

SCHAUM'S
ouTlines

全美经典 学习指导系列

统计学

(第三版)

[美] M. R. 斯皮格尔 L. J. 斯蒂芬斯 著

杨纪龙 杜秀丽 姚奕 赵媛媛 梁志彬 译

508道详细解答的习题

694道附加习题

包括几百道习题的计算机解

优秀教科书的有益补充

自学的良师益友



科学出版社

麦格劳-希尔教育出版集团

全美经典学习指导系列

统 计 学

(第 三 版)

[美] M. R. 斯皮格尔 L. J. 斯蒂芬斯 著

杨纪龙 杜秀丽 姚奕 赵媛媛 梁志彬 译

科 学 出 版 社

麦格劳-希尔教育出版集团

2 0 0 2

内 容 简 介

本书在对主要的数学概念进行了回顾后,清晰地讲述了数学和其他科学领域都会需要的统计学的基础知识,从变量和图表到标准分布再到基本的概率和样本理论.介绍了用最流行的统计软件包来解决问题.书中众多的例题及详解可进一步强化对理论和方法的理解.

本书可供大学数学、统计学等专业的教师、学生以及各类专业技术人员参考.

Murray R. Spiegel, Larry J. Stephens, Schaum's Outline of Theory and Problems of Statistics, Third Edition.

ISBN:0-07-060281-6

Copyright © 1999 by the McGraw-Hill Companies, Inc.

Authorized translation from the English language edition published by McGraw-Hill Companies, Inc.

All rights reserved.

本书中文简体字版由科学出版社和美国麦格劳-希尔教育出版集团合作出版.未经出版者书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分.

版权所有,翻印必究.

本书封面贴有 McGraw-Hill 公司防伪标签,无标签者不得销售.

图字:01-2001-1767 号

图书在版编目(CIP)数据

统计学(第三版)/[美]斯皮格尔(Spiegel, M. R.)等著,杨纪龙等译. - 北京:科学出版社,2002

(全美经典学习指导系列)

ISBN 7-03-009620-7

I. 统… II. ①斯…②杨… III. 统计学 IV. C8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 047881 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2002 年 1 月第 一 版 开本:A4(890×1240)

2002 年 1 月第一次印刷 印张:25 3/4

印数:1—5 000 字数:732 000

定价:35.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

译者的话

本书是美国著名统计学家 M.R. 斯皮格尔和 L.J. 斯蒂芬斯所著的一本统计学教材,系《全
美经典学习指导系列》丛书之一.主要内容有频数分布,抽样理论,估计理论,假设检验,方差分
析,回归和相关分析,时间序列分析及过程统计控制等.

本书有如下特色:1. 阅读本书所需的数学基础仅是算术和初等代数学的知识,但本书所
收内容在深度和广度上都超过一般的统计学初级教程.2. 书中附有大量的已给出详细解答的
各类实际应用问题,它们占有全书的大部分篇幅.3. 对各种统计方法都介绍了统计软件包的
使用.这些特色在国内的统计学教材中尚不多见.本书是一本优秀的统计学教材,可供大学数
学、统计学等专业师生及各类专业技术人员参考.

参加本书翻译的有南京师范大学数学与计算机科学学院的杨纪龙、杜秀丽、姚奕、赵媛媛
和梁志彬.其中姚奕译第一至第五章,赵媛媛译第六至第十章,梁志彬译第十一至第十五章,杜
秀丽译第十六至第十九章,杨纪龙修改整理全部译稿.在翻译中我们对原著中的若干错误作了
改正,不在书中一一指出.由于时间仓促,翻译中可能出现错误,欢迎广大读者给予指正.

在翻译本书过程中,科学出版社的毕颖编辑提出了许多宝贵的建议,我们深表感谢.

译者

2001 年 10 月

第三版序言

自从 1961 年第一版出版后,工业技术和社会科学都发生了巨大的变化,在第三版中我们修改了过时的内容.例如,在第二版中的无线电真空管问题,由于 30 岁以下的人大多不知无线电真空管为何物,这个问题以及许多其他问题已经换为诸如健康、艾滋病、英特网技术、电话等问题.数学和统计学的面貌没有变,而应用的领域以及统计的计算方面改变了.

