奥数教程

总主编
单墫 熊斌

·初一年级·

本册主编 单墫

华东师范大学出版社

总主编　单　墫　熊　斌

奥数教程

·初一年级·

本册主编　单　墫
参 编 者　顾继玲　张新华

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数教程.初一年级 / 单 墫主编. 一上海:华东师范大学出版社,2000.10

ISBN 7-5617-2310-5

Ⅰ.奥... Ⅱ.单... Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 48993 号

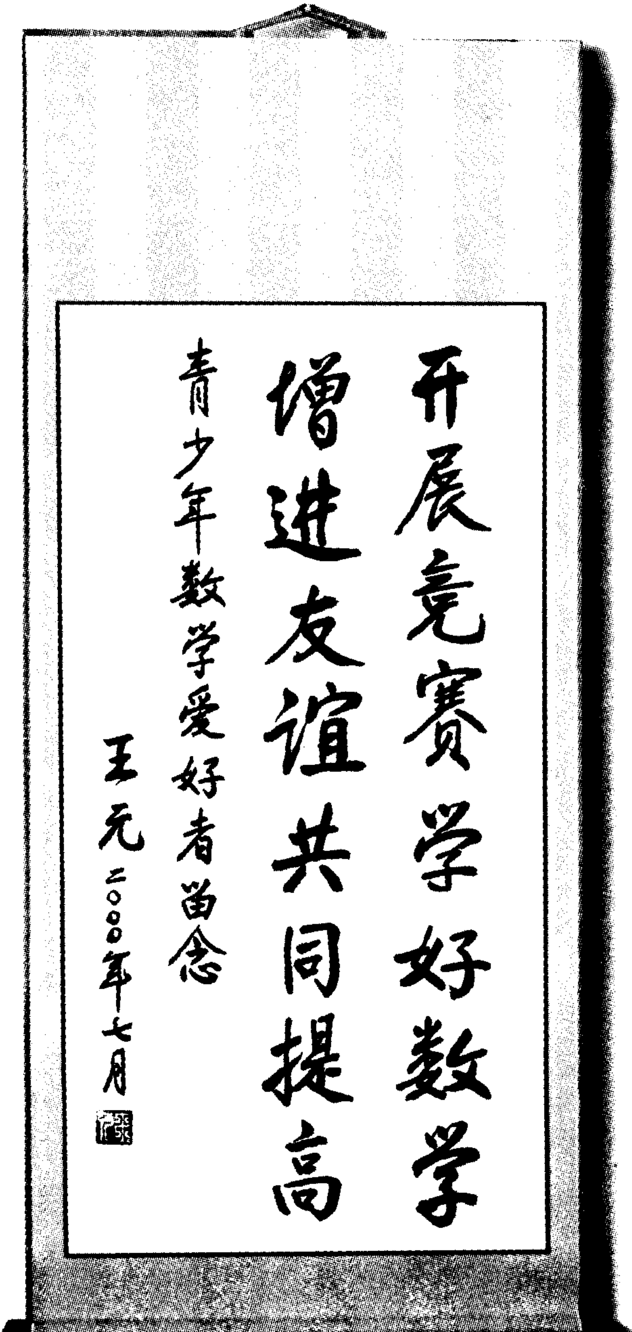
奥 数 教 程

·初一年级·

总 主 编 单 墫 熊 斌
策划组稿 倪 明 宋维锋
本册主编 单 墫
责任编辑 宋维锋
封面设计 高 山
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
市场部 电话 021－62865537
传真 021－62860410
社 址 上海市中山北路 3663 号
邮编 200062
http://www.ecnupress.com.cn
印 刷 者 江苏句容市排印厂
开 本 890×1 240 32 开
印 张 9.5
字 数 264 千字
版 次 2000 年 10 月第一版
印 次 2002 年 1 月第九次
书 号 ISBN 7-5617-2310-5/G·1086
定 价 11.00 元

出 版 人 朱杰人
(如发现本版图书有质量问题,请寄回本社发行科调换或电话 62865537 联系)



中国数学奥林匹克委员会主席、中国科学院王元院士致青少年数学爱好者

前　言

据说在很多国家，特别是美国，孩子们害怕数学，把数学作为“不受欢迎的学科”.

但在中国，情况很不相同，很多少年儿童喜爱数学，数学成绩也都很好.

