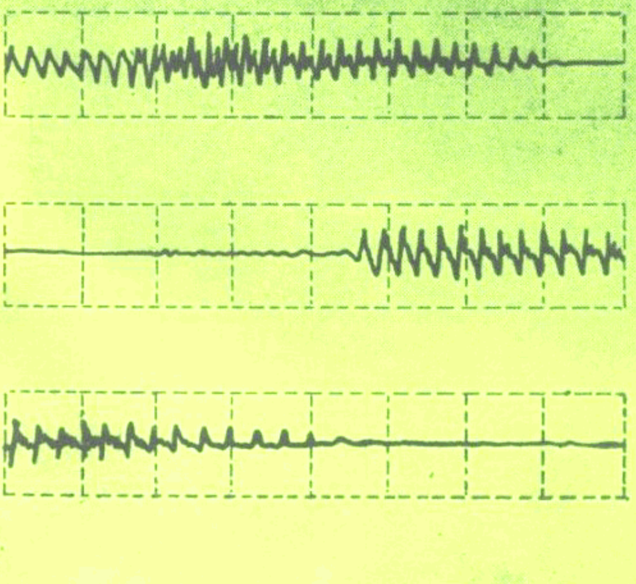
ALAN V. OPPENHEIM
ALAN S. WILLSKY

SIGNALS and SYSTEMS

信号与系统习题解答

阎鸿森



西安交通大学出版社

信号与系统习题解答

阎 鸿 森

西安交通大学出版社

内 容 提 要

本习题解答包括了[美]A.V.Oppenheim 等著《Signals and Systems》一书的全部383个习题的题解。是中译本《信号与系统》一书的配套书。题解中所包括的习题都是A.V.Oppenheim 教授等人从十多年教学与科研的经验体会中总结出来的。这些习题类型丰富多彩，密切联系实际，具有相当难度。本题解对于读者加深理解《信号与系统》一书的内容，提高分析问题和解决问题的能力，都有很大帮助。

信号与系统习题解答

阎 鸿 森

责任编辑　早 雪　房立民

西安交通大学出版社出版

(西安市咸宁路28号)

西安交通大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店发行　各地新华书店经售

开本 787×1092 1/16　印张 21.25　字数：524千字

1988年6月第1版　1988年6月第1次印刷

印数：1——5000册

ISBN 7-5605-0063-3/TN·4 定价：5.30元

前　言

这本题解是[美] A.V.Oppenheim、A.S.Willsky、I.T.Young 所著《Signals and Systems》一书中全部习题（共 383 题）的解答，是与原著及其中译本（刘树棠译，西安交通大学出版社 1985 年出版）配套使用的教学参考书。

A.V.Oppenheim 等著的《信号与系统》一书是近年来在国际上颇受欢迎的一本核心课程的教科书，为国外众多大学所采用，在国内也受到广泛重视，普遍认为这本书代表了该课程当代的较高水平。自本书的中译本出版以来，已被不少高校选为基本教材或教学参考书，对我国同类课程的教材改革与更新起了推动作用。

本书之所以受到广泛重视，除了体系新颖、选材得当、条理清楚；论述严谨、系统而又深入浅出；对问题的处理独具匠心，很有独到之处以外，另一个很重要的原因，就是本书配有大量经过精心挑选，类型各异，典型而又深入，既重视基本理论又密切联系工程实际的习题。认真地选做习题是学习信号与系统课不可缺少的训练手段，对于深入理解和掌握基本理论，增强分析问题与解决问题的能力都有很大帮助。这本教材的习题在很大程度上是对正文的补充与深化，并据此很好地解决了教材起点、深度与广度之间的矛盾。正因为如此，这本书中既有巩固加深基本概念的习题，也有旨在对教材内容拓宽、深化和补充的习题；既有注重基本理论、基本技能训练的习题，也有密切联系实际应用的习题。由于这些习题不仅数量大，而且有相当难度，因此自本书中译本出版以来，不少从事该课程教学的教师、学生及其它有关人员都迫切希望有一本较好的题解出版，以满足各方面的需要。

自 1984 年春季，我们就开始使用 A.V.Oppenheim 等著的《信号与系统》一书作为教材，并在教学过程中对该书的全部习题逐一作了解答，以满足教学的需要。经过几年的教学实践，不断修改、完善、补充，形成了这本习题解答。在这本题解中，力求能给读者以清晰的解题思路和一定的解题技巧。除少量较简单的习题只给出答案外，大部分习题都给出了主要的解题步骤。由于这本题解不是独立的，为了节省篇幅，题解中没有给出原题。读者需要将题解与原著或中译本的习题对照起来使用。但读者对习题仍应独立求解，在解题的过程中锻炼和提高自己分析问题与解决问题的能力。应将题解作为核对、补充自己的解答，以及从中得到启示的工具，决不应该依赖题解，代替自己的独立思考。

在这本题解完成、修改、充实的过程中，参考了刘树棠副教授从美国 Prentice-Hall. Inc. 索取的题解手稿复制本。将我所做的解答逐题与之进行了核对，同时纠正了手稿复制本中的一些错误，也从手稿复制本得到了不少有益的启示，这对本人的工作给予了有力的帮助。刘树棠副教授对这本题解的完成始终给予了热忱的关心、支持和指导；参与本课程教学的杨晓锋、陈海光、马春排、薛培鼎、夏维实等同志在教学实践中都曾提出过宝贵意见，在此对这些同志表示衷心的感谢。

由于本人水平所限，这本题解中缺点错误在所难免，谒诚欢迎读者批评指正。

阎　鸿　森

1987 年 9 月于西安交通大学信息与控制工程系

目　　录

第二章 信号与系统

2.1 (a) $x=r\cos\theta$,

$y=r\sin\theta$,

(b) $r=\sqrt{x^2+y^2}$

$\theta=\operatorname{arc\,tg}\dfrac{y}{x}$, $\left(-\dfrac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)$

(c) 不能唯一确定 x 和 y。因为由 $\operatorname{tg}\theta$ 可以得到两个幅角 θ 和 $\theta+\pi$，因此 r 和 $\operatorname{tg}\theta$ 对应着两个点 $re^{j\theta}$ 和 $re^{j(\theta+\pi)}$。

2.2 (a) $\dfrac{1}{2}(e^{j\theta}+e^{-j\theta})=\dfrac{1}{2}(\cos\theta+j\sin\theta+\cos\theta-j\sin\theta)=\cos\theta$

