网络图论和矩阵分析法

钟佐华　李灿宏　编

人民邮电出版社

内 容 提 要

利用网络图论和矩阵对电网络进行分析，是电路理论课程的新内容之一。本书系作者在教育部委托重庆大学主办的教师进修班以及在北京工业大学讲授本课程的讲义基础上补充修改而成。内容包括：一、矩阵，二、网络的图形理论和特勒根定理，三、线性时不变网络的矩阵分析，四、无耦合*RLC*电路的拓扑公式。每章都附有习题，便于自学。可作大专院校教学用书和供科技人员参考。

网络图论和矩阵分析法

钟佐华 李灿宏 编

人民邮电出版社出版
北京东长安街27号
河北省邮电印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售

开本：787×1092 1/32　　1983年8月　第一版
印张：15 24/32页数：252　1983年8月河北第一次印刷
字数：362 千字　　印数：1—9,400 册

统一书号：15045·总2641—有5267

定价：2.05元

前　言

随着科学技术的发展，计算机的应用越来越普遍，网络图论和矩阵分析在网络分析中的地位也就越来越显得重要了。正是由于这个缘故，在国内和国外的一些新编的高等工业院校用的《电路原理》的教材中都增加了网络图论和矩阵分析的内容。本书比较详细地叙述了这部分内容，主要目的是供高等工科院校的师生在教和学这部分内容时参考，但也可作为工程技术人员的参考读物。为了便于自学，本书力求写得详细些。

本书共分四章。第一章"矩阵"是为了便于读者阅读后三章的内容而加入的。后三章所用到的有关矩阵的知识在第一章中基本上都包括了。如读者已经具备了有关矩阵的必要知识，第一章可以不读。第二章首先介绍了网络图论的基本概念和各种关联矩阵，然后介绍如何应用各种关联矩阵列出电路方程，对各种关联矩阵的特性以及关联矩阵之间的关系也作了介绍。第三章介绍了用矩阵分析复杂的线性时不变电路的各种方法，阐述了这些方法之间的关系。第四章介绍了无耦合电路的拓扑公式，即介绍如何用拓扑的方法计算网络的问题。

本书是在北京工业大学的讲义的基础上修改补充而成，第一章和附录由李灿宏执笔，其余各章由钟佐华执笔。限于编者水平，书中的错误和不妥之处在所难免，欢迎批评指正。

编者　1981年

目　录

第一章 矩 阵

§1-1 矩阵及其代数运算

在网络的研究中，常常遇到包含大量变量的代数方程组和微分方程组，书写和求解这些方程组都是相当麻烦的。如果采用矩阵的形式来书写这些方程组，会使它们的表示形式变得十分简洁；同时也便于把方程组当作一个整体来研究，从而有利于研究一般网络的性质。另外，由于这种描述方式的系统性和简洁性，特别适宜于在计算机上应用。因此，随着计算机的不断发展，矩阵的应用越来越广泛，其重要性也就越来越显著了。

一、矩阵的概念

矩阵是数（实数或复数）或函数（实函数或复函数）的矩形排列，即是说，把一些数或函数排成横的若干行和纵的若干列，构成一个矩形表，如

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

这样的矩形表就叫做**矩阵**。矩阵通常用黑体字母表示，例如

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

矩阵中的每一个数或函数叫做矩阵的**元素**。元素a_{ij}表示矩阵第 i 行和第 j 列的元素。矩阵的**阶**用矩阵的行数和列数表示。如果一个矩阵共有m行和n列，那么这个矩阵就叫做$m\times n$阶矩阵。

矩阵的行数和列数可以相等，也可以不相等。行数等于列数的矩阵叫做**方阵**，方阵的阶可以用它的行数或列数单一表示，例如，矩阵

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

是一个 4 阶方阵。

只有一行的矩阵叫做**行矩阵**，只有一列的矩阵叫做**列矩阵**。例如，矩阵

$$A=[a_1 \ \ a_2 \ \ \cdots \ \ a_n]$$

是行矩阵，其阶数为$1\times n$；矩阵

$$B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

是列矩阵，其阶数为$m\times 1$。

如果矩阵的所有元素都是 0，那么这个矩阵就叫做**零矩阵**，记作**0**。例如，矩阵

$$0=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

是一个3×5阶的零矩阵。

二、矩阵的代数运算

1. 同型矩阵的相等

阶数相同的两个矩阵叫做**同型矩阵**。同型矩阵有相等和不相等的问题。设A、B是两个同型矩阵，其阶数都是$m\times n$，其元素为a_{ij}和b_{ij}（$i=1,2,\cdots,m$；$j=1,2,\cdots,n$）。如果它们的所有对应元素都相等，即

