质量、提高效率、降低成本、保证安全生产、改善劳动条件等方面，实现机械制造业的自动化，无疑是机械工业现代化的重要任务之一。本书较全面阐述了工艺过程自动控制方面的基本理论和基本知识，对提高设计自动控制系统和用自动控制理论分析、解决工艺问题的能力将有一定裨益。

本书分两篇共五章，张舒勃同志编写第一章；罗克然同志编写第二章；卢泽生同志编写第三、四、五章。全书由卢泽生同志主编，陶崇德同志主审。

由于水平所限，书中可能存在不少错误与不妥之处，切望读者批评指正。

编　者

目　录

绪　论

实现工艺过程自动化，有赖于对各种自动化机构进行自动控制。自动控制系统是自动化装置的“指挥系统”。所谓“自动控制”是指在没有人直接参与的情况下，利用控制系统，使被控制的对象或生产过程，自动地按照预定的规律去进行工作。例如：导弹能准确地击中目标，人造卫星能按照预定的轨道飞行并准确地返回地面，机器能按着规定的程序自动的动作，数控机床能按着给定的指令自动地完成零件的加工等等，这一切都是自动控制的应用。

自动控制所使用的控制手段是多种多样的，可以是机械的，也可以是电气的、液压的、气动的、射流的或电气液压组合的等等。我们可以根据控制对象和所要达到的技术指标以及现有的条件进行选用。

自动控制的种类很多，应用的也很广，它们的结构性能和完成的任务也各不一样。目前控制系统有以下几种分类方法：

一、按系统主要组成元件的物理性质分

① 电气控制系统：主要由电气元件所组成的控制系统。

② 机械控制系统：主要由机械元件如凸轮靠模等组成的控制系统。

③ 流体控制系统：包括液压控制和气动控制系统。

④ 电气-流体控制系统。

二、按系统被控制量（即输出量）的特点分

① 断续控制：系统内部信号的传递和被控制对象的运动是断续的，也就是说是有级的。

② 连续控制：系统内部信号的传递和被控制对象的运动是不间断的，也就是说是无级的。

三、按系统输出和输入的关系（即有无反馈）分

① 开环控制系统：若系统的输出端和输入端之间不存在反馈回路，输出量对系统的控制作用没有影响，这样的系统称为开环控制系统。

② 闭环控制系统：如果系统的输出端与输入端间存在反馈回路，即输出量对控制作用有直接影响的系统叫闭环控制系统。

四、按给定量的变化规律分

① 恒值控制系统：当给定值（即输入量）是一个恒值时，称为恒值控制系统。

② 程序控制系统：当系统的控制作用是按预先给定的规律（即程序）变化时，称为程序控制系统。

③ 随动系统：这种系统的控制作用是时间的未知函数，即给定量的变化规律是事先不能确定的，而输出量能够准确迅速地复现给定量（即输入量）的变化，这样的系统称为随动系统。

本书的主要任务是应用自动控制的理论以及近代的程序控制技术来研究分析和解决机械制造领域中的某些技术问题。从而使该书成为一本理论性和实践性较强，涉及面较广的应用技术图书。

第一篇 程序控制

一切生产过程都是由预先拟定好的步骤和动作进行的。在非自动化生产中，这一系列动作都是由操作者掌握，其中各个动作之间的联系，甚至部分动作的顺序都不是很严密的。在自动化生产中，各个动作之间的联系是通过专门的装置控制的，这些动作之间的严密联系就构成了自动工作循环。完成一个零件加工的一系列动作我们称为自动工作循环，自动工作循环中各个部分动作称为程序，自动循环中各个动作的先后次序的控制叫作程序控制。最常见的机床工作程序是通过挡铁、行程开关、行程阀、压力继电器、时间继电器、速度继电器和凸轮等来实现的。由这些简单的元件组成的控制系统已习惯地称作“程序控制”，实际上数字控制也是对程序的控制，它也是程序控制的一种，只不过它是把数字作为控制信号罢了。因此，本书把简单的程序控制和数控编为同一篇。

从工艺观点来看，程序控制系统（包括数控）可以分成四种：

① 调整坐标的控制系统；

② 保证工作部件沿直线轨迹移动的系统；

③ 连续随动系统；

④ 第①、②种混合的系统。

上述控制系统中最简单的是第①种系统，这种系统用在钻床、坐标镗床、卧式镗床及冲床中。在这种系统中，只是执行部件在运动终点处的位置才是重要的。在一般情况下，除非要考虑保证执行部件的运动时间尽可能短和移动路程中可能出现的障碍外，执行部件沿什么轨迹运动是不重要的。

