

經濟學名著翻譯叢書第一六三種

時間數列分析

George E. P. Box 著
Gwilym M. Jenkins 著

葉 秋 南 譯

臺灣銀行經濟研究室編印

57.915
5

時間數列分析

預測和控制

(改訂版)

Time Series Analysis
forecasting and control

(Revised Edition)

George E. P. Box 合著
Gwilym M. Jenkins

葉 秋 南 譯

經濟學名著翻譯叢書第一六三種

時 間 數 列 分 析

中華民國七十三年三月出版

原著者 George E. P. Box
 Gwilym M. Jenkins

翻譯者 葉 秋 南

編印者 臺灣銀行經濟研究室
 臺北市重慶南路一段120號

發行者 臺 灣 銀 行
 臺北市重慶南路一段120號

經售者 中央文物供應社
 臺北市重慶南路一段106號

中 華 書 局
 臺北市重慶南路一段九十四號

印刷者 臺灣省政府印刷廠
 臺中縣大里鄉中興路

時間數列分析 目 錄

第一章 導論和摘要	1
1.1 三個主要的實際問題	1
1.1.1 時間數列之預測	1
1.1.2 轉換函數之估計	3
1.1.3 間斷控制體系之設計	4
1.2 隨機和固然的動態數學模型	7
1.2.1 預測和控制所用的靜止的和非靜止的隨機模型	8
1.2.2 轉換函數模型	15
1.2.3 間斷控制體系之模型	19
1.3 模型之設計的基本概念	21
1.3.1 小氣	21
1.3.2 選擇模型之反覆階段	22

第一篇 隨機模型及其在預測上之運用

第二章 自我相關函數和光譜分析	27
2.1 靜止模型的自我相關特性	27
2.1.1 時間數列與隨機過程	27
2.1.2 靜止的隨機過程	30
2.1.3 正確定和自我共變異數矩陣	33
2.1.4 自我共變異數和自我相關函數	36
2.1.5 自我共變異數和自我相關函數之估計	37

2.1.6	自我相關估計值之標準誤差	40
2.2	靜止模型之光譜特性	42
2.2.1	週期圖	42
2.2.2	變異數分析	44
2.2.3	光譜與光譜密度函數	46
2.2.4	自我相關和光譜密度函數的一些範例	49
2.2.5	自我相關和光譜密度函數之優點與缺點	52
附錄A 2.1	樣本光譜和自我共變異函數估計值之間 的關係	53

第三章 線型靜止模型 55

3.1	一般線型過程	55
3.1.1	線型過程之兩種相同的形式	55
3.1.2	線型過程之自我共變異數的產生函數	58
3.1.3	線型過程的靜止性與轉換性之條件	59
3.1.4	自我迴歸和移動平均過程	61
3.2	自我迴歸過程	63
3.2.1	自我迴歸過程之靜止性條件	63
3.2.2	自我迴歸過程的自我相關函數和光譜	65
3.2.3	一秩的自我迴歸 (Markov) 過程	68
3.2.4	二秩的自我迴歸過程	70
3.2.5	部份自我相關函數	76
3.2.6	部份自我相關函數之估計	77
3.2.7	部份自我相關係數之估計值的標準差	78
3.3	移動平均過程	80
3.3.1	移動平均過程之轉化性條件	80
3.3.2	移動平均過程之自我相關函數和光譜	81
3.3.3	一秩的移動平均過程	82

3.3.4	二秩的移動平均過程	84
3.3.5	自我迴歸和移動平均過程之對應關係	87
3.4	自我迴歸和移動平均之混合過程	88
3.4.1	靜止和轉化之特性	88
3.4.2	混合過程的自我相關函數和光譜	89
3.4.3	一秩的自我迴歸和一秩的移動平均過程	90
3.4.4	本章摘要	94
附錄A 3.1	自我共變異數，自我共變異數之產生函 數和一般線型過程之靜止性條件	95
附錄A 3.2	計算自我迴歸參數之估計值的反覆步驟	97