另一个重要的改进是在文中对统计软件进行了介绍.SAS, SPSS 和 MINITAB 等统计软件的发展极大地推动了统计软件在现实生活问题中的应用. MINITAB 软件包是应用最为广泛的统计软件包之一.我要感谢 Minitab Inc. 允许我在本书中使用 MINITAB 的产品.如今许多现代统计学教科书都把计算机软件作为课本内容的一部分,我之所以选择 MINITAB,是因为它应用广泛且使用方便.学生学会了使用 MINITAB 的各种数据文件结构和命令及子命令的结构,也就能使用别的统计软件了.有了下拉式菜单和对话方式,这一软件使用就变得更加方便.我们在书中涉及 MINITAB 的部分讨论了该软件的各种命令和下拉菜单的使用.

本书许多新问题的讨论都涉及到了重要的统计学概念—— p -值检验.当 1961 年第一版出版时,由于没有计算机软件的辅助,它的应用远不如今天.如今 P -值的计算在计算机软件中只是平常的事,因此它已经由统计软件包相应提供.

第一版中的第十九章“指数”已由新的一章“过程统计控制和过程性能”所代替.这一章中讨论的许多问题都在工业上有应用,因此我觉得有必要将它们引入本书.统计软件包中介绍的过程统计控制和过程性能的技术为把这些技术应用到许多工业背景中去提供了方便.软件完成了所有的计算工作,这些计算相当繁琐.我选择使用 MINITAB 是因为我觉得它在 SPC 应用中是最好的.

我要感谢我的妻子 Lana 对我工作的理解,感谢我的朋友 Stanley Wileman 在计算机方面给我提供的帮助,还有 Alan Hunt 和英国伦敦 Keyword 出版有限公司的所有工作人员,感谢他们的杰出工作.最后,我要感谢 McGraw-Hill 工作人员的合作和帮助.

L. J. 斯蒂芬斯

第二版序言

统计或者说统计方法,在人类几乎所有的活动领域中扮演着越来越重要的角色.原来因处理国家事务而得名的统计,现在已影响到农业、生物、商业、化工、通信、经济、教育、电子、医药、物理、政治学、心理学、社会学以及许多其他科学和工程领域.

本书旨在介绍一般的统计学原理,这些原理可能对所有人都会有所帮助,而不管他们专门研究哪个方面.本书可作为所有现行标准教材的补充,还可作为统计学的正规教材.对于那些正在致力于把统计应用到他们所研究的领域中的人,本书也应有相当大的帮助.

本书每章开始都用图例和其他描述性材料清楚地阐述了有关的定义、定理和法则,然后分类给出已给解答的和补充的问题,这些问题大多来自实际应用.其中已经给出解答的问题可以阐明原理,增强读者对本书的理解.这些问题突出了一些重点原理,使得学生不会在学习过程中感到没有依据.这些问题还不断重复了对教学效率至关重要的基本原则,包括许多公式的衍生式.大量的附答案的补充问题,可以使学习者对每章所学的内容进行全面的复习.

理解本书仅需的数学背景是算术和代数学的知识.本书第一章复习了重要的数学概念,这一章既可以在课程开始的时候学习,也可以在今后需要时学习和参考.

本书的前几章涉及的问题是频数分布和相关的中心趋势、离差、偏度和峰度.然后导入对基本概率原理和应用的讨论,为学习抽样理论做好铺垫.抽样理论首先涉及与正态分布相关的大样本理论、统计估计和假设检验及显著性问题.其后一章讨论与小样本理论相关的学生氏 t 分布, χ^2 分布, F 分布及应用.曲线拟合和最小二乘法这一章介绍了与两个变量有关的相关性和回归问题.其后的章节涉及到方差分析和非参数方法,这两个问题都是第一次在第二版中谈到.最后两章分别讨论了时间序列分析和指数问题.