保证工作部件沿直线轨迹移动的系统（第②种）常用在加工轴的车床中，这种系统在很多方面与第①种类似，但稍复杂一些，因为执行部件必须按所需要的精度保持直线运动，而终点的位置也同样重要。

第③种控制系统应该保证工作部件在其全部运动行程中沿规定的轨迹运动。一般说来，这时应在程序中考虑到运动轨迹的连续变化，而执行部件应能保证这个连续变化的轨迹。这种系统用在铣床、曲线磨床以及其他机床中。然而在这些机床中，必须保证工作部件连续的运动轨迹。

第一章　程序控制系统的设计

程序控制从对执行部件的运动轨迹的控制来看，属于断续控制。对于机械设备执行机构每一个动作的启动和停止程序就是一种最简单的断续控制。根据不同情况，控制系统中的元器件可以选用电子的、电磁的或流体的。

过去，机械专业的技术人员在设计自动化设备时，常常只限于机械部分的设计，而控制系统常转给电器专业人员去研究。把本来紧密联系的两个部分，断然地划分开来，由不同专业的人员分别设计，这样往往不易得到最佳方案。

事实上，在今天的条件下，流体技术，特别是气动技术已经相当成熟地进入了控制技术领域。与电子、电磁技术相比较，流体技术反应速度虽较低，但对于绝大多数的情况来说（尤其是前述第①、②、④三种系统），其反应速度已能满足需要。从目前国内外已经涌现的大量的采用流体控制系统的各类自动化机械装备来看，流体系统在某些情况下比电子、电磁系统还优越。它的最大特点就是耐用，可靠，不受干扰，成本低。

在具体的生产条件下，究竟选用电子、电磁系统还是选用流体系统，需要进行技术性能、经济性的具体分析比较，而后才能决定。不少情况下，这两类系统可以综合应用，互补长短。不能武断决定，一律用电子、电磁系统，或一律用流体系统。在易燃、易爆、高温、强电磁场、潮湿、多尘和腐蚀性物质弥漫的场合，采用流体控制比较合适。

在电子控制系统中，人们早已用逻辑代数的原理进行逻辑系统的设计。近年来的实践证明，流体的放大器、计数器、程序控制器等的创制以及集成线路的应用等，都曾得到电子、电磁技术的启示。因此，各种控制系统逻辑语言和研究方法的统一，对正确的选用和设计机器的控制系统以及促进技术的发展有着重要意义。

本章重点介绍逻辑系统设计以及流体逻辑元、器件。电子、电磁逻辑元、器件因有专著介绍本书从略。

第一节　逻辑代数简述

任何一部自动机器，其动作都有先后顺序，每一动作的先后，都是有条件的，而且对其他动作还常常有约束条件。例如：一台自动机床，它的动作顺序是：上料→定位→夹紧→刀架快进→刀架工进→刀架快退→工件松开→卸料。这个动作程序，要求前一动作不完成，后一动作不能开始；要求刀架在工进时工件不能松开；要求刀架前进和后退不能出现同时动作的误动作等。为了达到这个目的，必须在控制系统中规定出不同的输入信号，使输出控制不同动作的控制信号，以满足预定的程序要求。预先规定的输出和输入的关系就是逻辑关系，称这种系统的功能为逻辑功能。

简单的逻辑功能，其逻辑系统可以不费力地、直观地设计出来。复杂的逻辑功能，用直观试探的方法进行设计就难了。这时如采用逻辑代数的理论推演方法，就有可能较容易地找出最佳的设计方案。

逻辑代数就是研究逻辑系统输入与输出的关系的一种数学工具。

一、逻辑变量

电路中的开关，如电灯的拉线开关、闸刀开关；又如由二极管、三极管组成的快速、无触点开关；液压、气动的开关阀等，它们都有一个共同点，即都具有接通和断开两种状态。这两种状态可以是通电（有信号）或断电（无信号），也可以是输入或输出信号的电位高或低，脉冲的正或负等。我们将这两种状态分别用“1”和“0”来表示。这样便从具体的内容中得出两个抽象的元素“1”和“0”，利用这两个元素进行数学运算。

一般地说，逻辑代数中的“0”和“1”是表示具体问题的两种可能性。例如在开关电路中，“0”表示断的状态；“1”表示通的状态。在研究一个命题的真假时，可以用“0”表示“假”，或表示不存在；用“1”表示“真”或表示存在。但在电子计算机中进行的二进制运算与逻辑代数的运算不同，二者不能混淆。