第四章 線型的非靜止模型 101

4.1	自我迴歸整合移動平均過程	101
4.1.1	非靜止的一秩自我迴歸過程	101
4.1.2	呈現均質性的非靜止過程之一般模型	103
4.1.3	自我迴歸整合移動平均過程之一般形式	107
4.2	自我迴歸整合移動平均模型之三種明確的形式	111
4.2.1	模型的差分方程式	111
4.2.2	模型的隨機震動形式	112
4.2.3	模型轉化以後的形式	119
4.3	整合的移動平均過程	122
4.3.1	(0,1,1) 秩的整合移動平均過程	124
4.3.2	(0,2,2) 秩的整合移動平均過程	128
4.3.3	(ϕ , d , q) 秩的整合移動平均過程	133
附錄A 4.1	線型差分方程式	136
附錄A 4.2	具有固然偏差的 IMA (0,1,1) 過程	142
附錄A 4.3	有限總和運算數之特性	143
附錄A 4.4	附加白音的 ARIMA過程	144

A 4.4.1	兩個獨立的移動平均過程之總和	144
A 4.4.2	一般模型加入白音後的影響	145
A 4.4.3	附加白音的IMA (0,1,1) 過程之範例	146
A 4.4.4	IMA (0,1,1) 過程和隨機步程之關係	147
A 4.4.5	附加相關白音的一般模型之自我共變異函數	148

第五章 預測 151

5.1	最小平均平方誤差預測值及其特性	151
5.1.1	最小平均平方誤差預測值之尋求	153
5.1.2	預測值之三種基本形式	153
5.2	預測值之計算與更新	158
5.2.1	預測值之一種方便的格式	158
5.2.2	權數 ψ 之計算	160
5.2.3	利用權數 ψ 來更新預測值	161
5.2.4	任何領前期間預測值的機率極限之計算	163
5.3	預測函數和預測權數	165
5.3.1	由自我迴歸運算數來決定的預測函數	166
5.3.2	移動平均運算數在決定最初數值上所扮演的角色	166
5.3.3	領前 ℓ 期之預測權數	168
5.4	預測函數及其更新之範例	171
5.4.1	IMA (0,1,1) 過程之預測	172
5.4.2	IMA (0,2,2) 過程之預測	175
5.4.3	IMA (o, d, g) 之一般過程的預測	178
5.4.4	自我迴歸過程之預測	178
5.4.5	(1,0,1) 過程之預測	182
5.4.6	(1,1,1) 過程之預測	184
5.5	本章摘要	185

附錄A 5.1	預測誤差間的相關	188
A 5.1.1	不同原點之預測誤差的自我相關函數	188
A 5.1.2	原點相同而領前期間不同之預測誤差間的相關	190
附錄A 5.2	任何領前期間之預測權數	191
附錄A 5.3	用一般的整合形式來預測	193
A 5.3.1	求取整合形式之一般方法	193
A 5.3.2	一般整合形式之更新	196
A 5.3.3	與R. G. Brown之最小平方法比較	199

第二篇 隨機模型之建立

第六章	模型之辨認	207
6.1	辨認之目的	207
6.1.1	辨認步驟之階段	207
6.2	辨認的技巧	208
6.2.1	使用自我相關和部份自我相關函數來辨認	208
6.2.2	估計的自我相關和部份自我相關係數之標準誤差	211
6.2.3	一些實際的時間數列之辨認	212
6.3	參數的初步估計值	221
6.3.1	由自我共變異函數所獲得的估計值之唯一性	222
6.3.2	移動平均過程的初步估計值	222
6.3.3	自我迴歸過程之初步估計值	224
6.3.4	自我迴歸和移動平均之混合過程的初步估計值	226
6.3.5	在可疑的情況下靜止的和非靜止的模型之選擇	227