$$a_{ij}=b_{ij}(i=1,2,\cdots,m;\quad j=1,2,\cdots,n)$$

那么我们就说这两个矩阵相等，记作

$$\mathbf{A}=\mathbf{B}$$

显然，不同型的两个矩阵是无所谓相等、不相等的。

2. 矩阵的加法和减法

同型矩阵可以相加和相减。矩阵相加的定义如下：

设A、B是两个$m\times n$阶矩阵，它们的和A＋B定义为这样一个矩阵，其阶数与A、B相同，其各元素是A、B对应元素的和。设

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}\cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1} & a_{m2}\cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B}=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}\cdots\cdots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22}\cdots\cdots b_{2n} \\ \vdots & \qquad\quad \vdots \\ b_{m1} & b_{m2}\cdots\cdots b_{mn} \end{bmatrix}$$

那么

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12}\cdots\cdots a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22}\cdots\cdots a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2}\cdots\cdots a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix} \qquad (1-1)$$

显然，一个零矩阵与任意同型矩阵A的和仍然是A，即

$$\mathbf{A}+0=\mathbf{A} \qquad (1-2)$$

改变矩阵A中各元素的符号，得到一个新矩阵，叫做A的**负矩阵**，记作$-A$，即如

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix}$$

则

$$-A=\begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} \cdots\cdots -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} \cdots\cdots -a_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ -a_{m1} & -a_{m2} \cdots\cdots -a_{mn} \end{bmatrix}$$

矩阵A与同型矩阵B的负矩阵的和叫做A与B的差，记作$A-B$，即

$$A-B=A+(-B)=\begin{bmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} \cdots\cdots a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} \cdots\cdots a_{2n}-b_{2n} \\ \vdots & \\ a_{m1}-b_{m1} & a_{m2}-b_{m2} \cdots\cdots a_{mn}-b_{mn} \end{bmatrix} \tag{1—3}$$

例如，设

$$A=\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

那么

$$A-B=\begin{bmatrix} 5-3 & 3-2 \\ 4-1 & 2-0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

显然，矩阵A与它的负矩阵相加，其结果为0，即

$$A+(-A)=0$$

或

$$A-A=0$$

矩阵的加法和减法，与数的加法和减法相似，也遵从交换律和结合律，即

$$A+B=B+A \quad (\text{交换律})$$

$$(A+B)+C=A+(B+C) \quad \text{（结合律）}$$

3. 矩阵的数积

矩阵A与一个数k的乘积叫做数积，记作kA或Ak。数积kA或Ak定义为这样的矩阵，它的各元素等于A中的对应元素乘上数k，即

$$kA=Ak=\begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} \cdots\cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} \cdots\cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} \cdots\cdots & ka_{mn} \end{bmatrix} \tag{1—4}$$

与数的乘法相似，矩阵的数积也遵从交换律、结合律和分配律，即

$$kA=Ak \quad \text{（交换律）}$$

$$k(lA)=(kl)A \quad \text{（结合律）}$$

$$\left.\begin{aligned} k(A+B)&=kA+kB \\ (k+l)A&=kA+lA \end{aligned}\right\} \text{（分配律）}$$

4. 矩阵的乘法

两个矩阵A、B相乘记作AB和BA。前面讲过，两个矩阵A、B能够相加和相减，必须满足可加和可减的条件，这就是矩阵A、B必须是同型的。两个矩阵A、B能够相乘，也必须满足可乘的条件，这就是在乘积中前一个矩阵的列数必须等于后一个矩阵的行数。例如，要使乘积AB有定义，A的列数必须等于B的行数。在满足可乘条件的情况下，乘积AB定义为这样一个矩阵C，它的行数等于A的行数，它的列数等于B的列数，它的第i行第j列元素c_{ij}是矩阵A的第i行各元素与矩阵B的第j列各对应元素的乘积的代数和。设矩阵A是一个$m\times n$阶矩阵：

$$
A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix}
$$

矩阵B是一个$n \times p$阶矩阵：

$$
B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \cdots\cdots b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} \cdots\cdots b_{2p} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} \cdots\cdots b_{np} \end{bmatrix}
$$