(b) $\dfrac{1}{2j}(e^{j\theta}-e^{-j\theta})=\dfrac{1}{2j}(\cos\theta+j\sin\theta-\cos\theta+j\sin\theta)=\sin\theta$

(c) $\cos(\theta+\varphi)=\mathscr{R}e\{e^{j(\theta+\varphi)}\}=\cos\theta\cos\varphi-\sin\theta\sin\varphi$

当 $\theta=\varphi$ 时，有 $\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1$

$$\therefore \qquad \cos^2\theta=\frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$$

(d) 由(c)可知：$\cos(\theta-\varphi)=\cos\theta\cos\varphi+\sin\theta\sin\varphi$

$$\therefore \qquad \sin\theta\sin\varphi=\frac{1}{2}\cos(\theta-\varphi)-\frac{1}{2}\cos(\theta+\varphi)$$

(e) 由(c)取虚部即可得 $\sin(\theta+\varphi)=\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta\sin\varphi$

2.3 (a) $z_1=r_0e^{-j\theta_0}=x_0-jy_0$　　(b) $z_2=r_0=\sqrt{x_0^2+y_0^2}$

(c) $z_3=r_0e^{j(\theta_0+\pi)}=-x_0-jy_0$　　(d) $z_4=r_0e^{j(\pi-\theta_0)}=-x_0+jy_0$

(e) $z_5=r_0e^{j(\theta_0+2\pi)}=x_0+jy_0$,　　图示略。

2.4 (a) $zz^*=r^2$　　(b) $\dfrac{z}{z^*}=e^{j2\theta}$

(c) $z+z^*=2\mathscr{R}e\{z\}$　　(d) $z-z^*=2j\mathscr{I}_m\{z\}$

(e) $(z_1+z_2)^*=z_1^*+z_2^*$　　(f) $(az_1z_2)^*=az_1^*z_2^*$

(g) $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^*=\dfrac{z_1^*}{z_2^*}$　　(h) $\mathscr{R}e\left\{\dfrac{z_1}{z_2}\right\}=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{z_1z_2^*+z_1^*z_2}{z_2z_2^*}\right]$

2.5 (a) $\dfrac{3+4j}{1-2j}=\dfrac{-5+10j}{5}=-1+2j$　　(b) $\dfrac{j(2+j)}{(1+j)(2-j)}=\dfrac{-1+7j}{10}=-\dfrac{1}{10}+j\dfrac{7}{10}$

(c) $2j\dfrac{(1+j)^2}{(3-j)}=-\dfrac{6}{5}-j\dfrac{2}{5}$　　(d) $4e^{j(\pi/6)}=2\sqrt{3}+j2$

(e) $\sqrt{2}\,e^{j(25\pi/4)}=\sqrt{2}\,e^{j\frac{\pi}{4}}=1+j$　　(f) $je^{j(11\pi/4)}=je^{j\frac{3\pi}{4}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}-j\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(g) $3e^{j4\pi}+2e^{j7\pi}=1$　　(h) $\sqrt{2}\,e^{-j\frac{\pi}{4}}=1-j$

(i) $(1-j)^8=(\sqrt{2}\,e^{-j\frac{\pi}{4}})^8=16-j16$ (j) $\dfrac{6e^{-j\pi/3}}{1-j}=\dfrac{3+3\sqrt{3}}{2}+j\dfrac{3-3\sqrt{3}}{2}$

图示略。

2.6 (a) $1+j\sqrt{3}=2e^{j\frac{\pi}{3}}$　　(b) $-5=5e^{j\pi}$　　(c) $-5-5j=5\sqrt{2}\,e^{j\frac{5\pi}{4}}$

(d) $3+4j=5e^{j\theta}$, $\theta=\operatorname{tg}^{-1}\dfrac{4}{3}$　　(e) $(1-j\sqrt{3})^3=(2e^{-j\pi/3})^3=8e^{-j\pi}=-8$

(f) $(1+j)^5=(\sqrt{2}\,e^{j\frac{\pi}{4}})^5=4\sqrt{2}\,e^{j\frac{5\pi}{4}}$　　(g) $(\sqrt{3}+j^3)(1-j)=2\sqrt{2}\,e^{-j\frac{5\pi}{12}}$

(h) $\dfrac{2-j(6/\sqrt{3})}{2+j(6/\sqrt{3})}=e^{-j\frac{2\pi}{3}}$　　(i) $\dfrac{1+j\sqrt{3}}{\sqrt{3}+j}=e^{j\frac{\pi}{6}}$　　(j) $j(1+j)\,e^{j\frac{\pi}{6}}=\sqrt{2}\,e^{j\frac{11\pi}{12}}$

(k) $(\sqrt{3}+j)2\sqrt{2}\,e^{-j\frac{\pi}{4}}=4\sqrt{2}\,e^{-j\frac{\pi}{12}}$　　(l) $\dfrac{e^{j\frac{\pi}{3}}-1}{1+j\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{3}}$　　图示略。

2.7 (a) $(e^z)^*=(e^xe^{jy})^*=e^{x-jy}=e^{z^*}$

(b) $z_1z_2^*+z_1^*z_2=z_1z_2^*+(z_1z_2^*)^*=2\mathscr{Re}\{z_1z_2^*\}=(z_1^*z_2)^*+z_1^*z_2=2\mathscr{Re}\{z_1^*z_2\}$

(c) $|z|=|re^{j\theta}|=r$, $|z^*|=|re^{-j\theta}|=r$, $\therefore |z|=|z^*|$

(d) $|z_1z_2|=|r_1r_2e^{j\theta_1}e^{j\theta_2}|=r_1r_2$, $|z_1||z_2|=r_1r_2$, $\therefore |z_1z_2|=|z_1||z_2|$

(e) $\mathscr{Re}\{z\}=x$, $\mathscr{I}_m\{z\}=y$, $|z|=\sqrt{x^2+y^2}$, $\because\ x\leqslant\sqrt{x^2+y^2}$, $y\leqslant\sqrt{x^2+y^2}$

$\therefore$　$\mathscr{Re}\{z\}\leqslant|z|$, $\mathscr{I}_m\{z\}\leqslant|z|$

(f) $|z_1z_2^*+z_1^*z_2|=|2\mathscr{Re}\{z_1z_2^*\}|=2r_1r_2|\cos(\theta_1-\theta_2)|\leqslant 2r_1r_2=2|z_1z_2|$

(g) $(|z_1|-|z_2|)^2=r_1^2+r_2^2-2r_1r_2$, $|z_1+z_2|^2=r_1^2+r_2^2+2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)$

