CHENGKAOJIAOCHENG YOUHUASHEJI

2002（高中起点升专、本科）

全国各类成人高等学校
招生统一考试复习用书

成考教程优化设计

侯振英 宋博贤 主编

数学

理科

- 全国成人高考命题研究组组织编写
- 教育部成人高考考试大纲部分编写审定专家修改审定
- 紧扣新大纲 重点突出 知识点全面

中国和平出版社

CHENGKAOJIAOCHENGYOUHUASHEJI

2002（高中起点升专、本科）

全国各类成人高等学校
招生统一考试复习用书

成考教程优化设计

Chengkaojiaocheng
Youhuasheji

候振英
宋博贤 主编

数学

理科

中国和平出版社

图书在版编目（CIP）数据

成考教程·优化设计．数学：理科：高中起点升专、本科/侯振英，宋博贤主编：—北京：中国和平出版社，2001.9

ISBN 7－80154－464－1

Ⅰ.成… Ⅱ.①侯…②宋… Ⅲ.数学—成人教育：高等教育—入学考试—自学参考资料 Ⅳ.G723.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 062739 号

成考教程优化设计·数学·理科（高中起点升专、本科）

丛书主编：王文琪

编　　委：孟宪和　杨　震　毛信范

本册主编：侯振英　宋博贤

本册编著：王　倩　卢文敏　李　艳　李全有　李淑震　刘桂玲　张连荣　侯振英　郭宝元　夏宗智

*

中国和平出版社出版发行

（北京市东城区和平里东街民旺甲 19 号　100013）

电话：84252781

北京泽明印刷有限责任公司印刷　新华书店经销

2001 年 9 月第 1 版　2001 年 9 月第 1 次印刷

开本：787×1092 毫米　16 开本　印张：20.25　字数：431 千字

ISBN 7－80154－464－1/G·457　定价：23.00 元

编写说明

编写目的 为使广大参加各类成人高等学校招生考试的考生迅速掌握考点，突破重点，攻克难点，弄清疑点，我们根据教育部最新颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——高中起点升本、专科》编写了这套《成考教程优化设计丛书》，本套丛书编写科学、充实实用，供参加各类成人高等学校招生考试的考生使用，也可供成人高中学员、老师和教研人员学习、参考。

丛书特点 本丛书由具有丰富教学经验和命题经验的专家、教授精心设计编写，在编写过程中形成了以下几个鲜明特点：

一、紧扣新大纲。本套丛书严格遵循新大纲编写，以全新的内容、全新的表述、全新的训练体现了新大纲的全新要求。

二、栏目新颖、科学。本套丛书根据成人学习特点组织材料，分别设置了知识网络、重点例析、疑难点解析、单元训练、模拟试题、招生试题等栏目，能让考生复习起来事半功倍、省时高效。

三、实战性强。本套丛书的练习题及模拟试题充分体现了命题原则、思路、动向，贴近考试实际，有的放矢，针对性强，切题率高。

四、权威性高。本套丛书由成人高考考试审定专家和命题研究人员编写审定。

科目设置 本套丛书包括以下九个科目：语文、数学（理工农医类）、数学（文史财经类）、英语、物理、化学、政治、历史、地理。

真诚愿望 本套丛书内容完整、编排科学，是一套不可多得的好教材，若考生能从中快速提高学习成绩，便是我们最大的愿望。此外，由于时间仓促，水平有限，书中不妥之处在所难免，欢迎广大师生及社会各界朋友不吝赐教，使之日臻完善。

成人高考命题研究组

CHENGKAOJIAOCHENG YOUHUASHEJI

成考教程优化设计

责任编辑 杨雁鸣

封面设计 木头羊工作室

ISBN 7-80154-464-1

9 787801 544643 >

ISBN 7-80154-464-1/G·457

定 价：23.00元

目　　录

第一章　数、式、方程和方程组

【知识点概述及其网络】

一、数

1. 有关数的基本概念

(1)实数的分类

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数
      - 零
      - 负整数
    - 分数
      - 正分数
      - 负分数
  - 无理数
    - 正无理数
    - 负无理数

说明：有理数即有限小数或无限循环小数，无理数即无限不循环小数.