虽然逻辑代数和普通代数一样也是用字母来表示变量，但是逻辑代数中变量的取值只能是“0”或“1”，这种变量称为逻辑变量。

最简单的逻辑系统就是包含一个简单的元件，只有一个输入和一个输出的逻辑系统。

图 1-1 所示就是一种最简单的逻辑系统。按下时，输出端有高压（电或气），不按时输出端无高压。按前述的逻辑语言来说，就是输入 a 为“1”时，输出 u 为“1”；输入 a 为“0”时，输出 u 为“0”。

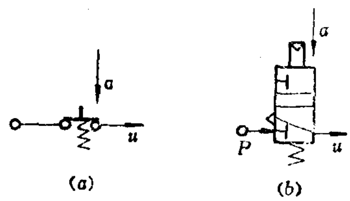


图 1-1

表 1-1

a	u
0	0
1	1

表 1-1 就表示了上述的输出与输入的关系。用数学的术语来说，输入 a 是自变量，输出 u 是因变量，输出与输入构成一定的函数关系，$u = f(a)$。从表可见，

$$u = a$$

这一逻辑元件在逻辑系统的设计中的专用术语叫“是”门。

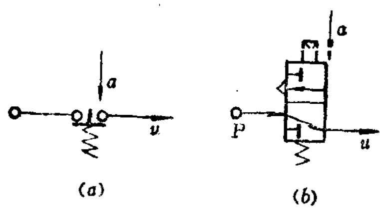


图 1-2

表 1-2

a	u
0	1
1	0

图 1-2 所示是另一种最简单的逻辑系统。其输入与输出关系可从表 1-2 看到，即

$$u = \bar{a}$$

$\bar{a}$称作非 a。因为变量只有两个值：0 或 1，非 0 即 1，非 1 即 0。即当 $a = 0$ 时，$\bar{a} = 1$，当 $a = 1$ 时，$\bar{a} = 0$。这种元件称作“非”门，它的代表符号见图 1-3。

图 1-4 所示是稍复杂一些的逻辑元件，有两个输出：u_1和u_2，它与输入的函数关系是

$$u_1 = a, \quad u_2 = \bar{a}$$

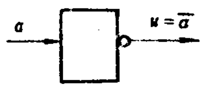


图 1-3

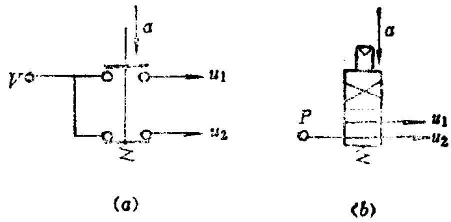


图 1-4

表 1-3

a	u_1	u_2
0	0	1
1	1	0

常用的包含有很多常开和常闭触点的继电器就是一种其输入为一个变量，而输出为由很多“是”门和“非”门组合起来的复合逻辑元件；图 1-4 中的两位四通阀也属于这一类复合元件。

二、逻辑运算

逻辑代数的基本运算有三种：“与”、“或”、“非”，其含义与普通代数运算的含义不同，其运算的基本性质与普通代数也有不同之处。下面分别介绍基本逻辑运算的含义及其运算的基本性质和方法。

1．“与”运算（逻辑乘法）

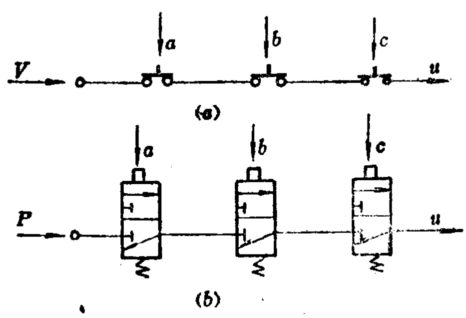


图 1-5

表 1-4

a	b	c	u
0	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	0	0
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1

图 1-5 是由三个电器开关或三个气动阀串联起来而组成的一种逻辑关系。有三个自变量 a 、 b 和 c ，这些变量都只有两个值（0 或 1），因此很易直接观察出这三个变量在各种不同的情况下的输出值。三个变量不同值的各种可能的组合情况一共有八种，如表 1-4所示，这表称为真值表。

从表可以看到 u 与 a 、 b 和 c 的关系非常象普通代数中的乘法关系，即

$$u=abc$$

只有 a 与 b 与 c 都为“1”时，u 才等于 1 。 a 、 b 、 c 中任一变量如果等于零，u 就等于 0 。所以，串联线路的输入与输出的函数关系在逻辑代数中定义为逻辑乘的关系。

