



SHIYAN YINGLI FENXI

# 实验应力分析

佟景伟 伍洪泽主编

# 实验应力分析



佟景伟 伍洪泽  
杨乃霆 廖富昌  
李鸿琦  
合 编

湖南科学技术出版社

# 实验应力分析

佟景伟 伍洪泽主编

责任编辑：曾平安

\*

湖南科学技术出版社出版

(长沙市展览馆路14号)

湖南省新华书店发行 湖南省新华印刷二厂印刷

\*

1983年7月第1版第1次印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：12.625 插页：1 字数：288,000

印数：1—5,200

统一书号：13204·81 定价：1.70元

## 编 者 的 话

为了适应“实验应力分析”技术的蓬勃发展，为了满足广大师生和科技工作者的需要，我们参照1982年教育部高等工科院校力学专业《实验力学教学大纲》，编写了这本书。全书分为两篇：第一篇、电阻应变测量；第二篇、光力学。

本书的叙述力求由浅入深，简单明了，并加强物理概念的阐述。书中还介绍了近年来“实验应力分析”的新技术，如现代激光技术的全息法、散斑法和云纹法，以及Jones向量和Jones矩阵等。此书既可作为高等院校“实验应力分析”课的教材，亦可作为有关科技人员的参考书。

本书第一篇中一、三、五章由杨乃霆编写；第一篇中二、四、七章由廖富昌编写；第一篇第六章由杨乃霆、廖富昌合编；书中第二篇的一、二、七、十章由伍洪泽编写；第二篇中三、四、五、六、八章由佟景伟编写；第二篇第十一章由李鸿琦编写；第二篇第九章由佟景伟、李鸿琦合编。

全书原稿承刘旦老师审校，在此特表感谢。

因作者水平有限，书中缺点和错误在所难免，谨希广大读者赐教。

编 者

一九八三年三月

A160/06

# 目 录

前言.....	( 1 )
第一篇 电阻应变测量 .....	( 3 )
第一章 电阻应变片.....	( 3 )
§ 1—1 应变片的构造和工作原理 .....	( 4 )
§ 1—2 电阻应变片的类型 .....	( 9 )
§ 1—3 应变片的横向效应 .....	( 17 )
§ 1—4 应变片的工作特性 .....	( 24 )
§ 1—5 应变片的选用和粘贴工艺 .....	( 28 )
第二章 电阻应变仪.....	( 36 )
§ 2—1 应变仪的工作原理、组成和类型 .....	( 36 )
§ 2—2 应变仪的电桥原理 .....	( 39 )
§ 2—3 电桥基本特性 .....	( 50 )
§ 2—4 电阻、电容的预调平衡 .....	( 51 )
§ 2—5 电阻应变仪的标定方法 .....	( 55 )
§ 2—6 电位计式电路 .....	( 57 )
§ 2—7 相敏检波器原理简介 .....	( 58 )
第三章 记录仪器.....	( 64 )
§ 3—1 光线示波器 .....	( 65 )
§ 3—2 磁带记录器简介 .....	( 86 )
第四章 静态应变测量 .....	( 93 )
§ 4—1 测量的分类和方法 .....	( 93 )
§ 4—2 温度影响及其补偿方法 .....	( 94 )