如果把整数看成分母是1的分数，则有理数都可以表示成分数$\frac{m}{n}$(m,n是整数，且$n\neq 0$)的形式，而无理数不能表示成分数.

(2)数轴：规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

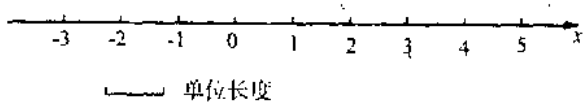

图 1－1

实数集合与数轴上点的集合是一一对应的.

(3)相反数：只有符号不同的两个数，称其中一个是另一个的相反数，零的相反数是零.

若a、b互为相反数，则$a+b=0$，反之也成立，表示相反数的两个点位于数轴上原点的两旁，且离开原点的距离相等.

(4)倒数：1除以某数的商叫做这个数的倒数，零没有倒数.

若a、b(a、b均不为零)互为倒数，则$ab=1$，反之也成立.

(5)绝对值：实数a的绝对值用符号$|a|$表示. 一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零. 即

$$|a|=\begin{cases}a(a>0)\\0(a=0)\\-a(a<0)\end{cases}$$

说明：

任何一个实数的绝对值一定是非负数，即$|a|\geqslant 0$.

若$|x|=a(a\geqslant 0)$则 $x=\pm a$

从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离.

(6)平方根与算术平方根：

	平方根	算术平方根
定义	如果一个数的平方等于 a，则这个数叫做 a 的平方根.	正数 a 的正的平方根叫做 a 的算术平方根.
表示为	$\pm\sqrt{a}(a\geqslant 0)$	$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$
举例	$(\pm 2)^2=4$，则 4 的平方根是 ± 2	$(\pm 2)^2=4$，则 4 的算术平方根是 2
区别	正数 a 的平方根有两个 $\pm\sqrt{a}$，它们是一对相反数	正数 a 的算术平方根只有一个$\sqrt{a}$
相同点	$\pm\sqrt{a}$中的 $a\geqslant 0$.0 的平方根是 0. 负数没有平方根.	$\sqrt{a}$中的 $a\geqslant 0$.0 的算术平方根是 0. 负数没有算术平方根.
联系	正数 a 的正的平方根就是 a 的算术平方根；正数 a 的负的平方根就是 a 的算术平方根的相反数	正数 a 的算术平方根就是 a 的正的平方根.

(7)常见的非负数(式)(n 为自然数)

$|a|\geqslant 0$　　$a^{2n}\geqslant 0$　　$\sqrt[2n]{a}\geqslant 0$

①几个非负数(式)的和仍然是非负数(式).

②几个非负数(式)的和为零，则每个非负数(式)都同时为零.

(8)实数的大小比较：

①正数 > 0 > 负数；两个负数比较大小，绝对值大的反而小.

②利用数轴：数轴上任一点所对应的数总大于该点左边任一点所对应的数.

③差值比较法：

$$a-b>0\Leftrightarrow a>b$$

$$a-b=0\Leftrightarrow a=b$$

$$a-b<0\Leftrightarrow a<b$$

④商值比较法：

$$\frac{a}{b}>1(\text{且 } b>0)\Leftrightarrow a>b$$

$$\frac{a}{b}=1\Leftrightarrow a=b$$

$$\frac{a}{b}<1(且\ b>0)\Leftrightarrow a<b$$

2. 实数的运算

(1)基本运算：实数可进行加、减、乘、除(除数不为0)、乘方运算，其结果仍是实数. 任何实数都可以开奇次方，其结果仍是实数. 非负实数都可以开偶次方，其结果仍是实数.

(2)运算法则：

加法：同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加；异号两数相加，取绝对值较大的加数符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值，任何数与零相加等于原数.

减法：减去一个数，等于加上它的相反数.

乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘. 零乘以任何数都得零. 任何数乘以1都等于原数.