$(|z_1|+|z_2|)^2=r_1^2+r_2^2+2r_1r_2$, $\because -1\leqslant\cos(\theta_1-\theta_2)\leqslant 1$

$\therefore$　$r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\leqslant r_1^2+r_2^2+2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)\leqslant r_1^2+r_2^2+2r_1r_2$

即　$(|z_1|-|z_2|)^2\leqslant|z_1+z_2|^2\leqslant(|z_1|+|z_2|)^2$

2.8 (a) $\alpha=1$ 时，$\sum\limits_{n=0}^{N-1}\alpha^n=N$

$\alpha\neq1$ 时，$\sum\limits_{n=0}^{N-1}\alpha^n-\sum\limits_{n=0}^{N-1}\alpha^{n+1}=1-\alpha^N=(1-\alpha)\sum\limits_{n=0}^{N-1}\alpha^n$

$$\therefore\quad \sum_{n=0}^{N-1}\alpha^n=\begin{cases}N & ,\ \alpha=1\\ \dfrac{1-\alpha^N}{1-\alpha}, & \alpha\neq1\text{ 的任何复数}\end{cases}$$

(b) 当 $|\alpha|<1$ 时，$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\alpha^n=\lim\limits_{N\to\infty}\sum\limits_{n=0}^{N-1}\alpha^n=\lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{1-\alpha^N}{1-\alpha}=\dfrac{1}{1-\alpha}$

(c) $\because\ \dfrac{d}{d\alpha}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\alpha^n=\dfrac{1}{\alpha}\sum\limits_{n=0}^{\infty}n\alpha^n=\dfrac{1}{(1-\alpha)^2}$, $\therefore \sum\limits_{n=0}^{\infty}n\alpha^n=\dfrac{\alpha}{(1-\alpha)^2}$

(d) $\sum\limits_{n=k}^{\infty}\alpha^n=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\alpha^n-\sum\limits_{n=0}^{k-1}\alpha^n=\dfrac{1}{1-\alpha}-\dfrac{1-\alpha^k}{1-\alpha}=\dfrac{\alpha^k}{1-\alpha}$

2.9 (a) 各信号波形如图 PS 2.9-1(i)～(vi)所示。

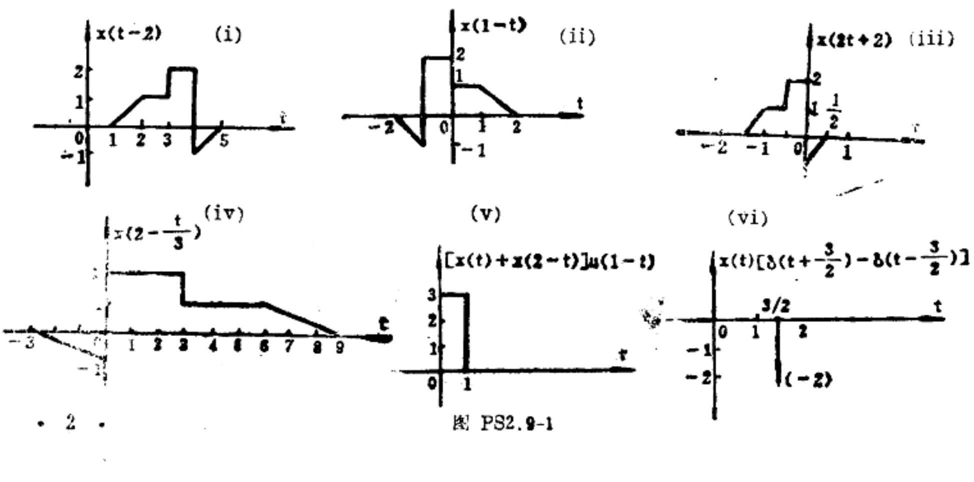


图 PS2.9-1

(b) 各信号波形如图 PS2.9-2(i)～(vii)所示。

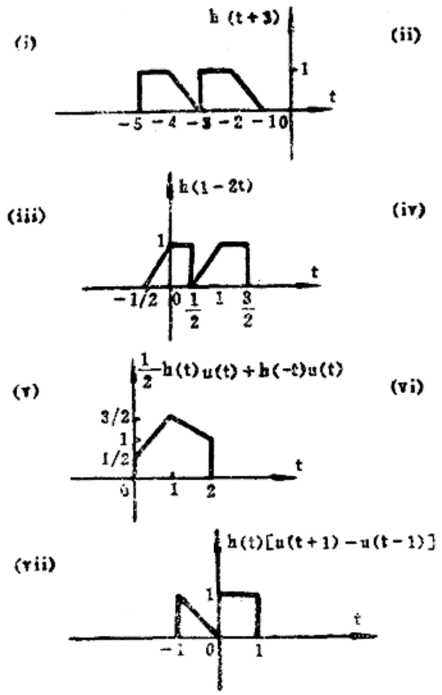
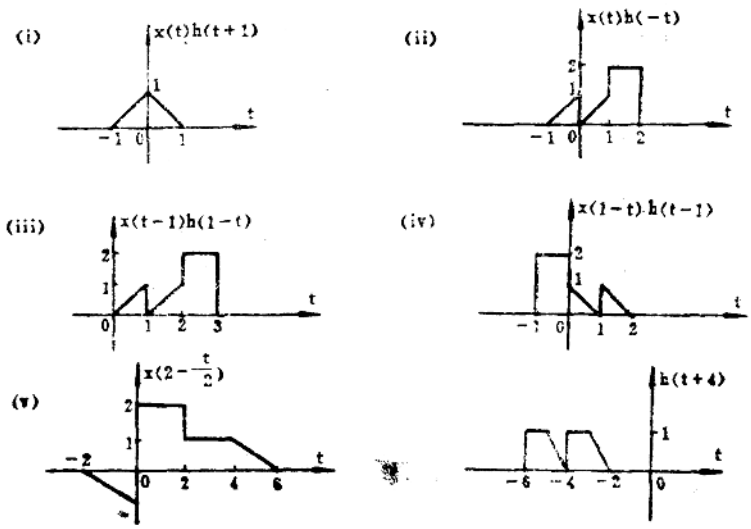