由于这种关系有“与”的意思，即只有当 a 与 b 与 c 都为“1”时， u 为“1”。所以称这个线路为“与”门。图 1-6 为“与”门符号，它表示

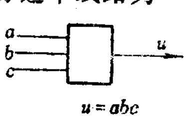


图 1-6

$$u=abc$$

“与”运算有如下性质：

$$ab=ba \qquad \text{(交换律)} \tag{1-1}$$

$$a(bc)=(ab)c \qquad \text{(结合律)} \tag{1-2}$$

$$a \cdot 0 = 0 \tag{1-3}$$

$$a \cdot 1 = a \tag{1-4}$$

$$aa = a \quad \text{(重复律)} \tag{1-5}$$

式(1-5)可以这样来证明：

当 $a = 0$ 时，$aa = 0 \cdot 0 = 0 = a$；

当 $a = 1$ 时，$aa = 1 \cdot 1 = 1 = a$。

$\therefore \quad aa = a$

同理可证　式(1-1)～(1-4)。

式（1-1)～(1-4）所示的性质在形式上同普通代数的乘法运算性质一样，因此"与"运算又叫逻辑乘法。而式（1-5）的性质是普通代数所没有的。

2．"或"运算（逻辑加法）

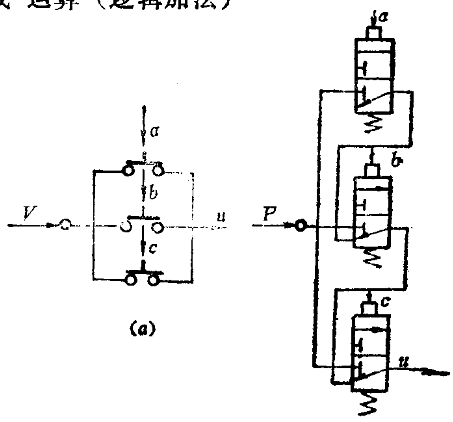


图　1-7

表　1-5

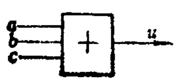
a	b	c	u
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	1
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

图1-7所示的由并联线路构成的逻辑系统也有三个变量 a、b 和 c。其输出与输入的关系也可从真值表1-5中直接观察到。

从表 1-5 可见，无论 $a = 1$ 或 $b = 1$ 或 $c = 1$，输出端 u 都等于"1"。任何一个或两个或三个输入端都有信号，输出端也都有信号，即"1"的状态。这非常象普通代数中的加法关系：

$$u = a + b + c$$

这种由并联线路构成的逻辑系统的输出输入的函数关系称为逻辑加法。由于其逻辑关系中有"或"的意思，所以这种并联线路所构成的逻辑系统称为"或"门。图1-8为"或"门符号，它表示 $u = a + b + c$。



$u=a+b+c$

图　1-8

"或"运算有如下性质：

$$a + b = b + a \quad \text{(交换律)} \tag{1-6}$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{(结合律)} \tag{1-7}$$

$$a + 0 = a \tag{1-8}$$

$$a + 1 = 1 \tag{1-9}$$

$$a + a = a \quad \text{(重复律)} \tag{1-10}$$

这些性质的正确性可以直接根据"或"运算的真值表来验证(见表1-5)。

式(1-6)～(1-8)所表示的性质在形式上同普通代数的加法运算性质一样，因此"或"

运算又称逻辑加法。式（1-9）和式（1-10）的性质是普通代数所没有的。

3．“非”运算（逻辑否）

“非”运算的性质如下：

$$a+\bar{a}=1 \tag{1-11}$$

$$a\bar{a}=0 \tag{1-12}$$

$$\bar{\bar{a}}=a \tag{1-13}$$

在逻辑代数中，称$\bar{a}$为a的补数，a为$\bar{a}$的补数。

4．复合运算

$$a(b+c)=ab+ac \qquad (\text{分配律}) \tag{1-14}$$

$$a+bc=(a+b)(a+c) \qquad (\text{分配律}) \tag{1-15}$$

证明公式（1-15）

$$(a+b)(a+c)=(a+b)a+(a+b)c=aa+ab+ac+bc$$
$$=a+ab+ac+bc=a(1+b+c)+bc$$
$$=a\cdot 1+bc=a+bc$$

此性质在普通代数中不成立。

$$ab+a\bar{b}=a \qquad (\text{对合律}) \tag{1-16}$$

$$(a+b)(a+\bar{b})=a \qquad (\text{对合律}) \tag{1-17}$$

证明公式(1-16)：

$$ab+a\bar{b}=a(b+\bar{b})=a\cdot 1=a$$

证明公式(1-17)：

$$(a+b)(a+\bar{b})=a+b\bar{b}=a+0=a \qquad (\text{用公式1-15})$$

5．定理

定理一： $a+ab=a$ （吸收律） (1-18)