§ 4—3	单向应力状态下应力应变测量 .....	( 97 )
§ 4—4	平面应力状态下应力应变测量(主应力方向已知) ..	( 99 )
§ 4—5	构件处于组合变形时对某种应变成份的测定 .....	(101)
§ 4—6	平面应力状态下的应力应变测量 (主应力方向未知) .....	(104)
§ 4—7	现场测试及实例 .....	(110)
<b>第五章</b>	<b>动态应变测量</b> .....	(118)
§ 5—1	动应力概念 .....	(118)
§ 5—2	动态应变基本测量系统 .....	(121)
§ 5—3	动态电阻应变仪——光线示波器系统的测试过程 .....	(125)
<b>第六章</b>	<b>特殊条件下的应变测量及应变片的其他应用</b> .....	(131)
§ 6—1	高温下的应变测量 .....	(131)
§ 6—2	旋转件的应变测量 .....	(141)
§ 6—3	液压下的应力应变测量 .....	(148)
§ 6—4	残余应力测量 .....	(157)
§ 6—5	应变片式传感器 .....	(161)
<b>第七章</b>	<b>误差理论简介</b> .....	(172)
§ 7—1	误差的概念及其分类 .....	(172)
§ 7—2	电测试验中产生误差的原因 .....	(174)
§ 7—3	多次测量结果的算术平均值和标准误差 .....	(174)
§ 7—4	实验数据的表示方法 .....	(182)
<b>第二篇</b>	<b>光力学</b> .....	(185)
<b>第一章</b>	<b>光弹性原理</b> .....	(185)
§ 1—1	光弹性中的光学知识 .....	(185)
§ 1—2	平面应力——光性定律 .....	(194)
§ 1—3	平面偏振光场中受力模型的光效应 .....	(196)
§ 1—4	圆偏振光场中受力模型的光效应 .....	(199)

§ 1—5	等差线的观测 .....	(203)
§ 1—6	等倾线的观测 .....	(207)
§ 1—7	主应力迹线 .....	(210)
<b>第二章</b>	<b>平面光弹性</b> .....	(212)
§ 2—1	边界应力的 大小和符号 .....	(212)
§ 2—2	应力集中系数的确定 .....	(214)
§ 2—3	内部应力的确定 .....	(215)
<b>第三章</b>	<b>模型浇铸及材料性能</b> .....	(228)
§ 3—1	制造环氧树脂模型的原材料 .....	(229)
§ 3—2	制造模型的模具 .....	(230)
§ 3—3	光弹性模型的浇铸工艺 .....	(234)
§ 3—4	常温下模型材料的主要性质 .....	(238)
§ 3—5	冻结温度下模型材料的主要性质 .....	(241)
§ 3—6	聚碳酸酯光弹性材料 .....	(243)
<b>第四章</b>	<b>三向光弹性</b> .....	(246)
§ 4—1	冻结应力 .....	(246)
§ 4—2	次主应力 .....	(248)
§ 4—3	三向模型自由表面的应力测定 .....	(249)
§ 4—4	三向模型在任意载荷作用下内部应力的确定 .....	(258)
§ 4—5	工程实例 .....	(265)
§ 4—6	实验误差的来源与提高实验精度的措施 .....	(271)
<b>第五章</b>	<b>光弹性贴片法</b> .....	(274)
§ 5—1	反射式光弹性仪 .....	(274)
§ 5—2	贴片中的光学效应及构件表面主应力 (或主应变) 的 计算公式 .....	(276)
§ 5—3	贴片的主应力 (或主应变) 的分离方法 .....	(278)
§ 5—4	贴片厚度给贴片应变指示数带来的误差及其修正 .....	(284)
§ 5—5	贴片材料与粘贴工艺 .....	(286)

§ 5—6 例题 .....	(288)
<b>第六章 光弹性散光法</b> .....	(291)
§ 6—1 光通过未受力模型材料的散射现象 .....	(291)
§ 6—2 散光法的应力——光性定律 .....	(293)
§ 6—3 平面偏振光入射时的散射光强 .....	(294)
§ 6—4 散光光弹仪 .....	(298)
§ 6—5 例题 .....	(300)
<b>第七章 全息光弹性</b> .....	(308)
§ 7—1 光波的复数表示 .....	(308)
§ 7—2 全息光弹性的两次曝光法 .....	(311)
§ 7—3 图像全息法 .....	(319)
§ 7—4 组合条纹的分离 .....	(320)
<b>第八章 云纹法</b> .....	(324)
§ 8—1 测量面内位移 .....	(324)
§ 8—2 测量离面位移——投影云纹法 .....	(343)
<b>第九章 激光散斑干涉法</b> .....	(346)
§ 9—1 激光散斑干涉法的基本原理 .....	(346)
§ 9—2 散斑干涉法测量面内位移 .....	(353)
<b>第十章 模型相似理论简介</b> .....	(359)
§ 10—1 方程分析法确定相似判据 .....	(359)
§ 10—2 量纲分析法确定相似判据 .....	(366)
<b>第十一章 Jones向量和Jones矩阵</b> .....	(376)
§ 11—1 用Jones向量表示各种偏振光 .....	(376)
§ 11—2 用Jones矩阵表示各种光学器件 .....	(384)
§ 11—3 Jones向量和矩阵在光弹性中的应用 .....	(390)