的确，数学是中国人擅长的学科.如果在美国的中小学，你见到几个中国学生，那么全班数学的前几名就非他们莫属.

在数(shǔ)数(shù)阶段，中国儿童就显出优势.

中国人能用一只手表示1～10，而很多国家非用两只手不可.

中国人早就有位数的概念，而且采用最方便的十进制(不少国家至今还有12进制，60进制的残余).

中国文字都是单音节，易于背诵.例如乘法表，学生很快就能掌握.再“傻”的人也都知道“不管三七二十一”.但外国人，一学乘法，头就大了.不信，请你用英语背一下乘法表，真是佶屈聱牙，难以成诵.

圆周率$\pi=3.14159\cdots$.背到小数后五位，中国人花一两分钟就够了.可是俄国人为了背这几个数字，专门写了一首诗，第一句三个单词，第二句一个，……要背π先背诗，我们看来简直自找麻烦，可他们还作为记忆的妙法.

四则运算应用题及其算术解法，也是中国数学的一大特色.从很古的时候开始，中国人就编了很多应用题，或联系实际，或饶有兴趣，解法简洁优雅，机敏而又多种多样，有助于提高学生学习兴趣，启迪学生智慧.例如：

“一百个和尚分一百个馒头，大和尚一个人吃三个，小和尚三个人吃一个，问有几个大和尚，几个小和尚？”

外国人多半只会列方程解.中国人却有多种算术解法,如将每个大和尚“变”成 9 个小和尚,100 个馒头表明小和尚是 300 个.多出 200 个和尚,是由于每个大和尚变小和尚,多变出 8 个人.从而 $200 \div 8 = 25$ 即是大和尚人数.小和尚自然是 75 人.或将一个大和尚与 3 个小和尚编成一组,平均每人吃一个馒头.恰好与总体的平均数相等.所以大和尚与小和尚这样编组后不多不少,即大和尚是 $100 \div (3 + 1) = 25$ 人.

中国人善于计算,尤其善于心算.古代还有人会用手指帮助计算(所谓“掐指一算”).同时,中国很早就有计算的器械,如算筹、算盘.后者可以说是计算机的雏形.

在数学的入门阶段——算术的学习中,我国的优势显然,所以数学往往是我国聪明的孩子喜爱的学科.

几何推理,在我国古代并不发达(但关于几何图形的计算,我国有不少论著),比希腊人稍逊一筹.但是,中国人善于向别人学习.目前我国中学生的几何水平,在世界上遥遥领先.曾有一个外国教育代表团来到我国一个初中班,他们认为所教的几何内容太深,学生不可能接受.但听课之后,不得不承认这些内容中国的学生不但能够理解,而且掌握得很好.

我国数学教育成绩显著.在国际数学竞赛中,我国选手获得众多奖牌,就是最有力的证明.当代著名数学家陈省身先生对此特别赞赏.他说:“今年一件值得庆祝的事,是中国在国际数学竞赛中获得第一.……去年也是第一名.”(陈省身 1990 年 10 月在台湾成功大学的讲演《怎样把中国建为数学大国》)

陈省身先生还预言:“中国将在 21 世纪成为数学大国.”

成为数学大国,当然不是一件容易的事,不可能一蹴而就,它需要坚持不懈的努力.我们编写这套丛书,目的就是:

1. 进一步普及数学知识,使数学为更多的青少年喜爱,帮助他们取得好的成绩.

2. 使喜爱数学的同学得到更好的发展,通过这套丛书,学到更多的知识和方法.

“天下大事,必作于细.”我们希望,而且相信,这套丛书的出版,

在使我国成为数学大国的努力中，能起到一点作用.

著名数学家、中国科学院院士、中国数学奥林匹克委员会主席王元先生担任本丛书顾问，并为青少年数学爱好者题词. 我们表示衷心的感谢.

还要感谢华东师范大学出版社及倪明先生，没有他们，这套丛书不可能很快问世.

本丛书从小学三年级至高中三年级共10册. 本册为初一年级，由单墫主编.