证明： $a+ab=a(1+b)=a\cdot 1=a$

这个定理说明，在与/或表示式中，以某一项为因子的乘积项是多余的。

举例 $ab+cd+abef=ab+cd$

定理二： $a+\bar{a}b=a+b$ （吸收律） (1-19)

证明： $a+\bar{a}b=a+ab+\bar{a}b=a+b(a+\bar{a})=a+b$ （用定理一）

该定理说明，在与/或表示式中，凡以某一项的补数为其因子的乘积项，则这个因子是多余的。

举例 $ab+\overline{ab}cd=ab+cd$

定理三： $ab+\bar{a}c+bc=ab+\bar{a}c$ (1-20)

证明： 左式$=ab+\bar{a}c+bc(a+\bar{a})=ab+\bar{a}c+abc+\bar{a}bc=ab+\bar{a}c$

该定理说明，在与/或表示式中，若在二个乘积项中出现互补因子，而另一个乘积项是由这两项因子以外的剩余项所组成，则这个乘积项是多余的。

举例 $ad+bc\bar{d}+abc=ad+bc\bar{d}$

定理四： $a(a+b)=a$ （吸收律） (1-21)

定理五： $a(\bar{a}+b)=ab$ (1-22)

定理六： $(a+b)(\bar{a}+c)(b+c)=(a+b)(\bar{a}+c)$ (1-23)

把定理四、五、六与定理一、二、三比较一下，我们会发现，如果与/或式或者是或/式中与各项把“乘”与“加”交换一下，就可得到同一结果。这种“乘”与“加”互换的办法也是逻辑代数中常用的对逻辑函数进行运算的方法之一。

摩根定理：

$$\left.\begin{aligned}\overline{a+b}&=\bar{a}\bar{b}\\ \overline{ab}&=\bar{a}+\bar{b}\end{aligned}\right\}\text{（反演律）}\qquad(1\text{-}24)$$

该定理可用真值表来证明，此处略，以后用卡诺图法证明。

上述基本公式及定理列于表1-6。

表 1-6

序号	名　　称	公　　式	编　　号
1 a	关于变量和常量关系的定律	$a+\bar{a}=1$	(1—11)
1 b		$a\bar{a}=0$	(1—12)
a		$a+1=1$	(1—9)
2 b		$a\cdot 0=0$	(1—3)
3 a		$a+0=a$	(1—8)
3 b		$a\cdot 1=a$	(1—4)
4 a	重复律	$a+a=a$	(1—10)
4 b		$aa=a$	(1—5)
5 a	结合律	$a+(b+c)=(a+b)+c$	(1—7)
5 b		$a(bc)=(ab)c$	(1—2)
6 a	交换律	$a+b=b+a$	(1—6)
6 b		$ab=ba$	(1—1)
7 a	分配律	$a(b+c)=ab+ac$	(1—14)
7 b		$a+bc=(a+b)(a+c)$	(1—15)
8 a	吸收律	$a+ab=a$	(1—18)
8 b		$a(a+b)=a$	(1—21)
8 c		$a+\bar{a}b=a+b$	(1—19)
9	双重否定律	$\bar{\bar{a}}=b$	(1—13)
10 a	反演律（摩根公式）	$\overline{a+b}=\bar{a}\bar{b}$	(1—23)
10 b		$\overline{ab}=\bar{a}+\bar{b}$	(1—24)
11 a	对合律	$ab+a\bar{b}=a$	(1—16)
11 b		$(a+b)(a+\bar{b})=a$	(1—17)
12 a		$a(\bar{a}+b)=ab$	(1—22)
12 b		$(a+b)(\bar{a}+c)(b+c)=(a+b)(\bar{a}+c)$	(1—23)

三、逻辑代数式的化简

将一个逻辑代数式变成另一个形式更简单的，与之等效的逻辑代数式，称为化简。

1．代数化简法

代数化简法就是利用表 1-6 中的公式和定理进行化简的一种方法。这种方法技巧性很强，无现成的规律可循，只有对基本定律经过反复练习，灵活运用才能掌握。

例 1　化简　$u=abc+\bar{a}b+ab\bar{c}$

$$u=abc+\bar{a}b+ab\bar{c}=ab(c+\bar{c})+\bar{a}b=ab+\bar{a}b=b(a+\bar{a})=b$$

例 2　化简　$u=ab+\bar{a}\bar{b}+a\bar{b}$

$$u=ab+\bar{a}\bar{b}+a\bar{b}=ab+\bar{a}\bar{b}+a\bar{b}+a\bar{b}=a(b+\bar{b})+\bar{b}(\bar{a}+a)=a+\bar{b}$$