图 PS2.9-2

(c) 各信号波形如图 PS2.9-3(i)－(v)所示。



∴ $x(2-t/2)h(t+4)=0$

图 PS2.9-3

2.10(a) 各信号波形如图 PS2.10-1(i)～(viii)所示。

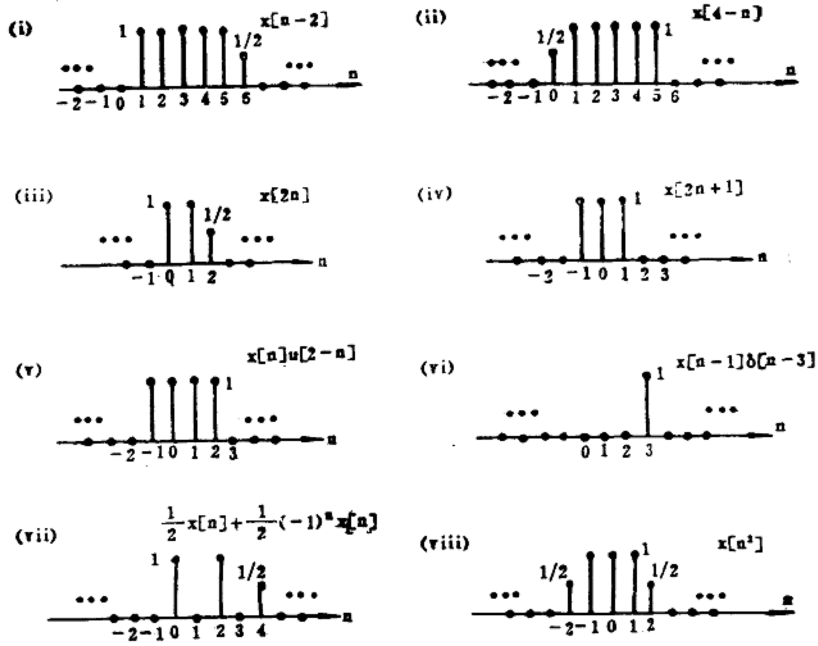


图 PS2.10-1

(b) 各信号波形如图 PS2.10-2(i)～(vi)所示。

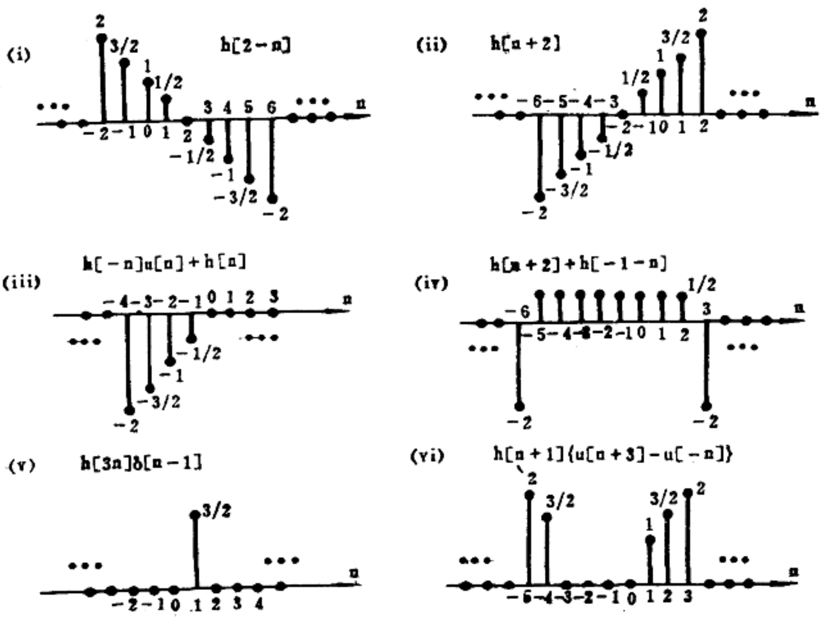


图 PS2.10-2

(c) 各信号波形如图 PS2.10-3(i)～(iv)所示。

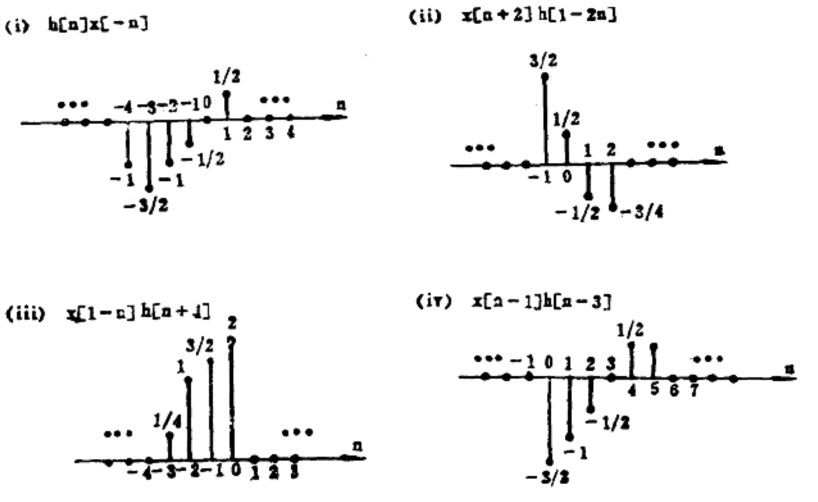


图 PS2.10-3

2.11(a) (i) 由 $\begin{cases} -1\leqslant x+1\leqslant 1 \\ -1\leqslant y-2\leqslant 1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -2\leqslant x\leqslant 0 \\ 1\leqslant y\leqslant 3 \end{cases}$

$$\therefore\quad d(x+1,y-2)=\begin{cases} 1, & -2\leqslant x\leqslant 0,\ 1\leqslant y\leqslant 3 \\ 0, & \text{其余部分} \end{cases}$$

如图 PS2.11-1(i)所示。

(ii) 由 $\begin{cases} -1\leqslant \dfrac{x}{2}\leqslant 1 \\ -1\leqslant 2y\leqslant 1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -2\leqslant x\leqslant 2 \\ -\dfrac{1}{2}\leqslant y\leqslant \dfrac{1}{2} \end{cases}$

$$\therefore\quad d\left(\frac{x}{2},2y\right)=\begin{cases} 1, & -2\leqslant x\leqslant 2,\ -\dfrac{1}{2}\leqslant y\leqslant \dfrac{1}{2} \\ 0, & \text{其余部分} \end{cases}$$

如图 PS2.11-1(ii)所示。

(iii) 由 $\begin{cases} -1\leqslant 3x\leqslant 1 \\ -1\leqslant y\leqslant 1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} -\dfrac{1}{3}\leqslant x\leqslant \dfrac{1}{3} \\ -1\leqslant y\leqslant 1 \end{cases}$

$$\therefore\quad d(y,\ 3x)=\begin{cases} 1, & -\dfrac{1}{3}\leqslant x\leqslant \dfrac{1}{3},\ -1\leqslant y\leqslant 1 \\ 0, & \text{其余部分} \end{cases}$$