单 墫 熊 斌

2000年8月

目　录

代数篇 …………………………………………………… 1
第一讲　有理数的巧算…………………………………… 1
第二讲　代数式的化简与求值(一) ……………………… 11
第三讲　绝对值 ………………………………………… 19
第四讲　一元一次方程 ………………………………… 28
第五讲　一次方程组 …………………………………… 35
第六讲　一次方程组的应用 …………………………… 43
第七讲　列方程(组)解应用题 ………………………… 50
第八讲　“设而不求” ………………………………… 59
第九讲　一次不等式(组) ……………………………… 69
第十讲　含绝对值的方程和不等式 …………………… 80
第十一讲　不等式的应用 ……………………………… 88
第十二讲　整式的乘法和除法 ………………………… 97
第十三讲　待定系数法………………………………… 104
第十四讲　综合除法和余数定理……………………… 114
第十五讲　代数式的化简与求值(二)………………… 123

几何篇 …………………………………………………… 132
第十六讲　线段………………………………………… 132
第十七讲　角…………………………………………… 145
第十八讲　从三角形内角和谈起……………………… 156
第十九讲　相交线和平行线…………………………… 167
第二十讲　面积………………………………………… 176

综 合 篇 …………………………………………………… 188
第二十一讲　整除 …………………………………………… 188
第二十二讲　奇数和偶数 ……………………………………… 195
第二十三讲　质数和合数 ……………………………………… 202
第二十四讲　二元一次不定方程 ……………………………… 210
第二十五讲　加法原理和乘法原理 …………………………… 218
第二十六讲　抽屉原理 ……………………………………… 225
第二十七讲　应用题精选 ……………………………………… 232
第二十八讲　生活中的数学 …………………………………… 240

综合测试题(一) …………………………………………… 248
综合测试题(二) …………………………………………… 251

习题解答 …………………………………………………… 254

代数篇

第一讲　有理数的巧算

一、知识要点和基本方法

有理数的运算内容丰富、方法灵活、技巧性强，它是初中代数中最基本的运算．在运算过程中，巧用运算规律（如加法交换律、结合律，乘法交换律、结合律和分配律等）和其他的运算方法及技巧，可以使运算简捷、方便．

二、例题精讲

例1　计算：$29\frac{3}{5}-1\frac{1}{3}-15\frac{1}{4}+3\frac{2}{3}-2\frac{1}{3}-14\frac{2}{5}+0.25$

解　原式$=\left(-1\frac{1}{3}+3\frac{2}{3}-2\frac{1}{3}\right)+\left(29\frac{3}{5}-14\frac{2}{5}\right)$

$$+\left(-15\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=0+(29-14-15)+\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=0+\frac{1}{5}+0$$

$$=\frac{1}{5}.$$

说明　在进行有理数加减法时，先观察有没有相加后为0的数，若有，先将它们结合起来相加．然后可以把同分母的数结合相加．若

是带分数，还可以将其整数部分和分数部分分别结合相加.若既有小数，又有分数，通常将小数化为分数.在有理数交换位置或结合的时候，必须带着自身的性质符号（“+”号或“−”号，有时“+”号可省略）交换或结合.

例2 计算：$-2.5\div 0.75\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{3}{4}\right)\div(-1.4)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times\frac{2}{3}$

解 原式 $=-\frac{5}{2}\div\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{7}{4}\right)\div\left(-\frac{7}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times\frac{2}{3}$

$$=-\left(\frac{5}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{7}{4}\times\frac{5}{7}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\right)$$

$$=-\frac{1}{3}.$$

说明 在进行有理数的乘除运算时，要注意确定结果的符号：若有奇数个负数相乘除，则其结果为负的；若有偶数个负数相乘除，则其结果为正的.通常将小数化为分数，带分数化为假分数并把除法转化为乘法，能约分的先约分，尽量化简.另外，要熟记一些常用的数据，如 $0.125=\frac{1}{8}$，$0.25=\frac{1}{4}$，$0.375=\frac{3}{8}$，$0.75=\frac{3}{4}$ 等.

例3 计算：$0.7\times 1\frac{2}{11}-6.6\times\frac{3}{7}-2.2\div\frac{7}{3}+0.7\times\frac{9}{11}+3.3\div\frac{7}{8}$

解 原式 $=\left(0.7\times 1\frac{2}{11}+0.7\times\frac{9}{11}\right)+\left(-6.6\times\frac{3}{7}-2.2\times\frac{3}{7}+3.3\times\frac{8}{7}\right)$

$$=0.7\times\left(1\frac{2}{11}+\frac{9}{11}\right)-6.6\times\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{7}-\frac{4}{7}\right)$$

$= 0.7 \times 2 - 6.6 \times 0$

$= 1.4.$

说明 在进行有理数的混合运算时，若有公因子，一般可把公因子先提出，然后进行运算. 有时，可以利用一些因子之间的内在关系，如本例中的 6.6、3.3 和 2.2，适当变化后获得公因子，然后提出. 若公因子是负数，要特别注意提取后各项的符号应变号.