例 3　化简　$u=a\bar{b}+\bar{b}\bar{c}+ac$

$$u=a\bar{b}+\bar{b}\bar{c}+ac=a\bar{b}(c+\bar{c})+\bar{b}\bar{c}+ac=a\bar{b}c+a\bar{b}\bar{c}+\bar{b}\bar{c}+ac$$
$$=\bar{b}\bar{c}(a+1)+ac(\bar{b}+1)=\bar{b}\bar{c}+ac$$

例 4　化简　$u=\bar{a}\bar{c}+\bar{a}\bar{c}d+\bar{a}\bar{b}+bc$

$$u=\bar{a}\bar{c}+\bar{a}\bar{c}d+\bar{a}\bar{b}+bc=\bar{a}\bar{c}+\bar{a}\bar{b}+bc=\bar{a}(\bar{c}+\bar{b})+bc$$
$$=\bar{a}\overline{bc}+bc=\bar{a}+bc$$

例 5　**化简**　$u=a\bar{b}+b\bar{c}+a\bar{b}\bar{c}+ab\bar{c}d$

$$u=a\bar{b}+b\bar{c}+a\bar{b}\bar{c}+ab\bar{c}d$$
$$=a\bar{b}+b\bar{c}+a\bar{c}+a\bar{b}\bar{c}+ab\bar{c}d \qquad \text{(用定理三)}$$
$$=a\bar{b}+b\bar{c}+a\bar{c}+ab\bar{c}d \qquad \text{(用定理一)}$$
$$=a\bar{b}+b\bar{c}+a\bar{c} \qquad \text{(用定理一)}$$
$$=a\bar{b}+b\bar{c} \qquad \text{(用定理三)}$$

例 6　**化简**　$u=a(a+b)(\bar{a}+c)(b+d)(\bar{b}+f)(d+f)$

$$u=a(a+b)(\bar{a}+c)(b+d)(\bar{b}+f)(d+f)$$
$$=a(\bar{a}+c)(b+d)(\bar{b}+f)(d+f) \qquad \text{(用定理四)}$$
$$=ac(b+d)(\bar{b}+f)(d+f) \qquad \text{(用定理五)}$$
$$=ac(b+d)(\bar{b}+f) \qquad \text{(用定理六)}$$

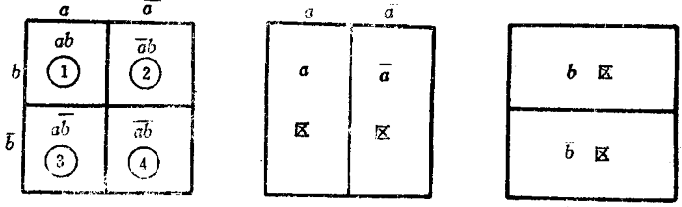
2. 几何化简法

这种方法又名为真值图法或称卡诺图法。这是一种简单、实用并且很易得到最简结果的化简方法。

（1）两个变量的卡诺图　两个变量 a 和 b，其中 a 有 a 和 $\bar{a}$ 两种状态，b 有 b 和 $\bar{b}$ 两种状态。他们的组合有 ab，$a\bar{b}$，$\bar{a}b$，$\bar{a}\bar{b}$ 等四种状态，可用图1-9(a)方格表示。

图中各个方格①、②、③、④分别代表 ab、$\bar{a}b$、$a\bar{b}$、$\bar{a}\bar{b}$。图中相邻两方格①和②所组成的函数为

$$u=ab+\bar{a}b$$



(a)　　(b)　　(c)

图　1-9

用代数法简化后得结果如下：

$$u = ab + \bar{a}b = b(a + \bar{a}) = b$$

从这一结果看出，这一组合函数值变成 b，刚好是图中的 b 区，即 b 区的函数是 b。同理，整个 a 区的函数是 a，不必写 $ab + a\bar{b}$；整个区 $\bar{b}$ 的函数是 $\bar{b}$，不必写 $a\bar{b} + \bar{a}\bar{b}$；整个 $\bar{a}$ 区的函数是 $\bar{a}$，不必写 $\bar{a}b + \bar{a}\bar{b}$。