它们满足了可乘条件，那么乘积C＝AB是一个$m \times p$阶矩阵：

$$
C=AB=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \cdots\cdots b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} \cdots\cdots b_{2p} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} \cdots\cdots b_{np} \end{bmatrix}
$$

$$
=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \cdots\cdots c_{1p} \\ c_{21} & c_{22} \cdots\cdots c_{2p} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} \cdots\cdots c_{mp} \end{bmatrix} \qquad (1—5)
$$

式中

$$
c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{in}b_{nj}=\sum_{t=1}^{n} a_{it}b_{tj} \qquad (1—6)
$$

$$
i=1,2,\cdots,m; \qquad j=1,2,\cdots,p。
$$

例如，设矩阵

$$
A=\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} k & l & m \\ n & p & q \\ r & s & t \\ u & v & w \end{bmatrix}
$$

那么

$$AB=\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k & l & m \\ n & p & q \\ r & s & t \\ u & v & w \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} ak+bn+cr+du & al+bp+cs+dv & am+bq+ct+dw \\ ek+fn+gr+hu & el+fp+gs+hv & em+fq+gt+hw \end{bmatrix}$$

两个矩阵相乘可以用图1-1表示。

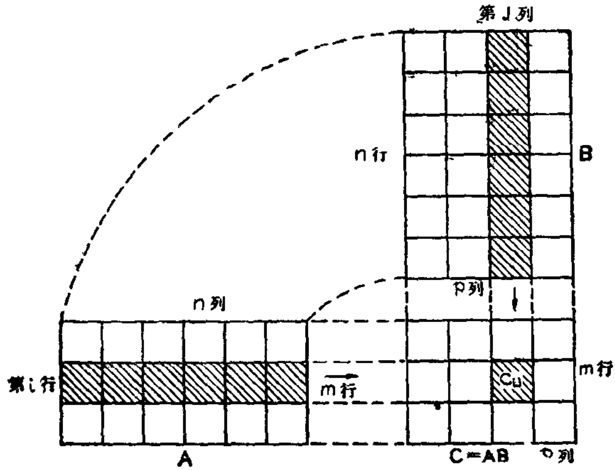

图 1-1

矩阵的乘法是不适合交换律的，即一般说来

$$AB \neq BA$$

这可以从三个方面来说明：

（1）AB有意义时，BA不一定有意义。

（2）即使AB和BA都有意义（即不但A的列数等于B的行数，而且B的列数也等于A的行数），这两个乘积也不一定是同型矩阵，因此无所谓相等和不相等的问题。例如，设A是$m \times n$阶矩阵，B是$n \times m$阶矩阵，AB和BA都是有意义的，但是乘积AB

是$m\times m$阶矩阵，乘积BA是$n\times n$阶矩阵，在$m\neq n$的情况下，AB和BA不是同型的。

（3）即使AB和BA都有意义，而且又是同型矩阵，AB与BA也不一定相等。例如，设

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

则

$$AB=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

可见乘积AB与乘积BA并不相等。

由于矩阵乘法不适合交换律，所以矩阵相乘时有左乘、右乘之分。AB叫做A左乘B的乘积，BA叫做A右乘B的乘积。

在矩阵乘法中是不存在消去律的，即当$AB=AC$时，不一定有$B=C$。

不难证明，矩阵的乘法也适合结合律和分配律，即

$$(AB)C=A(BC) \quad \text{（结合律）} \tag{1—7}$$

$$\left.\begin{aligned} A(B+C)=AB+AC \quad &(1—8) \\ (B+C)A=BA+CA \quad &(1—9) \end{aligned}\right\} \text{（分配律）}$$

应用矩阵的乘法，可以把代数方程组写成简洁的矩阵形式。设已知代数方程组为：

$$\begin{gathered} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m \end{gathered}$$

这个代数方程组可以写成如下的矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

令

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

于是方程组写成

$$AX = B$$

三、矩阵的转置

如果把矩阵A的行换成列，列换成行，那么便得到一个新的矩阵，这个新矩阵叫做A的**转置矩阵**，记作A'。显然

$$(A')' = A$$

可见：（1）A与A'是互相转置的。

（2）一个矩阵被转置两次，则它又回到原来的样子。

一个行矩阵的转置矩阵是列矩阵，一个列矩阵的转置矩阵是行矩阵。为了书写方便起见，往往把列矩阵写成行矩阵的转置矩阵。例如，把列矩阵

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

写成 $$V = (v_1 \ \ v_2 \cdots\cdots v_m)'$$

根据矩阵的加法和数积规则，容易证明

$$(A \pm B)' = A' \pm B' \qquad (1-10)$$

$$(kA)' = kA' \qquad (1-11)$$

对于矩阵的乘积，可以得到如下的关系：如果两个矩阵A和B是可乘的，那么它们的乘积AB的转置矩阵等于B的转置矩阵左乘A的转置矩阵所得的乘积，即

$$(AB)'=B'A' \tag{1—12}$$

证明如下：

设矩阵

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}\cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ a_{m1} & a_{m2}\cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}\cdots\cdots b_{1p} \\ b_{21} & b_{22}\cdots\cdots b_{2p} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ b_{n1} & b_{n2}\cdots\cdots b_{np} \end{bmatrix}$$