6.3.6	殘餘變異數之初步估計值	228
6.3.7	$\bar{W}$ 的近似標準差	229
6.4	模型的多樣性	232
6.4.1	自我迴歸和移動平均模型之多樣性	232
6.4.2	移動平均參數之多重動差解式	234
6.4.3	利用後退過程來決定起頭數值	236
附錄 A.6.1	非靜止過程之估計的自我相關函數之期待行爲	236
附錄 A.6.2	自我迴歸和移動平均的混合模型之參數的初步估計值之一般求法	238
附錄 A.6.3	(0,1,1) 秩的前進和後退的 IMA 過程	242
第七章	模型之估計	247
7.1	概似函數和平方和函數之研究	247
7.1.1	概似函數	247
7.1.2	ARIMA 過程之條件的概似函數	248
7.1.3	條件的計算之起頭數值的選擇	250
7.1.4	無條件的概似函數——平方和函數——最小平方估計值	252
7.1.5	計算無條件的平方總和之一般程序	256
7.1.6	平方和函數之圖解	261
7.1.7	正常的估計情況之說明——信任區域	267
7.2	非線型的估計	274
7.2.1	一般方法	274
7.2.2	導來式之數值估計法	276
7.2.3	導來式之直接計算	279
7.2.4	條件模型之一般的最小平方方法	281
7.2.5	數列 A—F 之配置模型摘要	283

7.2.6	大樣本的情報矩陣與變異數估計值	285
7.3	特定模型之估計	289
7.3.1	自我迴歸過程	289
7.3.2	移動平均過程	292
7.3.3	混合過程	292
7.3.4	在估計的過程中把線型的和非線型的部份分開	293
7.3.5	多餘的參數	295
7.4	用 Bayes 定理來估計	298
7.4.1	Bayes 定理	298
7.4.2	參數的 Bayesian 估計法	300
7.4.3	自我迴歸過程	301
7.4.4	移動平均過程	304
7.4.5	混合過程	306
附錄 A 7.1	常態分配複習	307
附錄 A 7.2	線型最小平方方法之複習	316
附錄 A 7.3	參數估計誤差對預測之機值率極限的影響	318
附錄 A 7.4	移動平均過程之正確的概似函數	322
附錄 A 7.5	自我迴歸過程之正確的概似函數	327
附錄 A 7.6	移動平均參數之估計特記	340
第八章	模型之診斷檢查	341
8.1	隨機模型之檢查	341
8.1.1	一般概念	341
8.1.2	過度配置	342
8.2	對殘餘使用診斷檢查	343
8.2.1	自我相關之檢查	345
8.2.2	籠統的配置不當之測驗	347

8.2.3	由參數值之改變所引起的模型之不適當	350
8.2.4	累積週期檢查	351
8.3	利用殘餘來修正模型	355
8.3.1	不適當的模型之殘餘的相關係數之性質	355
8.3.2	利用殘餘來修正模型	356
第九章	季節性的模型	357
9.1	季節性的時間數列之簡略模型	357
9.1.1	配置與預測	358
9.1.2	有關適應的正弦和餘弦之季節性模型	359
9.1.3	一般相乘的季節性模型	360
9.2	用相乘的 $(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$ 季節性模型來代 表航線的資料	363
9.2.1	相乘的 $(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$ 模型	363
9.2.2	預測	364
9.2.3	辨認	372
9.2.4	估計	375
9.2.5	診斷檢查	380
9.3	更一般化的季節性模型之一些問題	382
9.3.1	相乘的和非相乘的模型	382
9.3.2	辨認	383
9.3.3	估計	384
9.3.4	各種不同的季節性模型之最後預測函數	385
9.3.5	轉換之選擇	388
附錄A.9.1	季節性模型的自我共變異數	389