如图 PS2.11-1(iii)所示。

(iv) 由 $\begin{cases} -1\leqslant x-y\leqslant 1 \\ -1\leqslant x+y\leqslant 1 \end{cases}$ 得 $d(x-y,x+y)=\begin{cases} 1, -1\leqslant x-y\leqslant 1, -1\leqslant x+y\leqslant 1 \\ 0, \text{其余部分} \end{cases}$

如图 PS2.11-1(iv)所示。

(v) 由 $\begin{cases} -1\leqslant\dfrac{1}{x}\leqslant 1 \\ -1\leqslant\dfrac{1}{y}\leqslant 1 \end{cases}$ 知：当 $\begin{cases} x\geqslant 1 \\ y\geqslant 1 \end{cases}$, $\begin{cases} x\leqslant -1 \\ y\leqslant -1 \end{cases}$, $\begin{cases} x\geqslant 1 \\ y\leqslant -1 \end{cases}$, $\begin{cases} x\leqslant -1 \\ y\geqslant 1 \end{cases}$ 时

$d\left(\dfrac{1}{x}, \dfrac{1}{y}\right)$为 1，其余部分为零。如图 PS2.11-1(v)所示。

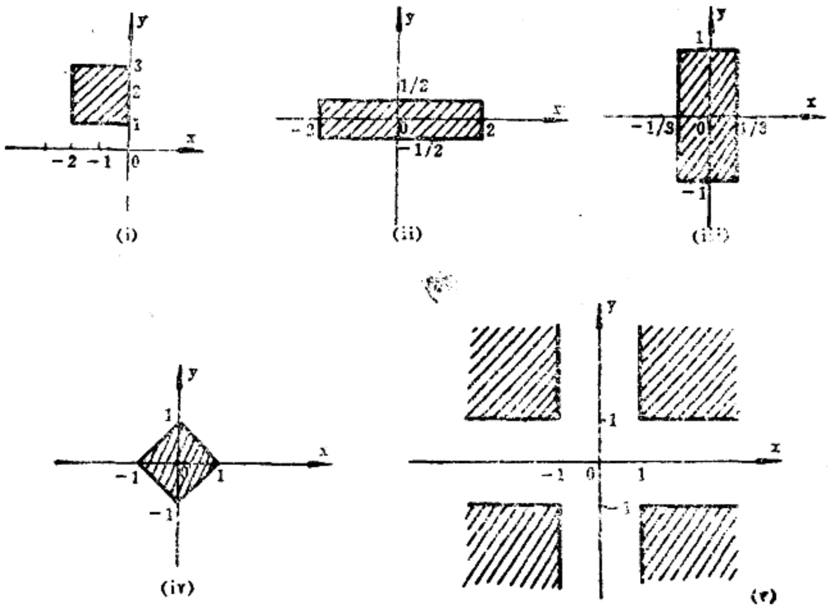


图 PS2.11-1

(b) (i) $f(x-3, y+2)$如图 PS2.11-2(i)所示。

(ii) $f(x, -y)$如图 PS2.11-2(ii)所示。

(iii) $f\left(-\dfrac{1}{2}y, 2x\right)$如图 PS2.11-2(iii)所示。

(iv) $f(2-x, -1-y)$如图 PS2.11-2(iv)所示。

(v) $f\left(2y-1, \dfrac{x}{3}+2\right)$如图 PS2.11-2(v)所示。

(vi) $f(x\cos\theta-y\sin\theta,\ x\sin\theta+y\cos\theta), \theta=\dfrac{\pi}{4}$，即是将 $f(x, y)$顺时针转动 θ 而得，如图 PS2.11-2(vi)所示。

(vii) $\because\quad u\left(\dfrac{1}{2}-y\right)=\begin{cases} 1, & y<\dfrac{1}{2} \\ 0, & y>\dfrac{1}{2} \end{cases}$

$\therefore\quad f(x,y)\ u\left(\dfrac{1}{2}-y\right)$如图 PS2.11-2(vii) 所示。

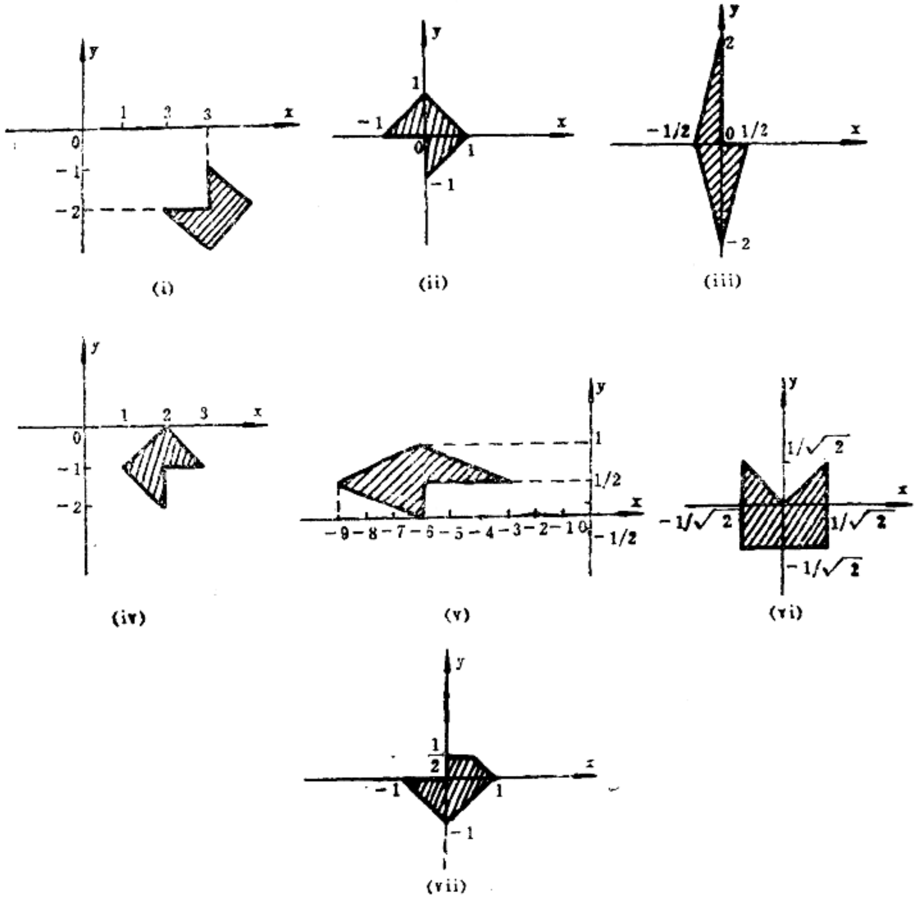


图 PS2.11-2

2.12 由$\mathscr{E}_v\{x(t)\}=\frac{1}{2}[x(t)+x(-t)]$，$\mathscr{O}_d\{x(t)\}=\frac{1}{2}[x(t)-x(-t)]$