例 4 计算：$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

解 原式 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \left(\frac{1}{64} + \frac{1}{64}\right) - \frac{1}{64}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{32}\right) - \frac{1}{64}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right) - \frac{1}{64}$

$= \cdots\cdots$

$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{64}$

$= 1 - \frac{1}{64}$

$= \frac{63}{64}.$

说明 上例中，我们经过观察发现上式的特点是后一项是前一项的一半，因此，如果我们把后一项加上它本身，就可以得到前一项的值，因此，我们巧添了一个辅助数$\frac{1}{64}$，使问题得以顺利解决. 当然，在添加上$\frac{1}{64}$后不要忘了还应减去$\frac{1}{64}$. 其实，例 4 的解法还有很多，试举以下几种.

解法 2 设原式 $= S$，两边同乘以 64，则

$$64S = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63,$$

因此　$S=\frac{63}{64}$，

即　　原式 $=\frac{63}{64}$.

解法 3　原式 $=\frac{1}{64}(32+16+8+4+2+1)$

$$=\frac{1}{64}\times 63$$

$$=\frac{63}{64}.$$

解法 4　设原式 $=S$，两边同乘以 $\frac{1}{2}$，则

$$\frac{1}{2}S=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128},$$

因此　$S-\frac{1}{2}S=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right.$

$$\left.+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}\right)$$

$$=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{32}-\frac{1}{32}\right)+\left(\frac{1}{64}-\frac{1}{64}\right)-\frac{1}{128}$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{128}=\frac{63}{128},$$

即　$\frac{1}{2}S=\frac{63}{128}$，所以 $S=\frac{63}{64}$，

即　原式 $=\frac{63}{64}$.

想一想，上述几种解法分别利用了原式的什么特点？用了哪些技巧？特别是解法 4，更要仔细品味一下，用它可以解决很多类似问题.

例 5　计算：(1) $1+2+3+4+\cdots+1\,997+1\,998+1\,999$

(2) $1-2+3-4+\cdots+1\,997-1\,998+1\,999$

解 (1) 令 $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 1\,997 + 1\,998 + 1\,999$，

则 $S = 1\,999 + 1\,998 + 1\,997 + 1\,996 + \cdots + 3 + 2 + 1$，

两式相加得

$$2S = (1+1\,999)+(2+1\,998)+(3+1\,997)+\cdots+(1\,999+1)$$

$$= \underbrace{2\,000 + 2\,000 + \cdots + 2\,000}_{\text{共}1\,999\text{个}}$$

$$= 2\,000 \times 1\,999,$$

所以 $S = \dfrac{2\,000 \times 1\,999}{2} = 1\,999\,000$，

即 原式 $= 1\,999\,000$.

说明 上述算式的特点是:后一项减去前一项的差都相等.这样的一列数,称为等差数列.即若一列数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$,有 $a_{i+1} - a_i = d$(常数),($i = 1, 2, \cdots, n-1$),则这列数称为等差数列,其中 a_1 称为首项,a_n 称为末项,n 为项数,d 为公差.等差数列的和 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 的计算公式为:和 $= \dfrac{(\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数}}{2}$.

有时,项数不能直接看出,可用下面的公式计算:

$$\text{项数} = \frac{\text{末项} - \text{首项}}{\text{公差}} + 1.$$

(2) 原式 $= 1 + (-2+3) + (-4+5) + \cdots + (-1\,998+1\,999)$

$= 1 + 1 + \cdots + 1$(共 1 000 个 1)

$= 1\,000$.

说明 巧结合,可以简化运算,这是由本题的特点所决定的.所以,在做题时,不要拿起笔就匆匆去做.应先观察一下题目的特点,根据特点下手,往往有事半功倍的效果.