本书所收内容比大多数初级课程涉及的内容多得多,这样使用起来也就更灵活,既可以是一本很有用的参考书,也可以激发读者对本书讨论的问题产生更大的兴趣.使用本书时,可以不必按其编排的顺序学习,甚至可以略过某些章节而不会给读者带来任何困难.例如,如果希望在学习抽样理论前,先学习相关分析,回归分析,时间序列和指数问题,可以在第五章之后直接学习第十三到第十五章和第十八到第十九章.类似地,如果不想花太多的时间学习概率,可以省略第六章的大部分内容作为基础课程,第十五章的所有内容可以不学.我们按照现在的顺序编排本书,是因为在现代课程中,越来越趋向于尽早介绍抽样理论和统计影响的问题.

我要感谢很多政府和私人的机构为本书的表格提供数据,为此,全书表格中的数据都注明了其来源.在此,我要特别感谢英国皇家学会会员剑桥大学教授 Ronald A. Fisher 爵士、英国皇家学会会员洛桑(Rothamsted)的 Frank Yates 博士和爱丁堡的 Messrs. Oliver and Boyd Ltd 公司,感谢他们允许本书使用《生物、农业和医药研究统计用表》一书中表格 3 的数据.我还要感谢 Esther 和 Meyer Scher 的鼓励以及 McGraw-Hill 公司工作人员的合作.

M. R. 斯皮格尔

目 录

第一章 变量和图形	(1)
统计学	(1)
总体和样本,归纳统计学和描述性统计学	(1)
离散变量和连续变量	(1)
数据舍入	(1)
科学记数	(2)
有效数字	(2)
数值计算	(3)
函数	(3)
直角坐标	(3)
图形	(4)
方程	(4)
不等式	(4)
对数	(5)
反对数	(5)
对数计算	(6)
第二章 频数分布	(28)
原始数据	(28)
数组阵列	(28)
频数分布	(28)
组距和组限	(28)
组界	(28)
组距的大小或宽度	(29)
组中值	(29)
建立频数分布的一般法则	(29)
直方图和频数多边形	(29)
频率分布	(29)
累积频数分布和卵形线	(30)
累积频率分布和百分率卵形线	(30)
频数曲线和光滑卵形线	(31)
频数曲线的种类	(31)
第三章 均值,中位数,众数以及其他表示集中趋势的度量	(45)
下标,记法	(45)
求和符号	(45)
平均值或集中趋势的度量	(45)
算术平均	(45)
加权算术平均	(46)
算术平均的性质	(46)
从分类资料中计算算术平均值	(46)
中位数	(47)

众数	(47)
均值, 中位数和众数间的经验关系	(48)
几何平均 G	(48)
调和平均 H	(48)
算术平均, 几何平均和调和平均间的关系	(48)
均方根(RMS)	(49)
四分位数, 十分位数和百分位数	(49)
第四章 标准差和其他表示离差的度量	(67)
离差或变差	(67)
全距	(67)
平均偏差	(67)
半内四分位数间距	(67)
10~90 百分位数间距	(68)
标准差	(68)
方差	(68)
计算标准差的快捷方法	(68)
标准差的性质	(69)
Charlier 检验	(69)
Sheppard 方差修正	(70)
离差度量间的经验关系	(70)
绝对和相对离差, 变异系数	(70)
标准化变量, 标准分数	(70)
第五章 矩, 偏度和峰度	(86)
矩	(86)
分类资料的矩	(86)
矩间关系	(86)
分类资料矩的计算	(86)
Charlier 检验和 Sheppard 修正	(87)
无量纲形式的矩	(87)
偏度	(87)
峰度	(88)
总体矩, 偏度和峰度	(88)
第六章 初等概率论	(96)
概率的定义	(96)
条件概率, 独立和不独立事件	(96)
互不相容事件	(97)
概率分布	(98)
数学期望	(99)
总体均值和方差与样本均值和方差的关系	(99)
组合分析	(99)
组合	(100)
$n!$ 的 Stirling 逼近	(100)
概率和集合论的关系	(100)
第七章 二项分布, 正态分布和泊松分布	(117)
二项分布	(117)