除法：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除. 零除以任何一个不为零的数等于零. 任何数除以一个不为零的数，等于乘以这个数的倒数. 零不能作除数.

乘方：正数的任何次幂是正数；负数的偶次幂是正数，奇次幂是负数；零的正数次幂等于0.

开方：正数的奇次方根是一个正数，正数的偶次方根有两个，这两个方根互为相反数，零的n次方根都是零. 负数的奇次方根是一个负数，在实数范围内，负数没有偶次方根.

(3)运算律：

运算律	加法	乘法
交换律	$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
结合律	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
分配律	$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$	

(4)运算顺序：在同一式子里进行实数的混合运算时，应按如下运算顺序进行.

先乘方、开方，然后算乘除，最后算加减. 有括号时先进行括号内的运算，由最里层的括号算起，可使用运算律的要使用运算律，结果要求有精确度的，在运算过程中有关数要多取一位数字.

二、式

1. 代数式及其分类

代数式是由运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连结而成的式子. 单独的一个数或者一个字母也是代数式. 用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果，叫做代数式的值.

代数式的分类：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

2. 整式

(1)整式的概念

单项式:由数与字母相乘形成的代数式,叫做单项式,如 $-x^2y^3$.

多项式:几个单项式的和叫做多项式.如 $2x^3-3x^2+x+1$.

整式:单项式和多项式统称为整式.

(2)整式的运算

①整式的加减法:去括号,合并同类项.

②整式的乘法:单项式乘以单项式;单项式乘以多项式;多项式乘以多项式.

幂的运算法则:(m、n 为正整数)

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

$a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq 0)$

$(a^m)^n=a^{mn}$

$(ab)^n=a^n\cdot b^n$

当 $m=n$ 时,$a^0=1$;当 $m<n$ 时,$a^{m-n}=\dfrac{1}{a^{n-m}}$

常用乘法公式:

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$

$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

整式的加法、乘法满足交换律、结合律、分配律.

③整式的除法:单项式除以单项式;多项式除以单项式;多项式除以多项式.

(3)多项式的因式分解

把一个多项式化为几个整式的乘积,叫做因式分解.因式分解常用方法有:提取公因式法,公式法,分组分解法,十字相乘法,求根公式法.

3. 分式

设 A、B 表示两个整式.如果 B 中含有字母,式子 $\dfrac{A}{B}$ 叫做分式($B\neq 0$).分子与分母没有公因式的分式叫做最简分式.

(1)分式的基本性质

$\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\times M}{B\times M}$　$\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\div M}{B\div M}$($M$ 为不为零的整式)

(2)分式的符号法则

$$\frac{A}{B}=\frac{-A}{-B}=-\frac{-A}{B}=-\frac{A}{-B}$$

(3)分式的运算

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\pm\frac{bc}{bd}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

4．二次根式

(1)二次根式的有关概念

二次根式：形如$\sqrt{a}\,(a\geqslant 0)$的式子叫做二次根式.

最简二次根式：被开方数的每一个因式的指数都小于根指数 2，被开方数不含分母的二次根式叫做最简二次根式.

同类二次根式：几个二次根式化成最简二次根式后，如果被开方数相同，这几个二次根式就叫做同类二次根式.

(2)二次根式的性质

$$(\sqrt{a})^2=a\,(a\geqslant 0)$$

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a\,(a\geqslant 0)\\ -a\,(a<0)\end{cases}$$

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\,(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\,(a\geqslant 0,b>0)$$

(3)二次根式的运算

二次根式的加减：先把各根式化为最简根式，再合并同类根式.

二次根式的乘除：

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}\,(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\,(a\geqslant 0,b>0)$$

(4)分母有理化

将分式的分子和分母同乘以分母的有理化因式，化去分母中的根号，叫做分母有理化.

三、方程和方程组

1．方程

含有未知数的等式叫做方程.能使方程左右两边相等的未知数的值,叫做方程的解.求方程的解或说明方程无解的过程叫做解方程.

(1)一元一次方程:形如 $ax+b=0(a\neq0)$的方程,叫做一元一次方程.