第三篇 轉換函數模型之建立

第十章 轉換函數模型	397
10.1 線型轉換函數模型	397
10.1.1 間斷的轉換函數	398
10.1.2 由微分方程來表示的連續動態模型	400
10.2 用差分方程式來表示的間斷動態模型	406
10.2.1 差分方程式的一般形式	406
10.2.2 轉換函數之一般性質	408
10.2.3 一秩和二秩的間斷轉換函數模型	410
10.2.4 對任何投入之產出的反覆計算	418
10.3 間斷和連續模型之間的關係	420
10.3.1 跳動的投入之反應	421
10.3.2 一秩和二秩同時發生之體系之間的關係 ..	423
10.3.3 用間斷的模型來代表一般的連續模型	428
10.3.4 附加白音的轉換函數模型	429
附錄A 10.1 具有跳動投入之連續模型	430
附錄A 10.2 非線型轉換函數和線型化	436
第十一章 轉換函數模型之辨認，配置和 檢查	439
11.1 交互相關函數	439
11.1.1 交互共變異數和交互相關函數之特性	440
11.1.2 交互共變異數和交互相關函數之估計	443
11.1.3 交互相關估計值之近似的標準誤差	445
11.2 轉換函數模型之辨認	447
11.2.1 用投入的白音化來辨認轉換函數模型	449
11.2.2 轉換函數模型之辨認的一個範例	450

11.2.3	白音模型之辨認	454
11.2.4	辨認轉換函數模型之要點	457
11.3	轉換函數模型之配置和檢查	459
11.3.1	有條件的平方和函數	459
11.3.2	非線型估計	462
11.3.3	利用殘餘來診斷檢查	463
11.3.4	對殘餘進行特定的檢查	464
11.4	轉換函數模型之配置和診斷的一些範例	468
11.4.1	瓦斯爐模型之配置和診斷	468
11.4.2	兩種投入的模擬範例	473
11.5	應用領導的指標來預測	477
11.5.1	最小平均平方誤差之預測	477
11.5.2	瓦斯爐 CO ₂ 產出之預測	481
11.5.3	使用領導指標之非靜止銷售資料的預測	484
11.6	估計轉換函數之實驗的設計	486
附錄 A11.1	使用交互光譜分析來辨認轉換函數模型	488
A11.1.1	單一投入之轉換函數模型之辨認	488
A11.1.2	衆數投入之轉換函數模型之辨認	490
附錄 A11.2	最佳參數估計值之投入的選擇	491
A11.2.1	一種簡單的體系之最佳投入之設計	491
A11.2.2	以實際數字為範例	494

第四篇 間斷控制體系之設計

第十二章	向前回輸和向後回輸控制體系 之設計	499
------	----------------------------	-----

12.1	向前回輸控制	499
------	--------------	-----

12.1.1	用向前回輸控制來極小化產出之平均平方誤差	500
12.1.2	範例——一種中間產品之重力的控制	504
12.1.3	向前回輸控制對照圖	508
12.1.4	衆數投入之向前回輸控制	510
12.2	向後回輸控制	511
12.2.1	利用向後回輸控制來極小化產出之平均平方誤差	512
12.2.2	控制方程式之運用：與三項式控制器之關係	514
12.2.3	間斷的向後回輸控制之範例	516
12.3	向前回輸和向後回輸控制	526
12.3.1	使用向前和向後回輸控制體系來極小化產出之平均平方誤差	528
12.3.2	向前和向後回輸控制之範例	529
12.3.3	向前和向後回輸控制之利弊	530
12.4	使用實際操作所獲得的資料來配置轉換函數——白音模型	532
12.4.1	反覆模型之建立	532
12.4.2	用實際操作的資料來估計	532
12.4.3	範例	534
12.4.4	在向後回輸的條件下模型之配置	539

第十三章 控制問題之更深一層的探討

13.1	向後回輸體系之附加白音的效果	543
13.1.1	忽略額外的白音之影響——約分體系	544
13.1.2	調整 x_t 有觀察誤差之最佳行動	549
13.1.3	白音起源之轉換	556

13.2	在調整變異數受限制的情況下之向後回輸控制 體系.....	558
13.2.1	最佳的調整之導求	560
13.2.2	黏度／瓦斯速率範例的受限制之控制 體系	572
13.3	樣本區間之選擇.....	576
13.3.1	減少樣本頻率之效果	577
13.3.2	IMA (0,1,1) 過程之抽樣	577