正态分布	(118)
二项分布和正态分布的关系	(119)
泊松分布	(119)
二项分布和泊松分布的关系	(119)
多项分布	(119)
用样本的频率分布拟合理论分布	(120)
第八章 初等抽样理论	(137)
抽样理论	(137)
随机样本和随机数	(137)
有放回和无放回抽样	(137)
抽样分布	(137)
均值的抽样分布	(138)
比例的抽样分布	(138)
差与和的抽样分布	(138)
标准误差	(139)
第九章 统计估计理论	(152)
参数的估计	(152)
无偏估计	(152)
有效估计	(152)
点估计和区间估计	(152)
总体参数的置信区间估计	(153)
可能误差	(154)
第十章 统计决策理论	(162)
统计决策	(162)
统计假设	(162)
假设检验, 显著性检验或决策法则	(162)
第一类和第二类错误	(162)
显著性水平	(162)
关于正态分布的检验	(163)
双边检验和单边检验	(163)
特殊检验	(164)
OC 曲线, 检验的功效	(164)
控制图	(164)
有关样本差的检验	(164)
关于二项分布的检验	(165)
第十一章 小样本理论	(180)
小样本	(180)
t 分布	(180)
置信区间	(181)
假设检验和显著性检验	(181)
χ^2 分布	(182)
χ^2 的置信区间	(182)
自由度	(183)
F 分布	(183)

第十二章 χ^2 检验	(194)
观察频数和理论频数	(194)
χ^2 的定义	(194)
显著性检验	(194)
拟合优度的 χ^2 检验	(195)
列联表	(195)
关于连续性的 Yates 修正	(195)
计算 χ^2 的简单公式	(195)
列联系数	(196)
属性相关	(196)
χ^2 的可加性	(196)
第十三章 曲线拟合和最小二乘法	(209)
变量间的相互关系	(209)
曲线拟合	(209)
近似曲线的方程	(209)
曲线拟合的徒手法	(210)
直线	(210)
最小二乘法	(210)
最小二乘直线	(211)
非线性关系	(212)
最小二乘抛物线	(212)
回归	(212)
时间序列的应用	(212)
两个以上变量的问题	(212)
第十四章 相关理论	(232)
相关与回归	(232)
线性相关	(232)
相关性度量	(232)
最小二乘回归直线	(233)
估计的标准误差	(233)
回归平方和与残差平方和	(234)
相关系数	(234)
关于相关系数的附注	(234)
线性相关系数的积-矩公式	(235)
快捷计算公式	(235)
回归直线和线性相关系数	(236)
时间序列相关	(236)
属性相关	(236)
相关的抽样理论	(236)
回归的抽样理论	(237)
第十五章 多重相关与偏相关	(258)
多重相关	(258)
下标记号	(258)
回归方程和回归平面	(258)
最小二乘回归平面的正规方程	(258)

回归平面和相关系数	(259)
估计的标准误差	(259)
多重相关系数	(259)
因变量的转换	(260)
多于三个变量的推广	(260)
偏相关	(260)
多重相关系数与偏相关系数之间的关系	(260)
非线性多重回归	(261)
第十六章 方差分析	(271)
方差分析的目的	(271)
单向分类或单因素试验	(271)
总变差, 组内变差和组间变差	(271)
计算变差的快捷方法	(272)
方差分析的数学模型	(272)
变差的数学期望	(272)
变差的分布	(273)
等均值零假设的 F 检验	(273)
方差分析表	(273)
观测值数目不等时所做的修正	(274)
双向分类或双因素试验	(274)
双因素试验的记号表示	(274)
双因素试验的变差	(275)
双因素方差分析	(275)
有重复的双因素试验	(277)
实验设计	(278)
第十七章 非参数检验	(302)
引言	
符号检验	(302)
Mann-Whitney U 检验	(302)
Kruskal-Wallis H 检验	(303)
有结点时 H 检验的修正	(304)
随机性的游程检验	(304)
游程检验的进一步应用	(304)
Spearman 秩相关	(305)
第十八章 时间序列分析	(326)
时间序列	(326)
时间序列图	(326)
时间序列的特征运动	(326)
时间序列运动分类	(326)
时间序列分析	(327)
移动平均, 时间序列的平稳化	(327)
趋势的估计	(328)
季节变差的估计, 季节指数	(328)
数据的消季节化	(329)
循环变差的估计	(329)