$x_e[n]=\frac{1}{2}(x[n]+x[-n])$， $x_o[n]=\frac{1}{2}(x[n]-x[-n])$可得各信号的偶部与奇部分别如图 PS2.12(a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f)所示。

2.13(a) $\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]=\sum_{n=-\infty}^{-1}x[n]+\sum_{n=1}^{\infty}x[n]+x[0]=\sum_{n=1}^{\infty}x[-n]+\sum_{n=1}^{\infty}x[n]+x[0]$

$\because$ $x[n]=-x[-n]$，$x[0]=0$， $\therefore$ $\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]=-\sum_{n=1}^{\infty}x[n]+\sum_{n=1}^{\infty}x[n]=0$

(b) $\because$ $x_1[n]$是奇信号，$x_1[n]=-x_1[-n]$

$x_2[n]$是偶信号，$x_2[n]=x_2[-n]$

$\therefore$ $x_1[-n]x_2[-n]=-x_1[n]x_2[n]$，即 $x_1[n]x_2[n]$是奇信号。

(c) $\sum_{n=-\infty}^{\infty}x^2[n]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_e^2[n]+\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_o^2[n]+2\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_e[n]x_o[n]$

$\because$ $x_e[n]x_o[n]$是奇信号， $\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_e[n]x_o[n]=0$

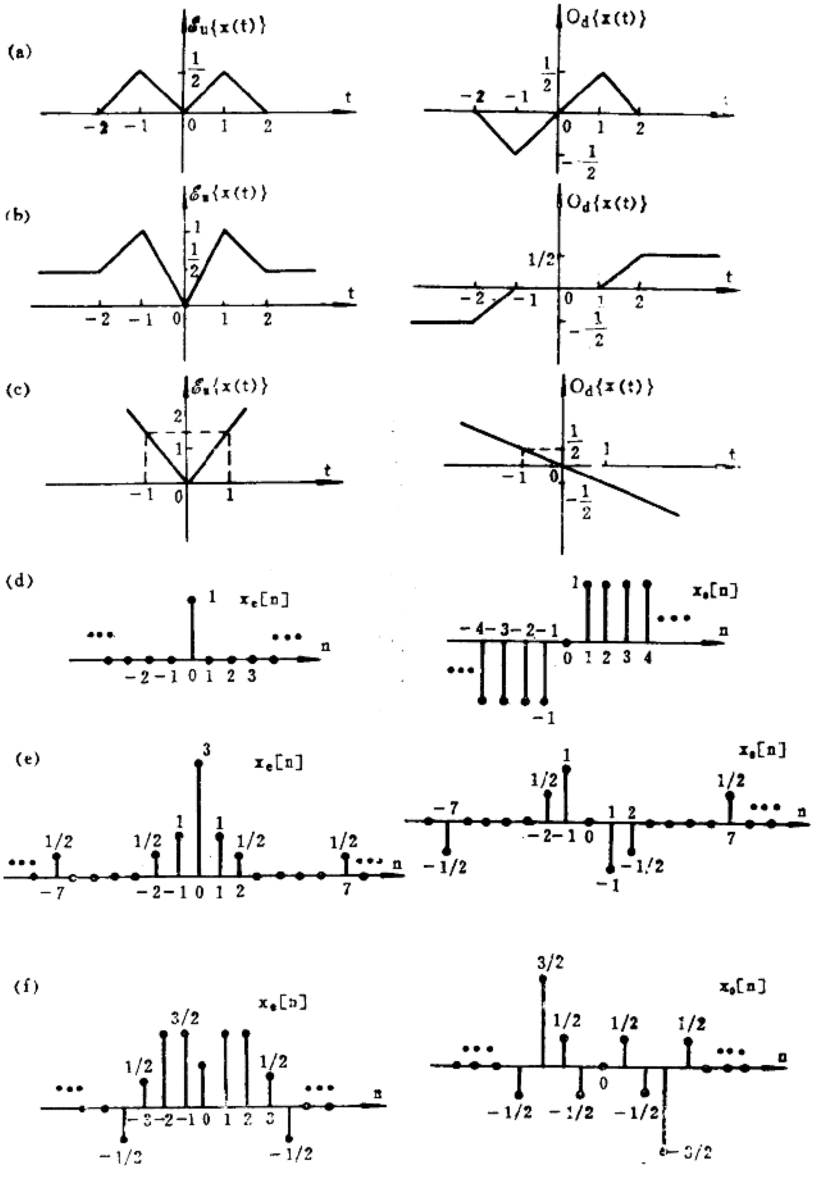


图 PS2.12

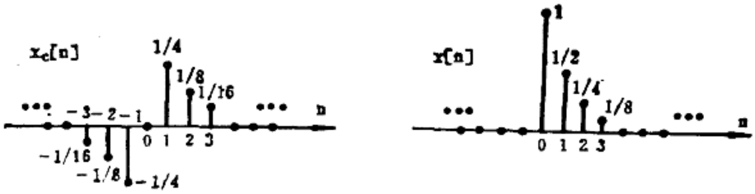
$$\therefore \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_e^2[n] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_0^2[n]$$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_e^2(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} x_0^2(t)dt + 2\int_{-\infty}^{\infty} x_e(t)x_0(t)dt$

$\because \quad x_e(t)x_0(t)$是奇信号，$\int_{-\infty}^{\infty} x_e(t)x_0(t)dt = 0$

$$\therefore \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_e^2(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} x_0^2(t)dt$$

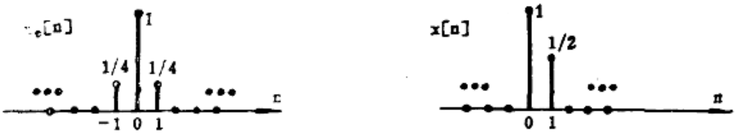
.14(a) ∵ $x[n]=0, n<0$，由图 P2.14(a)所示 $x_e[n]$ 可得 $x_0[n]$ 如图 PS2.14-1(a)所示。由 $x[n]=x_e[n]+x_0[n]$ 可得 $x[n]$ 如图 PS2.14-1(b)所示。