它们是两个可乘矩阵，它们的乘积C=AB是

$$C=AB=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12}\cdots\cdots c_{1p} \\ c_{21} & c_{22}\cdots\cdots c_{2p} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ c_{m1} & c_{m2}\cdots\cdots c_{mp} \end{bmatrix}$$

式中
$$c_{ij}=\sum_{t=1}^{n} a_{it}b_{tj}$$

而矩阵C的转置矩阵是

$$C'=(AB)'=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12}\cdots\cdots c_{1p} \\ c_{21} & c_{22}\cdots\cdots c_{2p} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ c_{m1} & c_{m2}\cdots\cdots c_{mp} \end{bmatrix}'=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{21}\cdots\cdots c_{m1} \\ c_{12} & c_{22}\cdots\cdots c_{m2} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ c_{1p} & c_{2p}\cdots\cdots c_{mp} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} c'_{11} & c'_{12}\cdots\cdots c'_{1m} \\ c'_{21} & c'_{22}\cdots\cdots c'_{2m} \\ \vdots & \vdots \qquad\qquad \vdots \\ c'_{p1} & c'_{p2}\cdots\cdots c'_{pm} \end{bmatrix}$$

式中 $$c'_{ij}=\sum_{t=1}^{n} a_{jt}b_{ti}$$

B'与A'的乘积是

$$B'A'=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{21}\cdots\cdots b_{n1} \\ b_{12} & b_{22}\cdots\cdots b_{n2} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ b_{1p} & b_{2p}\cdots\cdots b_{np} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21}\cdots\cdots a_{m1} \\ a_{12} & a_{22}\cdots\cdots a_{m2} \\ \vdots & \\ a_{1n} & a_{2n}\cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} \sum_{t=1}^{n} b_{t1}a_{1t} & \sum_{t=1}^{n} b_{t2}a_{2t}\cdots\cdots & \sum_{t=1}^{n} b_{t1}a_{mt} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{t=1}^{n} b_{tp}a_{1t} & \sum_{t=1}^{n} b_{tp}a_{2t}\cdots\cdots & \sum_{t=1}^{n} b_{tp}a_{mt} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} c''_{11} & c''_{12}\cdots\cdots c''_{1m} \\ c''_{21} & c''_{22}\cdots\cdots c''_{2m} \\ \vdots & \\ c''_{p1} & c''_{p2}\cdots\cdots c''_{pm} \end{bmatrix}$$

式中 $$c''_{ij}=\sum_{t=1}^{n} b_{ti}a_{jt}$$

由此可见 $c'_{ij}=c''_{ij}$

从而证明了 $(AB)'=B'A'$

例1-1 已知矩阵

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

试验证$(AB)'=B'A'$。

解：

$$AB=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 3 & 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ -1 & 0 & 2\\ 0 & 3 & -1\\ 2 & 4 & 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 8 & -3\\ -5 & -1 & 5\end{bmatrix}$$

$$(AB)'=\begin{bmatrix}1 & -5\\ 8 & -1\\ -3 & 5\end{bmatrix}$$

$$B'A'=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ -1 & 0 & 2\\ 0 & 3 & -1\\ 2 & 4 & 0\end{bmatrix}'\begin{bmatrix}-1 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 3 & 1 & -1\end{bmatrix}'$$

$$=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 3 & 4\\ 1 & 2 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 3\\ 2 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & -5\\ 8 & -1\\ -3 & 5\end{bmatrix}$$

所以 $$(AB)'=B'A'$$

四、几种特殊矩阵

1. 对角线矩阵

在方阵中，左上角到右下角的连线叫做方阵的**主对角线**。显然，在主对角线上的各个元素，所处的行和所处的列的序数相同。如果A是一个 n 阶方阵，a_{ij}是A的元素，那么主对角线上的元素就是 $i=j$ 时的元素，即a_{11}、a_{22}、…、a_{nn}。除了主