

TONGSU SHUXUE MINGZHU YICONG



通俗数学名著译丛

SHU

KEXUE DE YUYAN

〔美〕T·丹齐克著

苏仲湘 译

上海教育出版社

数：科学的语言

数：科学的语言

——为有文化而非专攻数学的人写的评论性概述

〔美〕T·丹齐克著 苏仲湘译 · 上海教育出版社



Tobias Dantzig

NUMBER

THE LANGUAGE OF SCIENCE

London

George Allen & Unwin Ltd.

根据伦敦乔治·爱伦及昂文有限公司 1938 年第三次修订版译出

图书在版编目 (C I P) 数据

数: 科学的语言 / (美) 丹齐克著; 苏仲湘译. —上海: 上海教育出版社, 2000. 11

(通俗数学名著译丛 / 史树中, 李文林主编)

ISBN 7-5320-7116-2

I. 数... II. ①丹...②苏... III. 数学史-世界
IV. 011

中国版本图书馆CIP数据核字 (2000) 第42466号

通俗数学名著译丛

数: 科学的语言

——为有文化而非专攻数学的人写的评论性概述

[美] T·丹齐克 著

苏 仲 湘 译

上海世纪出版集团 出版发行
上海教育出版社

(上海永福路 123 号 邮政编码: 200031)

各地新华书店经销 上海商务联西印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 8.75 插页 4 字数 202,000

2000 年 12 月第 1 版 2000 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—5,100 本

ISBN 7-5320-7116-2/G·7272 定价:(软精)17.10 元

迎接 2000 數學年

陳春身 1997

译丛序言

数学,这门古老而又常新的科学,正阔步迈向 21 世纪.

回顾即将过去的世纪,数学科学的巨大发展,比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位.数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透,并越来越直接地为人类物质生产与日常生活作出贡献.同时,数学作为一种文化,已成为人类文明进步的标志.因此,对于当今社会每一个有文化的人士而言,不论他从事何种职业,都需要学习数学,了解数学和运用数学.现代社会对数学的这种需要,在未来的世纪中无疑将更加与日俱增.

另一方面,20 世纪数学思想的深刻变革,已将这门科学的核心部分引向高度抽象化的道路.面对各种深奥的数学理论和复杂的数学方法,门外汉往往只好望而却步.这样,提高数学的可接受度,就成为一种当务之急.尤其是当世纪转折之际,世界各国都十分重视并大力加强数学的普及工作,国际数学联盟(IMU)还专门将 2000 年定为“世界数学年”,其主要宗旨就是“使数学及其对世界的意义被社会所了解,特别是被普通公众所了解”.

一般说来,一个国家数学普及的程度与该国的数学发展的水平相应并且是数学水平提高的基础.随着中国现代数学研究与教育的长足进步,数学普及工作在我国也受到重视.早在 60 年代,华罗庚、吴文俊等一批数学家亲自动手撰写的数学通俗读

物,激发了一代青少年学习数学的兴趣,影响绵延至今.改革开放以来,我国数学界对传播现代数学又作出了新的努力.但总体来说,我国的数学普及工作与发达国家相比尚有差距.我国数学要在下世纪初率先赶超世界先进水平,数学普及与传播方面的赶超乃是一个重要的环节和迫切的任务.为此,借鉴外国的先进经验是必不可少的.

《通俗数学名著译丛》的编辑出版,正是要通过翻译、引进国外优秀数学科普读物,推动国内的数学普及与传播工作,为我国数学赶超世界先进水平的跨世纪工程贡献力量.丛书的选题计划,是出版社与编委会在对国外数学科普读物广泛调研的基础上讨论确定的.所选著述,基本上都是在外国已广为流传、受到公众好评的佳作.它们在内容上包括了不同的种类,有的深入浅出介绍当代数学的重大成就与应用;有的循循善诱启迪数学思维与发现技巧;有的富于哲理阐释数学与自然或其他科学的联系;……等等,试图为人们提供全新的观察视角,以窥探现代数学的发展概貌,领略数学文化的丰富多采.

丛书的读者对象,力求定位于尽可能广泛的范围.为此丛书适当纳入了不同层次的作品,以使包括大、中学生;大、中学教师;研究生;一般科技工作者等在内的广大读者都能开卷受益.即使是对于专业数学工作者,本丛书的部分作品也是值得一读的.现代数学是一株分支众多的大树,一个数学家对于他所研究的专业以外的领域,也往往深有隔行如隔山之感,也需要涉猎其他分支的进展,了解数学不同分支的联系.