# 前 言

实验应力分析是用物理模型或实物对机械零件或构件进行应力分析的一种方法。生产中的构件往往形状和所受的载荷都很复杂，如果用数学模型进行计算，必然要加以简化，因此有它的近似性。而实验应力分析方法不但可以建立更接近实际的物理模型，而且可以测取实际构件在运转过程中的应力和变形，从而在生产上它受到设计工作者的重视。为了减轻产品重量和得到足够的强度和刚度，设计工作者除进行必要的理论计算外，都应对构件采用合适的实验方法进行较为可靠的实验应力分析，以期取得可靠的数据来作为最后定型的依据。

由于近年来新技术的发展，实验应力分析不仅包括已成成熟的光弹性法、电阻应变仪法，还包括现代激光技术的全息法、散斑法和云纹法以及声技术等新方法。实验应力分析方法不但可以对机械零件或构件进行应力、应变和位移的分析，并且是一些力学新的分支，如断裂力学、复合材料力学等基础理论研究的必要手段。

实验应力分析方法与其它学科一样，它的产生和发展一开始就与生产密切相关。现代工业生产的发展给实验应力分析方法的发展创造了条件，反过来实验应力分析方法又促进了生产的发展。

电阻应变测试技术是实验应力分析方法中最基本的方法之一。自从1943年制出金属丝绕式电阻应变片以来，已形成一种使用方便，有效可靠的测试手段。它可以测量模型及实际工程

结构的表面应变，既适用于静态，也适用于动态测量。现可以制作各种类型的应变片，比如近代高温应变片可达 $800^{\circ}\text{C}$ 以上，小标距应变片的标距长可达0.2毫米，并可以制成各种传感器，测取各种力学参数，如载荷、扭矩、加速度、位移等。

光力学方法包括一般光弹性、全息干涉术、云纹法和散斑干涉计量技术等。光弹性历史较早，二维光弹性已很成熟，三维光弹性在生产上也正在为各方面所使用。光弹贴片法可以测取实物应力，且设备简单，使用方便。微型计算机与光弹法相结合可以使光弹数据处理快速化、自动化。光弹性与有限元相结合可使复杂问题大大简化。近年来随着光学仪器设备的改进和激光技术、电子技术及计算技术的发展，大大促进了光力学方法的发展。并不断产生了许多新方法、新技术。光力学方法除了在重型机械、动力机械、土建水利、宇宙飞行等方面得到广泛应用外，在力学其他领域中如塑性力学、岩石力学、断裂力学、生物力学、复合材料以及动应力、热应力等方面也有重大应用。

近年来各高等学校力学专业都普遍开设实验应力分析这门课程，同时其它工科专业也把它作为选修课。但国内只出版了电测法，光测法几本专著，还缺少实验应力分析的教学用书，本书正是为适应这一需要而编写的。

参加编写本书的作者都从事实验应力分析工作多年，积累了一些经验，但这门学科还处于发展阶段，有些方法并不定型，难免有作者个人的局限性和片面性。但作为教学参考和研究人员参考用书还是可以的。在当前面向经济建设、加强应用科学研究、注意经济效益和为生产服务的精神指导下，出版这本实验应力分析供高等院校和厂矿研究单位参考是很有现实意义的。

**贾有权**

一九八二、十、二十五。

# 第一篇 电阻应变测量

---

## 第一章 电阻应变片

电阻应变测量（简称电测法）的基本原理是用电阻应变片作为传感元件，将被测构件表面指定点的应变转换成电阻变化，再通过电阻应变仪将此电阻变化转换成电压（或电流）的变化并加以放大，然后以应变的标度给出指示，或者将模拟于被测应变的电信号输入到记录仪器进行记录，也可以把电信号输入到电子计算机等装置进行数据处理，将最后结果打印或显示出来。

