萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

西洋近世算學小史

斯密斯著

段育華 周元瑞譯

商務印書館發行

西洋近世算學小史

斯密斯 著

段育華 周元瑞 譯

百科小叢書

萬有文庫

第一集一千種

總編纂者
王雲五

商務印書館發行

王雲五主編

萬有文庫

第一集一千種

西洋近世算學小史

斯密斯著

段育華 周元瑞譯

發行人 王雲五 上海寶山路五〇一號

印刷所 商務印書館 上海寶山路

發行所 商務印書館 上海及各埠

中華民國二十年四月初版

The Complete Library
Edited by
Y. W. WONG

HISTORY OF MODERN MATHEMATICS

BY D. E. SMITH
TRANSLATED BY Y. H. TWAN AND CHOW YUAN SHUI
PUBLISHED BY Y. W. WONG

THE COMMERCIAL PRESS, LTD.
Shanghai, China
1931

西洋近世算學小史

目次

西洋近世算學小史

第一章　緒論

研究近世算學史立發生二大問題：（一）算學二字之範圍？（二）近世二字之重力？換言之，即何謂近世算學？

茲篇所述，將限於純粹算學，其各支部應用之問題僅偶及之。大貢獻如牛頓 (Newton) 之於算理物理學；拉普拉斯 (Laplace) 之於天體力學；拉果蘭諸 (Lagrange) 與柯西 (Cauchy) 之於浪動論以及蒲哇孫 (Poisson)，佛耳內 (Fourier) 與柏塞爾 (Bessel) 之於熱學論；均屬於應用範圍者也。

專指言之，在數內範圍內將述及關於一般學理之貢獻，置無理數與超越數於科學基礎上者爲何人，及發展近世複數論且施諸四元論度界論 (Ausdehnungslehre) 者爲何人。在方程論中先

述其先導之學者與其所得結果之略要。繼由解五次方程之不可能，引起羣論與行列式之創始者。因而述此方面高等代數上之式論。除適遇論略涉及外，末述導出微分方程及函數論之微積學發達，以結束代數之全部。在幾何學之範圍內，將述及發展近代解析幾何與綜合幾何之貢獻者，及其最有價值之工作。著者如不限於篇幅，當開列其他重要支科之各研究者，但上述各學目之於算學，無論算學之定義若何，皆嘗認爲有卓越之地位者也。

近世算學，實未嘗有適當之定義。代數不可謂爲近世之產物，若方程論在十九世紀中，曾受有重大之增益，而式論則純爲近世之創製。同理於初等幾何羅巴秋士給(Lobachevsky)及波爾耶(Bolyai)之工作，於十九世紀曾放一異彩於此科之全部；而更近之三角形研究已於其理論上增一專章。由此觀之，近世算學史，亦卽古代算學各科之近世史；至於其他學目之視若近世之產物者，實則早種根於往昔者也。

是篇以簡短未能完備，觀於下列二書可以知之：一爲算學書目一八九三年印於巴黎，凡七十一葉，僅列舉學目之名稱，且大部爲近世者；二爲德之算學年鑑，凡二十六册，專記算學之進展，今則

每年且達千葉以上

近今發見之學目，大都已種根於十七十八兩世紀。笛卡兒（Descartes）發明解析幾何，裴馬(Fermat)之貢獻於數論，哈略（Harriot）之貢獻於代數學，巴斯噶(Pascal)之貢獻於幾何學及算理物理學，以及牛頓與來本之（Leibniz）之發明微分學，皆足使十七世紀永垂不朽。十八世紀當然爲一大活動時期，瑞士之尤拉（Euler），彭祿利（Bernoulli）父子兄弟，法蘭西之達蘭貝耳(D'Alembert)，拉果蘭諸，拉普拉斯，以及德意志之鑑伯(Lambert)，一時蠭起，宣傳牛頓之大發明，且於理論應用兩方亦多所推廣。獨惜在此活動中於微積分學與沿襲之算學原理，皆默不深考，培基固礎，尙有待於後世也。

十九世紀爲熱烈研究首要原則，認定各支部必要之限度，擴大算學之智識，並開闢應用算學領域之一時期。影響最巨者，則爲科學研究院，科學雜誌，以及大學講席之設立。幾何學之復興，其功多出於巴黎理工學校（一七九四）及布拉格(Prague 一八〇六)，維也納（Vienna 一八一五），柏林（Berlin 一八二〇），卡爾斯魯（Karlsruhe 一八二五）等城同性質之學校。至十九