需要指出的是,由于种种原因,近年来国内科技译著尤其是科普译著的出版并不景气,有关选题逐年减少,品种数量不断下降.在这样的情况下,上海教育出版社以迎接 2000 世界数学年为契机,按照国际版权公约,不惜耗资购买版权,组织翻译出版这套《通俗数学名著译丛》,这无疑是值得称道和支持的举措.参加本丛书翻译的专家学者们,自愿抽出宝贵的时间来进行这类

通常不被算作成果但却能帮助公众了解和欣赏数学成果的有益工作,同样也是值得肯定与提倡的.

像这样集中地翻译、引进数学科普读物,在国内还不多见.我们热切希望广大数学工作者和科普工作者来关心、扶植这项工作,使《通俗数学名著译丛》出版成功.

让我们举手迎接 2000 世界数学年,让公众了解、喜爱数学,让数学走进千家万户!

《通俗数学名著译丛》编委会

1997 年 8 月

译者的话

本书作者托比亚斯·丹齐克(Tobias Dantzig)原籍为沙俄统治下的立陶宛,1884年生,曾在巴黎大学求学,1910年去美国,后留居美国,入美国籍,先后在哥伦比亚大学、约翰·霍普金斯大学、马里兰大学等校讲授数学.他于1930年出版本书,后又经修订,增写了二十六个附录,使其内容更加充实.本书据1938年第三次修订版译出.

本书共分十二章,简要内容如下:

第1章,谈数的语言的起源:它从人和动物的数觉谈起,谈到计数和数概念的产生,谈到一一对应和匹配的原理,介绍了基数、序数,几种主要的数制,二进制、五进制、二十进制以及十进制等.它还旁及莱布尼茨从二进制产生的“用一,从无,可生万物”的唯心主义哲学观点,希腊普罗塔哥拉的“人是万物的尺度”的名言,以及数制与人类十指的关系等等.

第2章,谈算术符号:其中谈到命数法,谈及账板和算盘,谈到空位和位置原则.它谈到印度人民发现零的伟大意义,谈到当时作为一个新生事物的阿拉伯数字在不少地方遭到禁止的现象等等.它对新思想、新事物在历史上的摸索前进,作了生动具体的记述.

第3章,谈整数:其中对数论,包括哥德巴赫猜想、费尔马问题等,作了全面的介绍,对希腊的算学,包括毕达哥拉斯派的数学哲学,对古代的数字崇拜(其中提到中国的《洛书》)以及当时广

泛流行的字数学等,都有引人入胜的描绘.

第4章,谈无限:它讨论了数学上的无限概念,对数学推理法、演绎法、归纳法、数学归纳法乃至公理学等推理原则都有深入浅出的说明.文中节录了数学家、唯心主义哲学家彭加勒《数学推理的本质》的论文,宣称数学的判断只是“对心灵的能力的一种肯定”,表现了作者本人的唯心观点.

第5章,谈有理数:它对古代埃及、希腊、印度、阿拉伯在代数上的探索和进展,作了广泛的叙述,一直谈到文艺复兴及其以后的发展.它叙述了字母记号在代数式中的使用,通过数学符号的运算,建立了有理数域,扩大了数概念.它介绍了作为数域推广的基本原则的固本原则,数学算术化的进程,并涉及了罗素和怀特海的《数学原理》一书及以他们为代表的学派的观点.

第6章,谈无理数:它从毕达哥拉斯学派的观点谈起,谈到数和点的对应,表明数的概念必须扩大和能够扩大.它介绍了印度、阿拉伯人的方程式方根解,介绍了无理数的发现,以至提起了群论.它对古希腊以直尺圆规求解的三大数学名题作了详尽的介绍,描述了代数数、超越数的发现,并对古代数学界在这些问题上的探索和寻求,勾画出主要的轮廓.

第7章,谈连续性:本章完整地介绍了古希腊埃利亚学派的有名的芝诺四论,从而论述了无限算法、极限、无限小等问题,介绍了牛顿和莱布尼茨开拓的微积分理论,包括唯心主义哲学家贝克莱的反对意见等.

第8章,谈无限算法:着重介绍了数序、收敛、极限、连分数等内容,介绍了康托尔的无理数理论,它指明有理无限数列的极限构成了实数域.