第五篇 電腦程式；統計表及本書所用過的 時間數列

電腦程式之說明

第一章 導論和摘要

本書將要詳細介紹時間數列和動態體系模型之設計、辨認、配置以及驗證的各種方法。這些方法適用於間斷體系，在這種體系中，體系的觀察和控制行動的採行都是在相等的時間區間內進行的。

我們要逐一說明時間數列和動態模型的三種主要應用：

- (1) 由過去和目前的數值來預測時間數列的將來數值。
- (2) 決定動態體系的轉移函數——動態的投入產出模型之決定，這個模型可以說明，任何已知的投入數列，在慣性定律的作用下，對於體系中之產出的影響。
- (3) 設計簡單的前輸與回輸控制系統，利用此一系統，體系的產出與理想目標之可能差距可以獲得彌補。

1.1 三個主要的實際問題

1.1.1 時間數列之預測

利用時間數列在 t 時點的觀察值去預測在 $(t+l)$ 時點的數值可提供下列用途：(a) 經濟和商業上的企劃，(b) 生產計畫，(c) 存貨和生產的控制，(d) 產業過程的控制與適度化。像 Holt, Brown 等學者以及帝國化學企業公司所討論過的短期預測，所謂預測 (forecasts)，是對於未來的一段領前期間 (lead time) 所產生的數值之估計。至於何謂領前期間，須視問題之性質而定。例如，在存貨控制 (inventory control) 的問題中，所謂領前期間，依照 Harrison 之定義，係指由發出定單開始至實際收到貨品為止的那段期間。

假定實際的觀察值的數列是間斷的 (discrete)，而且每一時間區間是相等的 (equispaced intervals of time)。例如，以銷貨預測為例，當月 t 的銷貨 z_t 和過去的銷貨 $z_{t-1}, z_{t-2}, z_{t-3}, \dots$

... 可以用來預測未來的領前期間 $l=1, 2, 3, \dots$ 之銷貨。我們可以用 $\hat{z}_t(l)$ 來表示根據原點 t 的銷貨所預測的未來期間 $(t+l)$ 之銷貨 z_{t+l} 。我們把函數 $\hat{z}_t(l)$ 叫做以 t 為基期的預測函數 (forecast function)。我們的目的是要導出一個預測函數，使得實際數值和預測數值之離差 $[z_{t+l} - \hat{z}_t(l)]$ 的平均平方達於極小。

除了計算最佳的預測值以外，我們還要規定它們的精確程度，因此，我們才可計算出根據此類預測值所做的決定之危險程度。預測值之精確性可以用預測值之兩邊的或然率極限 (probability limit) 來表示。這些極限可以根據常用的或然率來計算，例如：50%或95%等。實際產生的時間數列之數值將會落在這些或然率之極限內。圖1.1 表示由 t 時點起頭的時間數列之最後的二十個數值。圖中所表示的是50%之或然率極限內，由 t 時點開始至領前期間 $l=1, 2, \dots, 13$ 之預測值。

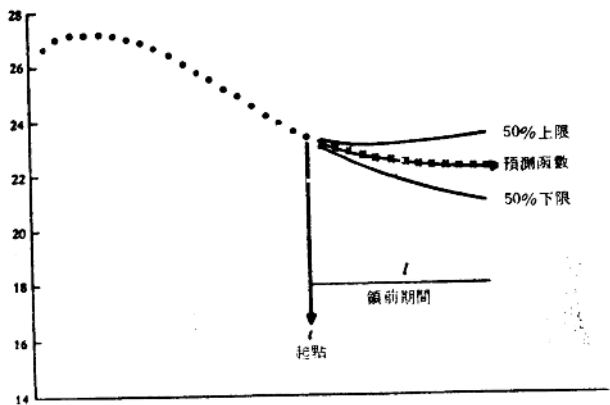


圖1.1 預測函數50%機率範圍之時間數列的數值