世紀中葉以算學名家之歸附，聲譽愈隆，遂使楚黎(Zürich)，卡爾斯魯，慕尼克(Munich)，德斯登(Dresden)等城稱爲算學之中心。

法國理工學校雜誌始於一七九六年，克拉爾(Crelle)算學雜誌始於一八二六年，其後十年盧微爾(Liouville)始創行純粹與應用算學雜誌，後乃由賴色爾(Rosal)及約但(Jordan)二氏繼任其事。劍橋算學雜誌始於一八三九年，至一八四六年則合併而爲劍橋都伯林算學雜誌云。其餘定期刊物之發揮算學知識者略述其名如下：

算學新聞年刊(Nouvelles Annales de Mathematiques)一八四二年。

格隆納氏算學記載(Grunert's Archiv der Mathamatik)一八四三年。

陀托林尼氏數理科學年刊(Tortolini's Annali di Scienze Matematiche E. Fisiche)一八五〇年。

胥朗美氏數理雜誌(Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik)一八五六年。

算學季刊(The Quarterly Journal of Mathematics) 一八五七年。

巴他格林尼氏數學雜誌(Battaglini's Giornale di Matematiche) 一八六三年。

算學年刊 (Mathematische Annalen) 一八六九年。

法國數理科學雜誌 (Bulletin des Sciences Mathematiques) 一八七〇年。

美國算學雜誌(American Journal of Mathematics) 一八七八年。

算學雜誌 (Acta Mathematica) 一八八二年。

算學年刊 (Annals of Mathematics) 一八八四年。

此外應附帶提及者，則爲現代有特殊目的之一種嘗試，即算學家之介紹 (L'Intermédiaire des Mathématiciens) 始於一八八四年；及二種頗有價值之逐年刊物：（一）德國算學年鑑上文已述及之（始於一八六八年），（二）德國算學會週年報告（始於一八九二年）是也。

學校及雜誌之影響固大，然尚有各種研究社，其社務及講演錄，與其所印行可爲紀念之專集，亦有若干之影響焉。

前所述首要原則之研究，實因十八世紀濫用微積學解析幾何學自然之結果。其發展可見之於無窮級數之定理；於有理數無理數，複數之基本原則；於極限連續性，無窮大無窮小之意義。然十九世紀之所造詣，尚不止此也。是時嘗創有幾種重大之新學科於純粹應用兩方面皆有無窮之希望。其最重者爲柯西 (Cauchy)，雷曼 (Riemann)，外斯屈斯 (Weierstrass) 於始創之函數論。其次則爲圖畫幾何，投影幾何，及羣論，式論，行列式論。

十九世紀自然爲一分門專究之時期。在其開始之際，人或以爲將如拉果蘭諸，拉普拉斯，高斯 (Gauss) 之所爲，以算學，物理學，天文學爲其方針。孰知自孟諸 (Monge)，噶爾諾 (Carnot)，彭色勒 (Poncelet)，斯泰涅 (Steiner)，伽羅哇 (Galois)，阿柏爾 (Abel) 及耶可比 (Jacobi) 之輩出，乃分算學爲種種支科，其界線向爲曖昧不明者而專究之。及至近世則又呈一種反響，如函數論與羣論頗有合併之趨勢云。

第二章　數論

數論原爲希臘人嗜好之學目，十六十七兩世紀賴韋特（Viote），貝拆（Bachet）之努力得以復興，尤以裴馬（Fermat）之功爲多云。十八世紀尤拉（Euler）與拉果蘭諸（Lagrange）均有貢獻。至十八世紀之末，得勒向德（Legendre）與高斯（Gauss）之大工作，此學始具有科學之形式。而高斯之理論算學（Disquisitianes Arithmetcae）一書，實開近世理論研究之端倪。此學分爲二大部：其一爲整數之研究，包括（一）質數（prime），同餘數（congruence），餘數（residues），逆數律（law of reciprocity）及（二）式論（theory of form）；其二爲複數（complex number）之研究。

質數在十九世紀頗爲一般學者所注意，但其結果僅務其詳瑣，而遺其會通。至柴比千（Tchébichef）始獲得二定限中質數之個數之結論，雷曼（Riemann）亦有一著名之公式能求不超過某與數其中質數個數之定限。

同餘數之學理，可謂始於高斯之理論算學，氏首創 $a \equiv b$（模 c）記號，且多所擴充。柴比千於一八四七年，曾有關於此學之俄文論著，使此學見稱於世者，法國薩雷(Serret)之功亦不少云。

勒向德以前算學家在數論上之工作與貢獻，既如上述，至於基本定理二次剩餘之相反律，則當歸功於勒氏，故常附有勒氏之名字；此律雖爲尤拉用歸納法所發現，而首先獲得殊種之證明者，則爲勒氏，見於其所著之數論中（一七九八）。至一七九五年高斯始發現此律之一般的證明。此外對於此律有貢獻者有：柯西(Cauchy)，法蘭西最靈變之算學家也；狄里胥勒(Dirichlet)氏有數論行世，由戴德肯(Dedekind)出版，爲一名著；耶可比(Jacobi)曾創一記號，後卽以其名名之；盧微爾(Liouville)；策勒(Zeller)；愛生斯坦(Eisenstein)；孔謨(Kummer)；克郎勒克(Kronecker)等。此律後更推廣以包括三次四次之相反性，其工作最著者，則有高斯，耶可比，孔謨，而耶氏則爲首先證明三次律者也。