电测法的主要特点是：灵敏度与精确度高，目前应变仪可分辨到一个微应变( $1\mu\epsilon = 10^{-6}$ )。应变片尺寸小，能满足应力梯度较大情况下的应变测量。可测静应变，也可测量频率范围由0~500千赫的动应变。应变片可以做成各种型式，或制成各种型式的传感器，可测量力、压强、位移、加速度、扭矩、以及大变形和裂纹扩展速率等参数，能满足力学测量上的多种需要。同时测量结果为电信号，易于进行数据处理和实现测试自动化。

电测法只能逐点测量构件表面的应变，不能直观得到构件上应力分布的全貌。同时应变片丝栅有一定的面积，只能测量该面积内的平均应变，在环境条件恶劣的情况下，如不采取相应的措施，会导致较大的误差。

电测法容易掌握，是目前实验应力分析中最常用的方法之一。

## §1—1 应变片的构造和工作原理

### 一、应变片的构造

如图1—1所示的丝绕式应变片，它由敏感栅、基底、引出线、覆盖层、粘结剂所组成。敏感栅由极细的高电阻率的金属丝绕成栅状，用粘结剂把它附着在基底上，用引出线引出，加上覆盖层即构成应变片。测量构件应变时用粘结剂将应变片粘结在构件表面上，敏感栅随构件一起变形，根据敏感栅的电阻变化即可测出构件应变的大小。

各种不同类型的应变片也主要由上述几个基本部分组成。

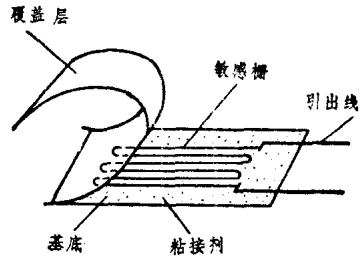


图1—1 丝绕式应变片

### 二、金属丝的电阻应变效应

电阻应变片主要是根据金属丝的电阻应变效应的物理学原理而工作的。大多数金属丝在轴向受到拉伸时，其电阻增加；压缩时，其电阻减小。即电阻值随变形发生变化。这一现象称为电阻应变效应。由实验可知，当变形在一定范围内，其线应变与电阻变化率之间存在着线性关系，用公式表示为

$$\frac{\Delta R}{R} = K_0 \varepsilon \quad (1-1)$$

式中， $R$ 为电阻丝的初始电阻(欧)， $\Delta R$ 为变形后的电阻变化量， $\varepsilon$ 为电阻丝的应变。 $K_0$ 称为电阻丝应变灵敏系数，随材料而异。对同样应变， $K_0$ 值越大， $\Delta R/R$ 也越大，所以 $K_0$ 说明了电阻丝

应变效应的灵敏程度。下面对 $K_s$ 作进一步分析(参看图1-2)。

由物理学可知金属导线的电阻为

$$R = \rho \frac{L}{A}. \quad (1-2)$$

式中,  $\rho$ 为电阻丝的电阻率(欧·毫米<sup>2</sup>/米)的初始值;  $L$ 为电阻丝的初始长度(米);  $A$ 为电阻丝的初始截面积(毫米<sup>2</sup>)。

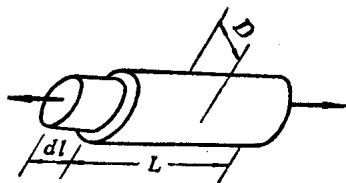


图1-2 电阻丝受力变形情况

将式(1-2)取对数并微分, 得

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A}. \quad (1-3)$$

其中  $\frac{dL}{L} = \epsilon$ .