若 $a\neq0$,则方程有唯一解 $x=-\frac{b}{a}$.

若 $a=0,b\neq0$,则方程无解.

若 $a=b=0$,则方程的解为一切实数.

(2)一元二次方程:方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$叫做一元二次方程.

①一元二次方程的解法有:

A.直接开平方法.B.配方法.C.公式法.D.因式分解法.

②一元二次方程的求根公式:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

③一元二次方程根的判别式:$\Delta=b^2-4ac$

当 $\Delta>0$ 时,方程有两个不相等的实数根.

当 $\Delta=0$ 时,方程有两个相等的实数根.

当 $\Delta<0$ 时,方程没有实数根.

④一元二次方程根与系数的关系:

设 x_1、x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两个根,则有 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$,$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$.

反之,$x_1+x_2=p$,$x_1\cdot x_2=q$,则 $x^2-px+q=0$ 是以 x_1、x_2 为根的一元二次方程.

2.方程组

(1)一次方程组:由几个一次方程组成并含有两(三)个未知数的方程组,叫做二(三)元一次方程组.

解二(三)元一次方程组的基本思想是"消元".

$\boxed{\text{三元一次方程组}}\xrightarrow{\text{消元}}\boxed{\text{二元一次方程组}}\xrightarrow{\text{消元}}\boxed{\text{一元一次方程}}$

消元的方法有:代入消元法,加减消元法.

二元一次方程组$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$解的讨论.

若$\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$,方程组有唯一解.

若$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$,方程组无解.

若$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_2}{c_2}$,方程组有无穷多解.

(2)简单的二元二次方程组:形如 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ 的方程叫做二元二次

方程.

由一个二元二次方程和一个二元一次方程,或由两个二元二次方程组成的方程组,叫做二元二次方程组.

由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的二元二次方程组,(简称二、一型),可以用代入消元法来解.

由两个二元二次方程组成的方程组,(简称二、二型),两个方程组中,若至少有一个方程可以分解为两个二元一次方程,则可用因式分解法把原方程组先转化为两个二、一型的方程组,然后再求解.

3. 列方程(组)解应用题

(1)一般步骤:

①审题:理解题意,找出已知量和未知量.

②设元:一般设问题的所求为未知数,但有时也为了布列方程方便而设间接未知数.

③列式:根据等量关系列出方程或方程组.

④解方程或方程组求出未知数的值.

⑤根据问题的实际意义,选出符合题意的解,然后写出答案.

(2)常用等量关系:

速度 $=\dfrac{\text{路程}}{\text{时间}}$;密度 $=\dfrac{\text{质量}}{\text{体积}}$;浓度 $=\dfrac{\text{溶质}}{\text{溶液}}$;

增长率 $=\dfrac{\text{增量}}{\text{基础量}}$;工作效率 $=\dfrac{\text{工作量}}{\text{工作时间}}$.

【重点详述及例析】

本章内容是高中数学知识的基础,在初、高中数学中起到承上启下的作用,所蕴含的数学基本概念、基本运算,在历年的成人高考试题中均有所体现.

一、重点详述

本章的重点是:正确理解实数、整式、分式、二次根式的有关概念、性质和运算法则,能熟练地进行有关运算,能灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题.

二、例题分析

例1　选择题(每小题中只有一个结论是正确的,把正确结论的代号写在题中的括号内)

(1)下列说法正确的是　　(　　)

A. 两个无理数的和一定是无理数

B. 实数 a 的3倍一定大于这个数 a

C. 任何负数的倒数都小于这个负数的相反数

D. 如果$|m|=-m$,则m一定是负数

分析 不妨设x为无理数,则$y=-x$也是无理数.因为$x+y=x+(-x)=0$,所以A不正确.当$a=-1$时,$3a=-3$,而$-3<-1$,则$3a<a$,所以B不正确.因为零的绝对值和零的相反数都等于零,则$m\leqslant 0$,所以D不正确.因此正确答案为C.

答 C.