例 6 计算:$\dfrac{1}{1\times 2} + \dfrac{1}{2\times 3} + \dfrac{1}{3\times 4} + \cdots + \dfrac{1}{1\,999\times 2\,000}$

解 原式 $= \left(1 - \dfrac{1}{2}\right) + \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right) + \left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}\right) + \cdots$

$$+\left(\frac{1}{1\,999}-\frac{1}{2\,000}\right)$$

$$=1+\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)+\cdots$$

$$+\left(-\frac{1}{1\,999}+\frac{1}{1\,999}\right)-\frac{1}{2\,000}$$

$$=1-\frac{1}{2\,000}$$

$$=\frac{1\,999}{2\,000}.$$

说明 在做分数加减法运算时，根据特点，将其中一些分数适当拆开，使得拆开后的一些分数可以相互抵消，以达到简化运算的目的，这种方法叫拆项法．本例中，我们把 $\frac{1}{n\times(n+1)}$ 拆成 $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ 即有

$$\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}.$$

其他常用的拆项方法如：

(1) $\frac{d}{n\times(n+d)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}$ $\left[\text{或}\frac{1}{n\times(n+d)}=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}\right)\right]$. 它经常用于分母成等差数列，且公差为 d 的情形．

(2) $\frac{1}{n\times(n+1)\times(n+2)}=\frac{1}{2}\times\left[\frac{1}{n\times(n+1)}-\frac{1}{(n+1)\times(n+2)}\right]$.

例 7 1 999 加上它的 $\frac{1}{2}$ 得到一个数．再加上所得的数的 $\frac{1}{3}$ 又得到一个数．再加上这次得数的 $\frac{1}{4}$ 又得到一个数，……，依此类推，一直加到上一次得数的 $\frac{1}{1\,999}$，那么最后得到的数是多少？

解 由 1 999 加上它的 $\frac{1}{2}$ 得 $1\,999\times\left(1+\frac{1}{2}\right)$，

再加上这数的$\frac{1}{3}$得 $1\,999 \times \left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right)$，
依此类推，最后得到的数为

$$
\begin{aligned}
& 1\,999 \times \left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1+\frac{1}{1\,999}\right) \\
= & 1\,999 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{2\,000}{1\,999} \\
= & 1\,999 \times \frac{2\,000}{2} \\
= & 1\,999\,000.
\end{aligned}
$$

说明　在乘法运算过程中，约去同时在分子、分母出现的数，可以大大地简化计算. 从思想方法说，本例与例 6 有异曲同工之妙.

有理数的运算方法与技巧还有很多. 我们要善于分析算式的特点，灵活运用. 在不断的实践中，熟能生巧，把基本运算掌握好.

练　习　题

A　组

一、计算题

1. $31\frac{2}{7}-22\frac{6}{13}+4\frac{5}{7}+11\frac{6}{13}$

2. $5\frac{6}{11}-3.125-7\frac{4}{7}-3\frac{4}{11}+8\frac{1}{8}-3\frac{6}{7}-2\frac{2}{11}+6\frac{3}{7}$

3. $-\frac{7}{11}\div 2.5\times(-0.75)\div(-1\frac{2}{5})\div\frac{3}{11}\times(-\frac{8}{13})$

4. $3.825\times\frac{1}{4}-1.825+0.25\times 3.825+3.825\times\frac{1}{2}$

5. $-7.2\times 0.125+0.375\times 1.1+3.6\times\frac{1}{2}-3.5\times 0.375$

6. $\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{3-\cfrac{1}{4-\cfrac{1}{5}}}}$

7. $1\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}+5\frac{1}{8}+7\frac{1}{16}+9\frac{1}{32}$

8. $\frac{1}{1\,999}+\frac{2}{1\,999}+\frac{3}{1\,999}+\cdots+\frac{1\,998}{1\,999}$

9. $(7+9+11+\cdots+101)-(5+7+9+\cdots+99)$

10. $9+99+999+9\,999+99\,999+999\,999$

11. $3^{2\,000}-5\times 3^{1\,999}+6\times 3^{1\,998}$

12. $(-1)^{1\,998}+(-1)^{1\,999}+(-1)^{2\,000}+(-1)^{2\,001}$

13. $\frac{1}{5\times 9}+\frac{1}{9\times 13}+\frac{1}{13\times 17}+\cdots+\frac{1}{101\times 105}$

14. $1+2\frac{1}{6}+3\frac{1}{12}+4\frac{1}{20}+5\frac{1}{30}+6\frac{1}{42}+7\frac{1}{56}$

15. $1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+100}$