结论：任一个两个变量的逻辑函数，在卡诺图上占相邻两格的，就可消去一个变量。

又例如函数 $u = a + \bar{a}b$，它的卡诺图为图1-10所示，这个函数所占的区域是

$$u = ① + ③ + ②$$

即该函数占有 a 和 b 两个区，即得：

$$u = a\text{区} + b\text{区} = a + b$$

从图中看到，①重复一次，但重复不影响函数值，因为在逻辑函数运算中 $a + a = a$

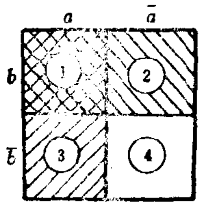


图 1-10

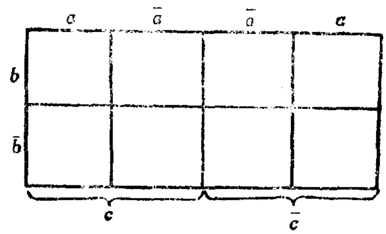


图 1-11

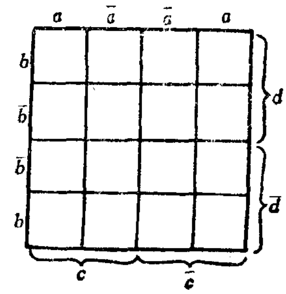


图 1-12

（2）三个变量的卡诺图（见图1-11） 结论：任何三变量函数如占相邻四格，就可以消去两个变量。

（3）四个变量的卡诺图（见图1-12） 结论：任何四变量函数如占相邻两格，可消去一个变量；如占相邻四格，可消去两个变量；如占相邻八格，可消去三个变量。

综上所述，可总结出卡诺图的画法规律如下：

① 二个变量的卡诺图共 4 个格（2^2 个）；其中每一变量的一种状态占 2 格（总格数之半）；三个变量的卡诺图共 8 格（2^3），其中每个变量的一种状态各占 4 格（总格数之半）；四个变量的卡诺图共16格（2^4）；其中每个变量的一种状态各占 8 格（都是总数之半）；以下依此类推。

② 在图中，一个变量所占的格必须都相邻，不能隔开。为此，最上端的一行可看成与最下端的一行相邻；最左端的一列可看成与最右端的一列相邻，即把卡诺图看成是上与下，左与右是扣头的（见图1-12）。

（4）利用卡诺图法化简逻辑函数举例

例 1　$u = (a + b)(a + c) = a + ab + ac + bc$

$$= ① + ⑤ + ④ + ⑧ + ① + ④ + ① + ⑤ + ① + ②$$

根据前面的规则，可看出：①⑤④⑧相邻可消去两个变量，只剩下 a；①②相邻（可重复使用①格），可消去一个变量 a，只剩下 bc。因此函数可简化为：

$$u = [① + ⑤ + ④ + ⑧] + [① + ②] = a + bc$$

例 2　$u = a\bar{b} + b\bar{c} + \bar{b}c + \bar{a}b = \bar{b}c + \bar{a}b + a\bar{c}$