(2)若a是实数,则下列结论中成立的一个是 (　　)

A. $-a$是负数　　B. $2a$是偶数

C. $(-a)^3=-a^3$　　D. $(-a)^2=-a^2$

分析 $\because (-a)^3=(-a)(-a)(-a)=(-1)^3a^3=-a^3$,$\therefore$应选C.

答 C.

(3)已知a、b是实数,下列命题正确的是 (　　)

A. 如果$a\neq b$,那么$a^2\neq b^2$

B. 如果$|a|=|b|$,那么$a=b$

C. 如果$ab=0$,那么$a=0$且$b=0$

D. 如果$a>|b|$,那么$a^2>b^2$

分析 A中,$2\neq -2$,但$2^2=(-2)^2$成立;B中,如$|2|=|-2|$,但$2\neq -2$;C中,如$2\cdot 0=0$,而$2\neq 0$;D中,由$a>|b|>0$可知,$|a|>|b|$,所以$a^2>b^2$成立.应选D.

答 D.

说明 本例体现了数学选择题中的三种方法.(1)是淘汰法,就是根据已知的题设条件,将错误的结论逐个淘汰,从而获得正确的方法.(2)是直接法,就是从已知的题设条件出发,通过推理、运算从而得出结果的方法.(3)是验证法,就是由题设找出合适的验证条件,再通过验证,找出正确答案的方法.

例2 已知$\sqrt{x-4}+|y+6|=0$

求$(-\frac{x}{2})^{100}-(\frac{y}{3})^{100}$的值.

分析 $\sqrt{x-4}$与$|y+6|$都是非负数,而几个非负数的和等于零,必定每个非负数都等于零,这是非负数的一条重要性质.

解:

$$\because \sqrt{x-4}+|y+6|=0$$

$$\therefore \begin{cases} x-4=0 \\ y+6=0 \end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases} x=4 \\ y=-6 \end{cases}$$

$$于是(-\frac{x}{2})^{100}-(\frac{y}{3})^{100}$$

$$=(-\frac{4}{2})^{100}-(\frac{-6}{3})^{100}$$

$$=(-2)^{100}-(-2)^{100}$$

$$=0$$

例 3 求证:方程 $x^4+x^2-2x+4=0$ 无实数根.

解:原方程化为 $x^4+(x-1)^2+3=0$

$\because x^4\geqslant0,(x-1)^2\geqslant0$

$\therefore x^4+(x-1)^2+3>0$

$\therefore$方程 $x^4+x^2-2x+4=0$ 无实数解.

说明 利用非负数的概念和性质,是解数学题的一个重要技巧.

例 4 求代数式$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}$的值.

分析 利用绝对值定义是解绝对值问题的基本方法.化简含有绝对值的式子,其关键在于正确判断绝对值符号内代数式的值的符号,进而正确脱去绝对值符号.

解:由定义$\frac{a}{|a|}=\begin{cases}1(a>0)\\-1(a<0)\end{cases}$

$\frac{b}{|b|}=\begin{cases}1(b>0)\\-1(b<0)\end{cases}$

$\frac{ab}{|ab|}=\begin{cases}1(ab>0)\\-1(ab<0)\end{cases}$

所以①当 $a>0$ 且 $b>0$ 时

$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=1+1+1=3$

②当 $a>0$ 且 $b<0$ 或 $a<0$ 且 $b>0$ 时

$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=1-1-1=-1$

③当 $a<0$ 且 $b<0$ 时

$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}=-1-1+1=-1$

所以原式的值为 3 或 -1.

例 5 计算(1) $-3^2+(-3)^{-1}-\sqrt[3]{-8}\times(\frac{1}{8})^0+\frac{1}{\sqrt{3}-2}$

(2) $(-1)^{1999}+(-3)^2\times|-\frac{2}{9}|-4^3\div(-2)^4$

解:(1)原式 $=-9+(-\frac{1}{3})-(-2)\times1+\frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}$

$=-9-\frac{1}{3}+2+\frac{\sqrt{3}+2}{3-4}$

$=-7\frac{1}{3}-(\sqrt{3}+2)$

$=-7\frac{1}{3}-\sqrt{3}-2$

$= -9\frac{1}{3} - \sqrt{3}$

(2)原式 $= -1 + 9 \times \frac{2}{9} - 64 \div 16$

$= -1 + 2 - 64 \times \frac{1}{16}$

$= 1 - 4$

$= -3$

说明 运用实数的有关概念、运算法则进行计算时,要注意运算律和运算顺序,关键是把好符号关.