如以 $D$ 表示电阻丝的初始直径, 则

$$\frac{dA}{A} = 2 \frac{dD}{D}.$$

由于  $\frac{dD}{D} = -\mu \frac{dL}{L}$  (1-4)

其中 $\mu$ 为横向变形系数。将式(1-4)代入式(1-3)可得

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} + 2\mu \frac{dL}{L},$$

$$\frac{dR}{R} = (1 + 2\mu) \frac{dL}{L} + \frac{d\rho}{\rho},$$

即  $K_s = 1 + 2\mu + \frac{d\rho}{\rho \epsilon}$  (1-5)

从上式中可以看出， $K_s$ 值和电阻丝的横向变形系数 $\mu$ 以及电阻率随应变发生的变化有关。金属材料的 $\mu$ 值在弹性范围内为0.3左右，进入塑性范围则在0.5左右，而实验证明多数金属材料的 $K_s$ 值大于2，说明式(1—5)中最后一项是不可忽略的。电阻率随应变变化的规律目前还没有满意的解释。 $K_s$ 值与金属丝的合金成分，加工工艺、热处理的情况等因素都有关系，因此 $K_s$ 值由实验测定。图1—3为各种金属材料应变与电阻变化率之间的关系曲线。某些材料，如康铜（铜、镍合金）应变与电阻变化率之间具有良好的线性关系，甚至在进入塑性变形阶段仍能保持线性关系(见图1—4)。此外，康铜的电阻温度系数也较小，即热稳定性好，故康铜是制作应变片敏感栅的主要材料之一。

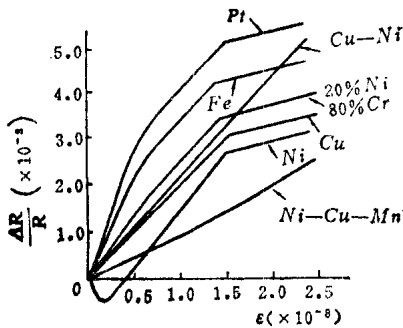


图1—3 各种金属材料应变与电阻变化率之间的关系

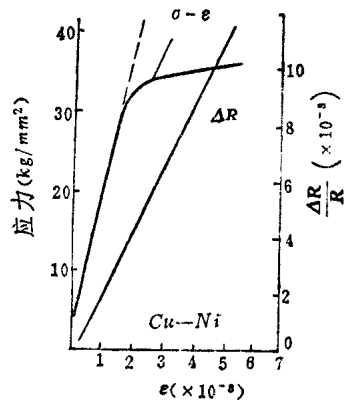


图1—4 康铜的应力、应变和电阻变化率之间的关系

### 三、电阻应变片的灵敏系数

为了防止丝栅中电流过大，应变片中电阻丝的阻值不能太

小。此外，应变片应尽可能反映构件在一个小区域内的应变，这样电阻丝的尺寸应尽量小一些，因此常把单根的电阻丝绕成栅状（或把金属箔成型为栅状），制成应变片的敏感栅。敏感栅的电阻变化率和感受的应变之间也存在一定的比例关系，即

$$\frac{\Delta R}{R} = K_{片} \cdot \epsilon. \quad (1-6)$$

其中 $K_{片}$ 称为应变片的灵敏系数， $R$ 为敏感栅的电阻， $\epsilon$ 为应变片粘贴处被测构件的应变。很显然， $K_{片}$ 值不同于 $K_0$ 值， $K_{片}$ 值和敏感栅的形状、粘接剂、基底等因素有关。 $K_{片}$ 值通常是在单向应力状态下并使敏感栅沿试件轴向测定出来的，由应变片制造厂随产品提供。灵敏系数 $K_{片}$ 值是应变片的主要技术指标， $K_{片}$ 值的误差直接影响应变测量的精确度。灵敏系数的测定方法和装置均按照一定的标准。通常采用纯弯曲简支梁或等强度悬臂梁，图1—5为纯弯曲梁的简图，梁由高强度合金钢制成。标定时将被标定的应变片粘贴在梁的纯弯曲段内，并令应变片