(a) (b)

图 PS2.14-1

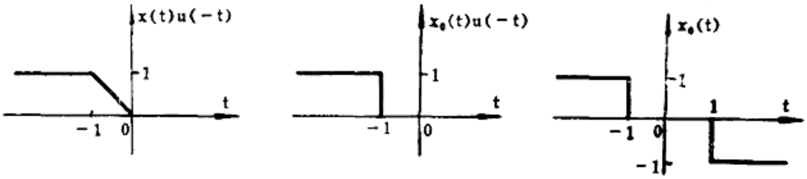
(b) ∵ $x[n]=0$，$n<0$，$x[0]=1$，由图 P2.14(b)所示 $x_0[n]$ 可得 $x_e[n]$，由 $x[n]=x_e[n]+x_0[n]$ 即可得 $x[n]$，分别如图 PS2.14-2(a)、(b)所示。



(a) (b)

图 PS2.14-2

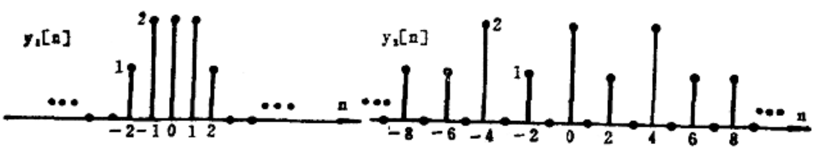
(c) 由图 P2.14(d)可得 $x(t)u(-t)$，由 $x(t)u(-t)=x_e(t)u(-t)+x_0(t)u(-t)$ 可得 $x_0(t)u(-t)$，从而得到 $x_0(t)$。分别如图 PS2.14-3(a)、(b)、(c)所示。



(a) (b) (c)

图 PS2.14-3

2.15(a) $y_1[n]=x[2n]$ 如图 PS2.15(a)所示，$y_2[n]$ 如图 PS2.15(b)所示。



(a) (b)

图 PS2.15

(b) 由 $y_1(t)=x(2t)$，$y_2(t)=x(t/2)$可知

(1) 正确。若 $x(t)$的周期为 T，则 $y_1(t)$的周期为 $T/2$，

(2) 正确。若 $y_1(t)$的周期为 T，则 $x(t)$的周期为 $2T$。

(3) 正确。若 $x(t)$的周期为 T，则 $y_2(t)$的周期为 $2T$。

(4) 正确。若 $y_2(t)$的周期为 T，则 $x(t)$的周期为 $T/2$。

由 $y_1[n]=x[2n]$，$y_2[n]=\begin{cases} x[n/2], & n\text{ 为偶数} \\ 0 & , n\text{ 为奇数} \end{cases}$ 可知

(1) 正确。设 $x[n]$的周期为N。如果N为偶数，则 $y_1[n]$的周期为 $N_0=N/2$；如果N为奇数，则必须有 $2N_0=2N$，才能保证周期性，此时 $y_1[n]$的周期为 $N_0=N$。

(2) 不正确。设 $x[n]=g[n]+h[n]$，其中 $g[n]=\sin\frac{\pi n}{4}$，对所有 n，

$h[n]=\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^n, & n\text{ 为奇数}, \\ 0 & , n\text{ 为偶数}, \end{cases}$ 显然 $x[n]$是非周期的，但 $y_1[n]$是周期的。

(3) 正确。若 $x[n]$的周期为 N，则 $y_2[n]$的周期为 $2N$。

(4) 正确。若 $y_2[n]$的周期为 N，则 N 只能是偶数。$x[n]$的周期为 $N/2$。

2.16(a) $x(t)=2\cos(3t+\pi/4)$，周期信号，$T=\frac{2\pi}{3}$。

(b) $x(t)=e^{j(\pi t-1)}$，周期信号，$T=2$。

(c) $x[n]=\cos(8\pi n/7+2)$，周期信号，$\because\ \Omega_0=\frac{8\pi}{7}$，$\therefore\ N=7$。

(d) $x[n]=e^{j(\frac{n}{8}-\pi)}$，非周期信号，因为 $\Omega_0/2\pi$ 是无理数。

(e) $x(t)=\left[\sin\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\right]^2=\frac{1}{2}\left[1-\cos\left(2t-\frac{\pi}{3}\right)\right]$，周期信号，$T=\pi$。

(f) $x[n]=\cos(\pi n^2/8)$，设周期为 N，应有$\frac{(n+N)^2\pi}{8}=2k\pi+\frac{\pi n^2}{8}$，为此要求：$2nN+N^2=16k$，($k$ 为整数)，欲使该式对所有 n 都成立，则 N^2 和 $2N$ 均应是 16 的整数倍。由此可得$N=8$，$\therefore$ $x[n]$是周期信号，其周期为$N=8$。

(g) $x[n]=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-3m]-\delta[n-1-3m]\}$，设周期为 N，则有

$x[n+N]=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}\{\delta[n+N-3m]-\delta[n+N-1-3m]\}$，令 $N=3k$，(k 为整数)

则 $x[n+3k]=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-3(m-k)]-\delta[n-1-3(m-k)]\}$，令 $m-k=l$ 则有

$x[n+3k]=\sum\limits_{l=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-3l]-\delta[n-1-3l]\}$ 显然，$x[n]$是周期信号，其周期为 $N=3$。

(h) $x(t)=(\cos 2\pi t)u(t)$，非周期信号。

(i) $x(t)=\mathscr{E}_v\{(\cos 2\pi t)u(t)\}=\frac{1}{2}[(\cos 2\pi t)u(t)+(\cos 2\pi t)u(-t)]$，只要定义 ( ) $=1/2$，$x(t)$就是周期信号，且周期 $T=1$。

(j) $x(t)=\mathscr{E}_v\left\{\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{4}\right)u(t)\right\}$，非周期信号。

(k) $\because$ $\cos\frac{n}{4}$是非周期的，$\therefore$ $x[n]$是非周期信号。

(l) $x[n]$是周期信号，其周期就是$\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$、$\sin\left(\frac{\pi n}{8}\right)$和$\cos\left(\frac{\pi n}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$的公共周期，

$\therefore$ 周期为$N=16$。

(m) $x(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}e^{-(t-3n)^2}$，设$x(t)$的周期为$T$，则有

$x(t+T)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}e^{-(t+T-3n)^2}$，令$T=3k$，($k$为整数)，则