例 6 已知 $-\frac{2}{3}a^{x}b^{y+8}$ 与 $4a^{2y}b^{3x-y}$ 的和是单项式,则 $x^{y} =$ ______.

分析 单项式与单项式的和不一定是单项式,只有当两个单项是同类项时,它们的和才是单项式.

解:依题意:$-\frac{2}{3}a^{x}b^{y+8}$ 与 $4a^{2y}b^{3x-y}$ 是同类项,所以 $\begin{cases} x = 2y \\ y + 8 = 3x - y \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

所以 $x^{y} = 4^{2} = 16$.

例 7 (1)当 x 取何值时,分式 $\frac{|x| - 2}{2x^{2} + 5x + 2}$ 没有意义?(2)当 x 取何值时,该分式的值为零?

分析 (1)一个分式的分母如果是零(不管分子如何),则这个分式无意义.

(2)一个分式的依为零,必须满足两个条件:①分式有意义,即分母不为零.②分子为零.

解:(1)由分母 $2x^{2} + 5x + 2 = 0$ 得

$(2x + 1)(x + 2) = 0$

$x_{1} = -\frac{1}{2}, x_{2} = -2$

$\therefore$ 当 $x = -\frac{1}{2}$ 或 $x = -2$ 时,分式没有意义.

(2)要使分式的值为零,必须满足

$$\begin{cases} |x| - 2 = 0 & ① \\ 2x^{2} + 5x + 2 \neq 0 & ② \end{cases}$$

由①得 $x = \pm 2$

由②得 $x \neq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq -2$.

所以当 $x = 2$ 时,分式的值为零.

例 8 计算:

(1) $9x^{2}(x^{2} - 2xy) - (9x^{2}y^{3} - 18x^{5}y^{3}) \div (-3xy)^{2}$

(2)$(mn+1)^2(m^2n^2-mn+1)^2$

(3)$(3a-2b+c)(3a+2b-c)$

解:(1)原式$=9x^4-18x^3y-\frac{9x^2y^3}{9x^2y^2}+\frac{18x^5y^3}{9x^2y^2}$

$=9x^4-18x^3y-y+2x^3y$

$=9x^4-16x^3y-y$

(2)原式$=[(mn+1)(m^2n^2-mn+1)]^2$

$=(m^3n^3+1)^2$

$=m^6n^6+2m^3n^3+1$

(3)原式$=[3a-(2b-c)][3a+(2b-c)]$

$=9a^2-(2b-c)^2$

$=9a^2-(4b^2-4bc+c^2)$

$=9a^2-4b^2+4bc-c^2$

说明 整式运算需掌握合并同类项、去括号法则,幂的运算法则,特别是整式乘法需熟练掌握利用乘法公式进行计算.

例9 把下列各式分解因式:

(1)$a^2b+4ab-12b$

(2)$4x^2+\frac{1}{4}-2x-9y^2$

(3)$x^4+x^2+2ax+1-a^2$

(4)$x^2-17x-60$

(5)$x^2+2xy-8y^2+2x+14y-3$

(6)$x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$

解:(1)原式$=b(a^2+4a-12)$

$=b(a+6)(a-2)$

(2)原式$=[(2x)^2-2\cdot(2x)\cdot\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2]-(3y)^2$

$=(2x-\frac{1}{2})^2-(3y)^2$

$=(2x-\frac{1}{2}+3y)(2x-\frac{1}{2}-3y)$

(3)原式$=(x^4+2x^2+1)-(x^2-2ax+a^2)$

$=(x^2+1)^2-(x-a)^2$

$=(x^2+1+x-a)(x^2+1-x+a)$

(4)原式$=(x+3)(x-20)$