高斯幷用二元二次形表示數字。柯西，彭索(Poinsot)，勒伯斯克(Lebesque)均有所增益，最著者爲赫邁(Hermite)。三元形之研究，當以愛生斯坦氏爲首領。氏與斯密(H. J. S. Smith)對

於形式論有一般之改進。斯氏有三元二次形之完全分類，并將高斯之實數二次形推廣至複數之二次形。以四，五，六，七，八等平方和爲數字表示之研究，其推進者爲愛生思坦，完成之者，則爲斯密。

狄里胥勒爲德國最熱心研究數論者，曾以此題講演於德國之大學。其著作爲裴馬(Fermat)氏定理 $x^n+y^n=z^n$ 之擴充。此定理在昔尤拉與勒向德曾證得 $n=3,4,$ 時之可能，而狄氏則發現 $x^5+y^5=az^5$ 之不可能也。最近法國之數論學者則有波勒爾(Borel)，彭加(Poincaré)，譚納禮(Tannery)，斯底澤(Stieltjes)。以波氏著作爲最多，且有價值。德國之著名數論學者，則爲克郎勒克，孔謨，雪林(Schering)，巴克曼(Bachmann)，戴德肯。在奧國則有斯托濟(Stalz)之數論著作(Vorlesungen über allgemeine Arithmatik, 1885—86)。在英國則有馬索(Mathews)之數論(Theory of Nunber, Part I, 1892)。其餘如堅若齊(Genocchi)，西薇士德(Sylvester)以及格雷瑟(Glaisher)，亦有貢獻也。

第三章　無理數及超越數

十六世紀時，分整負數已得一般學者最後之承認。十七世紀，則見現今小數分數之寫法早已通行。十八世紀，虛數已爲棣美華（De Moivre）尤其是尤拉研究算學有力之工具。洎乎十九世紀之工作則爲完成複數論，分析無理數爲代數無理數與超然無理數二類，證明超然無理數之存在，幷以科學方法研究自歐几里得（Euclid）以來一無進步之無理數。一八七二年有外斯屈斯（Weierstrass）（由其徒科沙 Kossak 爲之出版）海涅（Heine），坎陀（Cantor）及戴德肯（Dedekind）諸氏之學說印行。梅雷（Meray）於一八六九年即嘗研究海氏之理，然今皆指爲一八七二年之作云。外氏之法得丙切爾（Pincherle）之發揮（一八八〇）而益明；戴（Dedekind）氏之法，則由作者於一八八八年之著述而愈顯，最近譚納禮（Tanery 一八九四）更贊助之。外氏，坎氏，海氏之學說，根據無窮級數。戴氏則由實數系之分割觀念，分有理數爲具有殊性之二組，以立論。其後外氏，克郎勒克（Kronecker），梅雷尙有繼續之貢獻。

連續分數與無理數，有密切之關係，初爲尤拉所注意。十九世紀初葉，拉果蘭諸 (Lagrange) 有著名之論著，此外則於一八三七年有菊肯彌勒 (Druckenmüller)，一八七二年有孔慈 (Kunze)，一八七〇年有倫母克 (Lemke)，一八七二年有君特 (Günther) 等有價值之貢獻。累馬斯 (Ramus) 首先以之聯合行列式而研究之結果以海湼，麥俾烏 (Möbius)，君特之繼續研究，而得無窮行列式之理論。狄里胥勒 (Dirichlet) 於連分數通論，及其應用亦頗多貢獻。

首先區別超然無理數與代數無理數者，爲克郎勒克鑑伯 (Lambert) 曾證明（一七六一）π 不能爲有理數，而 e^n（n 爲有理數）爲無理數，惟其證明尚有未盡之處。其後勒向德 (Legendre，一七九四）始足成之，且謂 π 不能爲有理數之平方根。盧微爾證得 e 與 e^n 均不能爲整係數二次方程式之根。超越數之存在，雖由盧氏之說（一八四九一八五一）得以成立，然其充分證明則坎陀之力（一八七三）也。赫邁 (Hermite) 首先證明 e 爲超越數，林特曼 (Lindemann) 由赫氏之結論，推得 π 亦爲超越數，林氏之證明初由外斯屈斯化簡之(一八八五)，其後由希爾伯(Hilbert)化之則更簡矣（一八九三），最後得胡耳維茲 (Hurwitz) 及哥頓 (Gordan) 則竟化爲初等之