$x(t+T)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}e^{-[t-3(n-k)]^2}=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}e^{-(t-3m)^2}=x(t)$

$\therefore$ $x(t)$是周期信号，其周期为$T=3$。

2.17(a) 若N_0为信号的基波周期，则有 $m\frac{2\pi}{N}N_0=2\pi k$，其中$m$和$k$为正整数，$N_0$是满足该式的最小正整数。

$\because$ $m=m_1\gcd(m,N)$，$N=N_1\gcd(m,N)$ $\therefore$ $\frac{m_1}{N_1}N_0=k$

由于m_1与N_1无公因子，欲使上式成立，只有$N_0=N_1$

$\therefore$
$$N_0=\frac{N}{\gcd(m,N)}$$

(b) $\phi_k[n]=e^{j\left(\frac{2\pi}{7}kn\right)}$，$N=7$；当$k=0$时，$N_0$可为任意整数，当$k=\pm 7m$，($m=1,2,3,\cdots$)时，$k/N$是整数，$\phi_k[n]$的基波周期为 $N_0=\frac{N}{\gcd(k,N)}=1$，

当$k\neq\pm 7m$，($m=0,1,2,3,\cdots$)时，k与N无公因子，$\therefore$ $N_0=N=7$

(c) $\phi_k[n]=e^{j\frac{2\pi}{8}kn}$，$N=8$；当$k=0$时，$N_0$可为任意整数。

当k为偶数，且$k\neq\pm 4m$，($m=1,2,3,\cdots$)时，$\gcd(k,N)=2$

$\therefore$
$$N_0=\frac{N}{\gcd(k,N)}=\frac{8}{2}=4$$

当$k=\pm 4m$时，$\gcd(k,N)=4$，　$\therefore$ $N_0=\frac{N}{\gcd(k,N)}=2$

当k为奇数时，k与N无公因子，$\therefore$ $N_0=N=8$

2.18(a) 如果$x[n]$是周期的，则有$e^{j\omega_0T(n+N)}=e^{j\omega_0Tn}$($N$为整数)，从而 $\omega_0TN=\frac{2\pi}{T_0}TN=2\pi k$，($k$为整数)，即 $\frac{T}{T_0}=\frac{k}{N}$，由于$k$和$N$均为整数，$\therefore$ $\frac{T}{T_0}$必是有理数，这就证明了必要性。

如果$\frac{T}{T_0}$是有理数，则可表示为$\frac{T}{T_0}=\frac{k}{N}$，其中$k$和$N$均为整数。于是有

$\frac{2\pi}{T_0}TN=2\pi k$，即 $\omega_0 TN=2\pi k$ $\quad\therefore\ e^{j\omega_0 T(n+N)}=e^{j\omega_0 TN}e^{j\omega_0 Tn}=e^{j\omega_0 Tn}e^{j2\pi k}=$

$e^{j\omega_0 Tn}$，表明 $x[n]$ 是周期的，这就证明了充分性。

(b) $\because\ \frac{T}{T_0}=\frac{p}{q}$，$\therefore\ x[n]$ 是周期的。即 $x[n]=e^{j\frac{2\pi}{q}pn}$

$x[n]$ 的基波周期为 $N_0=\frac{q}{\gcd(p,q)}$

基波频率为 $\frac{2\pi}{N_0}=\frac{2\pi}{q}\gcd(p,q)=\frac{2\pi}{p}\ \frac{T}{T_0}\gcd(p,q)=\frac{\omega_0 T}{p}\gcd(p,q)$

(c) $\because\ x[n]$ 的基波周期为 $N_0=\frac{q}{\gcd(p,q)}$，$q=\frac{T_0}{T}p$，$t=nT$

$\therefore$ 当 $t=N_0T=\frac{T_0 p}{\gcd(p,q)}$ 时，$x[n]$ 刚好为一个周期。也就是，要得到组成 $x[n]$

单个周期的所有样本值，需要 $x(t)$ 的周期数为 $\frac{p}{\gcd(p,q)}$。

2.19(a) $\because\ x(t)$，$y(t)$ 是周期的，$x(t+kT_1)=x(t)$，$y(t+lT_2)=y(t)$

令 $f(t)=x(t)+y(t)$，欲使 $f(t)$ 是周期的，必须有

$$f(t+T_0)=x(t+T_0)+y(t+T_0)=x(t)+y(t)=f(t)$$

$\therefore\ T_0=kT_1=lT_2$ 即 $\frac{T_1}{T_2}=\frac{l}{k}$，其中 k，l 为整数。

这表明：只要 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的周期之比 $\frac{T_1}{T_2}$ 是有理数，$x(t)+y(t)$ 就一定是周期的，

其基波周期 T_0 是 T_1，T_2 的最小公倍数。

(b) $\because\ x[n]$ 和 $y[n]$ 是周期的，$x[n+N_1]=x[n]$，$y[n+N_2]=y[n]$

令 $f[n]=x[n]+y[n]$，欲使 $f[n]$ 是周期的，必须有

$$N_0=kN_1=mN_2\quad(k,m\text{为整数})$$

即
$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{m}{k}=\frac{N_1'\gcd(N_1,N_2)}{N_2'\gcd(N_1,N_2)}=\frac{N_1'}{N_2'}$$

$\because\ N_1'$ 与 N_2' 无公因子，$\therefore\ m=N_1'$，$k=N_2'$

$$N_0=N_2'N_1=N_1N_2/\gcd(N_1,N_2)$$

(c) 令 $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$，其中 $x_1(t)=\cos\frac{2\pi}{3}t$，$T_1=3$

$x_2(t)=2\sin\frac{16\pi}{3}t$，$T_2=\frac{3}{8}$，则 $x(t)$ 的周期为 $T_0=3$

而 $y(t)=\sin\pi t$ 的周期为 $T_3=2$，$\therefore\ x(t)$ 与 $y(t)$ 的公共周期为 $T=6$。很显然，

$$x(t+6)y(t+6)=x(t)y(t)$$

$\therefore\ z(t)=x(t)y(t)$ 是周期的，其周期为 $T=6$

将 $x(t)$ 与 $y(t)$ 表示成复指数信号有

$x(t)=\frac{1}{2}e^{j\frac{2\pi}{3}t}+\frac{1}{2}e^{-j\frac{2\pi}{3}t}-je^{j\frac{16\pi}{3}t}+je^{-j\frac{16\pi}{3}t}$，$y(t)=\frac{-1}{2}j(e^{j\pi t}-e^{-j\pi t})$