第9章,谈实数:介绍了康托尔连续统理论,又从点数对应的原理,介绍了狄德金的无理数理论.作者在阐述这些数学理论时,宣扬了自然不跳跃,时间不跳跃的哲学观点,鼓吹进化,反对突变,认为连续和因果就是时间的主要内容,并表示时间和空

间都可以通过心灵动作来填补空隙,最后以数统治宇宙作为这一章的结语。

第10章,谈复数:它通过方程式求方根解,介绍了复数、虚数的发现,并详细介绍了笛卡尔的解析几何的理论,指明了这些数的具体形象.它还谈到了复变函数论、投影几何、非欧几何、理想数、矩阵等一系列发展。

第11章,谈集合:它阐述了康托尔的无限集合理论,包括无限集合的多寡性的意义、无限集合的一一配比、无限集合的势,以及无限集合中基数相同而顺序不同的序型理论等.它说明了在无限集合中,部分不比整体小,短线上的点不比长线上的点少,部分与整体之势相等,并介绍了测量无限集合的几个基数(势) a, c, f 等.文中还介绍了伽利略关于无限集合的科学对话。

第12章,谈数学观念的实在性:作者在本章着重阐述了他的哲学观.他宣称无限分割和无限扩延都是不为经验所认许的;鼓吹实在性不过是组织、整理和引导人们的经验的幻景,其作用在于保持和增长人类的智力生活等等.他直截宣称,意识外的绝对不变的世界,只存在于神学推理.他在论述主观实在和客观实在时,提到赫尔姆霍茨、马赫诸人的主张,并表示和他们并不是一家,实际上,从他所表明见解显示,他们并无本质的区别。

本书出版后,在欧美受到好评.第二次世界大战后,捷克斯洛伐克还重印过此书.爱因斯坦对此书有良好的评价.尼赫鲁也曾在他的著作中加以援引。

如上所述,本书内容主要是介绍数的概念的发展史.作者是本世纪初的资产阶级学者,自不认识和赞同在文化创造中,劳动群众的作用,实践的作用.他只是就观念论观念,孤立地综述思想和文化的先后嬗演,而且其中多有谬误之处.但就其对数学思想的发展过程的阐述而论,却脉络清明,条理详晰,抑且目光四射,取材广博,兼引文史,庄谐互出.这本书是一本数学书,科学书,但又不止于一本数学书或科学书.作者面向广泛读者,写得

深入浅出，一般知识界循序而进，都能看懂。因此，作者对本书有一个副标题，称它是“为有文化而非专攻数学的人写的评论性概述”。其特点是，从文化的角度、思想的角度乃至哲学的角度来谈数学的发展。它广泛撷引了人类千百年来数学探求的成果，从古代埃及、中国、希腊、印度、阿拉伯广泛取材，一直谈到文艺复兴，谈到近代的欧美。它描述了思想发展过程的摸索、蹒跚和奋力前进，嘲笑了愚妄和保守，赞扬了人们的前进。它实在可以作为一部专题的文化史、思想史来阅读，作为一部鼓舞人们不断求进展的读物来阅读。

从哲学的角度来看此书，亦复饶有意义。书中触及不少既有数学意义又有哲学内涵的范畴，如连续、无限、实在性以至时间、空间等，这本身就构成了哲学意义的讨论。本书在论述思想发展过程中，自然时时流露和表述其哲学的观点。它夹叙夹议，多方征引，以张其说，其中包括一些古代哲学中的重要论题和文献，例如，古希腊埃利亚学派的芝诺四论。这是和我国惠施学派提出的二十一事相仿佛、引起了广泛议论的古代自然科学—哲学的有名命题，书中对此作了完整的征引和介绍，并根据作者本人的观点，从数学立场进行了分析和解答。又如对有名的唯心主义哲学家、也是数学家的彭加勒、贝克莱等的一些论点和材料，书中都有频繁的援引和介绍，这样就反映了哲学史中有关自然科学观点，有关数的观念的一个侧面的面貌和情况。当然作者本人的哲学观点只是一家之言，读者在阅读这部分时应加以分析和鉴别，是无庸赘说的。