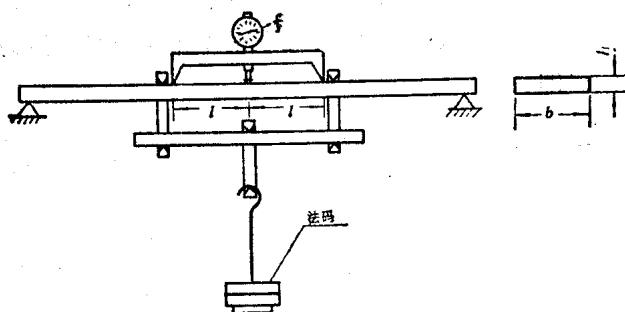


图1—5 测定应变片灵敏系数的纯弯曲梁

的轴线与梁的方向一致，用法码加载后，用三点挠度计根据梁的挠度确定纯弯曲段的应变为

$$\epsilon = \frac{f \cdot h}{l^2} \cdot$$

而  $\frac{\Delta R}{R}$  的测定可采用如下的方法：先将待测应变片与温度补偿应变片接入电阻应变仪，调整应变仪平衡，然后将梁加载至  $p$ ，待测应变片便随着梁的变形，电阻产生  $\Delta R$  的变化，这时从应变仪读得相应的应变  $\epsilon$ 。然后去掉载荷，重新调好应变仪的零点，合上刀闸，调节电阻箱，改变并联电阻值，使产生的应变仪读数与加载产生的  $\epsilon$  相同，根据下式即可求出对应于  $\epsilon$  的待测电阻应变片的  $\Delta R$  值。

$$\Delta R = R - \frac{R \cdot R_n}{R + R_n} \cdot$$

式中， $R$  为待测应变片的原始电阻值， $R_n$  为电阻箱上的电阻值(图1—6)。

由于应变片不能重复使用，因此应变片的灵敏系数不能逐片进行测量，只能采用抽样测定的方法。一般在同一批应变片中抽样1%，取算术平均值、及标准误差相对于平均值的百分数来表示，即

$$K = \bar{K} \pm \sigma \cdot$$

而 
$$\sigma = \frac{b}{\bar{K}} \times 100\% ;$$

$$b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - \bar{K})^2}{(n-1)}} \cdot$$

其中， $\bar{K}$ —算术平均值  
 $K_i$ —第  $i$  次测量值

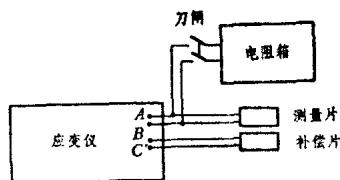


图1—6 并联电阻法测量应变片的电阻变化



$b$ —标准误差

$n$ —被测量应变片的个数

从图1—1应变片的构造简图中可以看到，应变片敏感栅的端部，由于圆角的存在包含一部分横向尺寸，在测量应变时，敏感栅的直线部分感受构件的轴向应变，而其横向部分则感受构件的横向应变，因此应变片所产生的电阻变化是这两部分电阻变化之和。我们希望应变片只反映敏感栅直线部分的应变，但由于敏感栅的构造所决定，这种所谓的横向效应是不可避免的。各种类型的应变片都有横向效应，而以丝绕式应变片更为明显。应变片灵敏系数的标定是在单向应力状态和材料为钢的标定梁上进行的。因此，在应力状态不同或材料不为钢的场合下使用此标定值测量构件应变时，将存在程度不同的误差。关于横向效应问题将在本章第三节中讨论。

## § 1—2 电阻应变片的类型

根据不同的用途和特点，应变片的类型很多，表1—1列出了各种类型的应变片及其特点，可供选用时参考。

表1—1 各种类型的应变片

分类方法	类 型	主要特点	
敏感栅材料	金属电阻应变片	丝绕式应变片	横向效应大， $K_{片}$ 值分散度大。价廉
		短接线式应变片	横向效应小，疲劳寿命低
敏感栅形状	半导体应变片	箔式应变片	横向效应小，散热条件好
		单轴应变花	蠕变小，疲劳寿命长
		灵敏系数甚高，温度稳定性差。	
		用于测量单向应变的应变片	
		用于平面应力状态下测定主应变	