（见图1-14，其中有三处两格相邻）

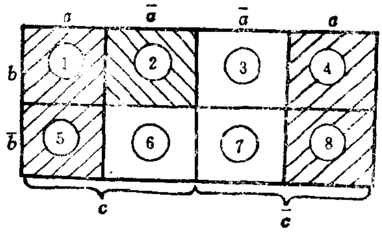


图 1-13

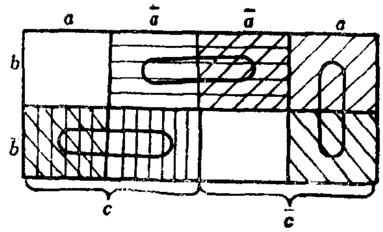


图 1-14

例 3　$u=(a+b)(ab+\bar{b}c)$

展开　$u=ab+ab+a\bar{b}c+b\bar{b}c=ab+a\bar{b}c$

（因$b\bar{b}c=0$）

因有两处二个格相邻，（见图1-15）

∴　$u=ac+ab=a(b+c)$

例 4　用卡诺图法证明摩根定律。

证明：$\overline{a+b}=\bar{a}\bar{b}$

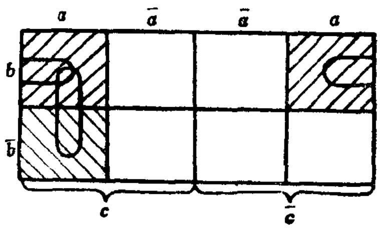


图 1-15

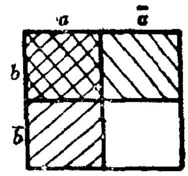


图 1-16

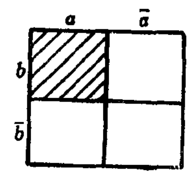


图 1-17

从图1-16看出，a区加b区的否定就是$\bar{a}\bar{b}$。

证明：$\overline{ab}=\bar{a}+\bar{b}$

从图1-17看出，ab的否定就是$\bar{a}+\bar{b}$。

例 5　$u=\bar{a}b\bar{c}+\bar{a}c+a\bar{b}+\bar{b}=$③+②+⑥+⑤+⑧+⑤+⑥+⑦+⑧

其中　$\bar{a}b\bar{c}=$③

$\bar{a}c=$②+⑥

$a\bar{b}=$⑤+⑧

$\bar{b}=$⑤+⑥+⑦+⑧

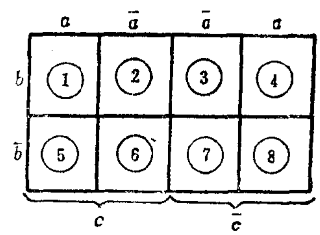


图 1-18

从这一实例看出，在一个多变量的函数中，各项所含字母愈多，在卡诺图中占的格数愈少。任何一个三变量函数，每一项所含的字母最多只能含三个（因为$a\ a=a$）最少含一个，我们称字母最多的项（三变量函数是三个字母，四变量函数是四个字母……）为最小项。

三变量函数最多可能有最小项2^3个；四变量的函数最多可能有最小项2^4个；n变量的函数可能有2^n个最小项。

从上例中看出，a或b或c的项比较大（含格多），但$a+b$更大，而$a+b+c$还大。对三变量函数来说，$a+b+c$或$a+\bar{b}+c$或$\bar{a}$……都称最大项，再多就不可能了。三变量函数的最大项也有2^3个，n变量函数的最大项有2^n个。

因此，卡诺图就是全部最小项以方格的形式排列起来的图。任何数量的变量都可以求出最小项、并用最小项排列成卡诺图，用卡诺图便能比较方便地简化逻辑函数。

第二节 逻辑系统的设计

一、程序控制逻辑函数的确定及其简化规律

为了说明一些基本规律，先以经简化了的自动车床刀架进退刀的自动循环为例进行逻辑线路的设计并对设计方法进行分析论述（见图 1-19）。

一般自动循环的程序多且复杂，为了便于思考，应先列一个自动循环程序表（表 1-7）。

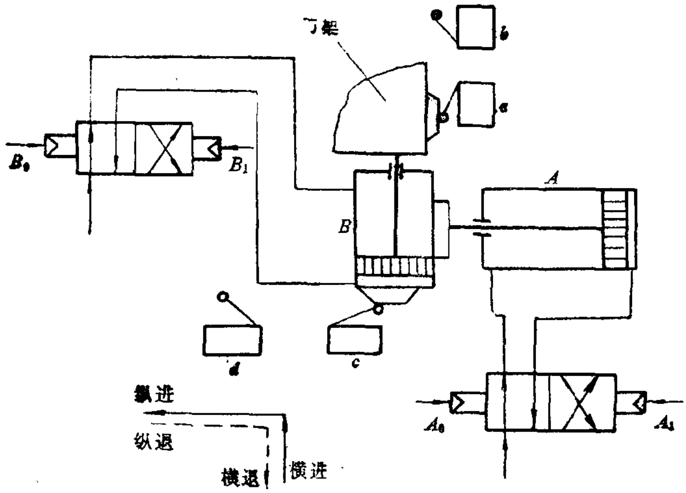


图 1-19

表 1-7

工步号	工步	控制信号	行程阀状态	
			工步开始前	工步结束后
1	横进	B_1	ac	cb
2	纵进	A_1	cb	db
3	纵退	A_0	db	cb
4	横退	B_0	cb	ac

这个例子中用了四个行程阀（或用行程开关控制电磁阀），它的卡诺图应有 $2^4=16$ 个格，属于四变量的问题。为了建立并简化该逻辑函数，可按各程序（工步）的起始和结束时的行程阀状态在卡诺图有关方格中点上点，再用线和箭头把这些点连起来表示工步的行程（见图 1-20）。

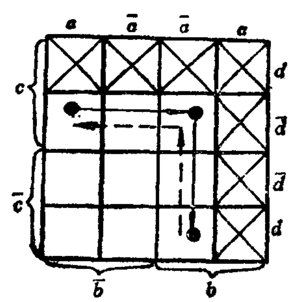


图 1-20

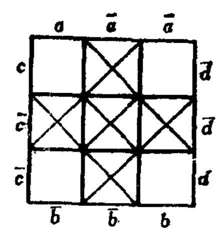


图 1-21