本书在欧美虽颇知名，然在我国尚无译本。我在解放前夕译出，曾经开明书店同意出版，但是当时经济凋敝，纸价腾踊，印刷困难，虽已排出纸型，迄未能印出。解放后，开明改组合并，在当时的情况下，译稿遂搁置了下来。在十年浩劫过后的今天，文化和学术领域中，云蒸霞蔚，生意盎然。我感到此书不论作为一本较有系统的数学书或专题的文化史、哲学参考书，介绍给我国读

者,都是有价值的.其内容生动广博,深浅咸宜,专门家可从中撷取丰富的材料,青少年和一般读者可从中得到对数学乃至文化的发展和了解,实可有助于穷搜原委,开阔眼界,丰富学养,剖析学理,有助于学术的探求和发展,故而我重新对译稿进行了校改.际此行将付梓之日,摩挲新纸,感念千端.我作为一个曾在数学征途上跋涉过的老兵,虽因工作之需,早已解鞍他去,但昔日和师友们共浣征尘的甘辛和憧憬,是很难忘怀的.这就要回溯到40年代,我在湘西辰溪垄头垭荆榛小山上求学的日子.当时旧中国的科学山林是多么的艰困和寂寞啊,大学的一个数学年级往往只有一二人,何况又是在那抗战烽火正酣、国内夜气如磐的时节!但是,师友数人,日夕相对,却一直相期共勉:勇于求真,安于贫艰,不可自己.在轧轧作响的小楼上,在仅施素纸的板窗前,我们曾经多次度过探讨和思辨的时光.爱因斯坦和罗素的命题曾经多少次闯入我们的话题,本书的名理也曾经一再浮入我们的论议,这也就是促使我后来迻译此书的一个动力.师友们身丁子夜,却一直憧憬着祖国的光明,憧憬着科学的春天,而现在,祖国的光明和科学的春天已经笼罩着我们全部的生活了.在这里,我深深怀念一代宗师,毕生教诲勤勤的先师熊正理教授,深深怀念学摄百家,善于启发的先师崔明奇教授,深深怀念献身数学,不立室家,后讲学异国,久断音闻的座师陆慎仪教授,深深怀念同窗中才思腾蹕,一如陈千秋之在万木草堂,后在十年浩劫中被迫害,沉江早逝的亡友罗守琳同志,我更深深景念教泽绵长,德寿双隆,至今仍在开拓数学新壤的座师余潜修教授.一卷之微,俄历多年,所抛心力,弥怀师友之源,扞素笺而思旧泽,拈一花而庆繁春.谨以此帙奉献给敬爱的师友,以表寸怀,并欢今日.是为叙.

苏仲湘

一九八四年夏于蜗居凉台红葛
萝花,紫牵牛花,黄苦瓜花侧畔

我们将继续实现一个灿烂的梦

——译者再志

多少年来,我曾经有过许多美好的梦:入世的梦、烽火的梦、改变客观世界的梦、主观浪漫的梦……。有的梦大,有的梦小;小梦自己默默的做,大梦和大伙儿一同去实现。

其中一个灿烂的梦是,科学春天的繁荣梦;它也包括一个小梦,数学王国的拓展梦。

从“五四”的时代起,大家就在呼唤着赛先生,还有它的至友德先生,翩然来到这个东方文明古国,帮助大家圆成一个美好的春之梦。

风云变幻,春在何方?是的,从上个世纪的80年代前后起,坚冰已经打破,春光正在发生。不过,春花春草的根下还是一层浅土,带来了阵阵沙尘暴之风的强烈程度仿佛还消减不大。

应当记住江泽民同志的这段话:“我国历史上虽然有着伟大而丰富的文明成果和优良的文化传统,但相对说来,全社会的科学精神不足也是一个缺陷。”

在新的千年的门坎上,在新的世纪的入口处,我们应当立下宏愿,把科学精神的火炬高高举起,使这片土地更加光明,更加温暖,更加沸腾,更加使人满足。

科教兴国,这就是我们的责任和方向。这是一个任重道远的事业,但又是我们必须实现的灿烂梦想。

而数学领域的驾驭和开拓则是发皇科学精神的应有之义。本书作者就说过:“有了数学在理论上发挥作用,然后各种发明

才为可能,这些发明的设计也是如此。”

手头这本关于数的著作和我发生因缘已有六十年了.它在西方学术界久有声誉.它疏通了人类从茫昧至今的关于数的意念之产生和发展的历史.它的内容虽然涉及数论专题和高等数学领域,但叙述起来,步步为营,由浅入深,层次分明,逻辑清晰,有中等文化水平的耐心读者是不难看懂的.特别是,它不是孤立的就数论数,而是着力于挖掘数的概念的演变过程中的思想本质和文明背景,它的笔触也就深入到文史哲学等广泛领域.西方哲学中的一些名理和清诤往往通过本书而奉献在读者面前.它实际上成为一本与专业领域有关的思想史、文明史.作者显然很喜欢一脉思想活水的奔流.他希望用本书援引读者过莽穿林,循流溯源,涵泳面前流波的渊渟之秀美和奔涌之坚毅.我们掩起卷来,既得到了水文知识,而且感受到爱知之乐.这也许可以说是本书最大的一个价值.

因此,我在40年代初期,在烽火连天,流亡在湘西沅水之滨的湖南大学校园内,当时取得国外书刊何等艰难,却意外地能读到本书,惊喜之情,回思宛如昨日.我和师友们做着一个一个的明天的祖国的梦想.这本书当时成了镶嵌我们的梦的一个部件.

40年代末期,我终于译出了本书,并由开明书店慨然决定出版.只是由于时局的变动而未果.

80年代上期,商务印书馆决定正式出版此书.我将译稿重新全部通读校改,并按解放后的译名手册统一译名.印数不多.

现在,上海教育出版社组织大型数学科普系列——“通俗数学名著译丛”,这正符合数学大师陈省身所瞩望的:“迎接2000数学年”,是一个盛举.上海教育出版社同志愿将本书纳入这个译丛,配套成龙,俾使更广大的读者得以了解和接触本书,这是很好的事情.商务印书馆方面不反对.我十分赞成.

尼赫鲁是一位读书人.他在他的著作中引证了本书对“印度

无名氏在公元初期的几个世纪所发明的位置原则实在是一件有世界意义的大事”的论列，又引述了老子的玄言：“常无欲以观其妙，常有欲以观其徼。”还援引过猪八戒的名言：“依着王法打杀，依着佛法饿杀。”尼赫鲁认为，“科学正以它自己精确实验的观察方法向多方面迈进，扩大着所已经翔实证明了的的知识领域，并且在过程中改变着人类的生活。”“它将仍然沿着它的指定的途径前进，因为这旅程是没有终结的。”“科学将继续追问着‘怎么样？’。当它找到了这答案，就会予人生以较大的满足和意义，并且也许在回答我们的‘为什么？’的问题上更进一步。”

而我们追问“为什么？”和“怎么样？”的漫长的努力，我们的诸多的美好梦想，包括科学的春天繁荣梦和作为科学的网络的数学探求梦，这些灿烂的梦想的实现，那也是不会中止的。这本译作便也仍是这些灿烂梦想的镶嵌物。今天，它又从一条新的途径，深入到读者中间去，对于增进科学精神，发扬思想活力，推动数学探究，当然都有裨益。我作为一个曾在数学行列中守卫过的年近八十的老卒，曾经在沙砾中找到这块宝石，把它拂拭过，镶嵌在华年的梦想中，现在再端出来，敬献给读者，希望读者将谛视它，赏鉴它，因为它果然是有光的。

苏仲湘

写于阳台边发芽而成长极缓的
盆栽小橘树旁，时为二〇〇〇年夏日

“源头茫昧虽难觅，
活水奔流喜不休。”

——昂利·彭加勒

目 录

第 1 章 指印	1
第 2 章 空位	16
第 3 章 数话	29
第 4 章 最末一数	48
第 5 章 符号	65
第 6 章 不可说	84
第 7 章 流性的世界	101
第 8 章 演变之道	117
第 9 章 填补空隙	138
第 10 章 数域	151
第 11 章 无限之解剖	172
第 12 章 两种实在性	191
数概念进化途中的里程碑	207
附录	

1. 论动物和人的数觉(209)
2. 论匹配和分组(210)
3. 论数法的基底(210)
4. 阿基米德记录大数的方法(211)
5. 克谢尔克谢斯点兵法(212)
6. 小数的历史(212)
7. 几何中的神秘(213)
8. 质数的分布(216)
9. 可除性的判别准则(217)
10. 毕达哥拉斯数(219)
11. 拟似归纳法(220)
12. 数学归纳法举例(221)
13. 论有界几何(222)
14. 方程的图解法(223)
15. 几何中的“可能”和“不可能”两个术语(224)
16. 相等的意义(225)