不规则变差的估计	(329)
数据的可比性	(329)
预测	(329)
时间序列分析的基本步骤小结	(329)
第十九章 过程统计控制和过程性能	(353)
对控制图的一般讨论	(353)
变量和属性控制图	(353)
$\bar{X} - R$ 图	(354)
指定原因的检验	(355)
过程性能	(356)
P - 图和 NP - 图	(359)
其他控制图	(360)
补充习题答案	(373)
附录	(388)
附录 I 标准正态分布的分布密度值	(388)
附录 II 标准正态分布的随机变量落在 0 到 z 区间上的概率值	(389)
附录 III t 分布的下侧分位数	(390)
附录 IV χ^2 分布的下侧分位数	(391)
附录 V F 分布的 95% 的下侧分位数	(392)
附录 VI F 分布的 99% 的下侧分位数	(393)
附录 VII 常用对数表	(394)
附录 VIII $e^{-\lambda}$ 值 ($0 < \lambda < 1$)	(397)
附录 IX 随机数表	(398)

第一章 变量和图形

统计学

统计学是一门关于用科学方法收集、整理、汇总、描述和分析数据资料,并在此基础上进行推断和决策的科学.

狭义地说,统计这个术语被用来统指数据或从数据中得到的一些数字,比如平均数.因此,我们常提到职业统计,事故统计等.

总体和样本,归纳统计学和描述性统计学

在收集一组反映人或物的特征的数据时,比如一所大学学生的身高和体重,一个工厂某天生产的螺栓的次品和正品数,观察整组是不可能也是不切实际的,特别是当整组容量很大的时候.常用的方法是观测这个组中的一个部分——**样本**,而不是观测整个组——**总体**.

一个总体可以由有限个元素或无限个元素组成.例如,将一个工厂某天生产的螺栓视为一个总体,那么它是有限的;而将一枚硬币连续抛掷得到的所有结果(正面、反面)视为一个总体,那么它是无限的.

如果样本能很好地反映总体特性,那么就可以通过对样本的分析来给总体下结论,在这种情况下进行的统计工作称为**归纳统计学**或**统计推断**.由于这样的推断不能绝对肯定,因此在下结论时常常用到**概率**这一概念.如果仅仅只是描述和分析特定的对象而不下结论或对较大的群体不进行推断,在这种情况下进行的统计工作称为**描述性统计学**或**演绎统计学**.

在学习统计学之前,我们先来复习一些重要的数学概念.

离散变量和连续变量

一个**变量**用一个符号表示,如 X, Y, H, x 或 B .变量的**值域**是指变量的一切可能取值的集合.如果一个变量仅能取一个值,那么这个变量称为**常量**.

一个理论上可以取 2 个给定值之间任意值的变量称为**连续变量**.反之,则称为**离散变量**.

例 1 一个家庭中儿童人数 N 可取 $0, 1, 2, 3, \dots$ 中任意值,但 N 不能是 2.5 或 3.842,因此 N 是一个离散变量.

例 2 一个人的身高 H ,根据测量的精度,可以是 62 英寸¹⁾,63.8 英寸或 65.8341 英寸, H 是一个连续变量.

可以用离散变量或连续变量来描述的数据分别被称为**离散数据**或**连续数据**.例如,每 1000 个家庭中儿童数量就是一组离散数据,而 100 个大学生的身高就是一组连续数据.通常**测量**产生连续数据,而**枚举**或**计数**产生离散数据.

有时我们还需将变量概念扩展到非数字化实体.例如,彩虹的颜色 C 就是一个变量,它可取“值”为红、橙、黄、绿、蓝、青和紫.通常可以用数值量化这样的变量,比如用 1 表示红色,用 2 表示橙色等等.

数据舍入

由于 72.8 到 73 的距离较它到 72 的距离近,这是因此舍入 72.8 的结果为 73.同样,72.8146 舍入至最近的百分位(或小数点后 2 位)即是 72.81,这是因为 72.8146 距 72.81 较

1) 1 英寸 = 0.0254 米.

72.82 近些.

在把 72.465 舍入至最近的百分位时,我们发现 72.465 距 72.48 和距 72.47 恰好一样远. 在实践中对于这样的情况,常常是把 5 舍入后得到偶数. 因此 72.465 舍入至 72.46, 183.575 舍入至 183.58, 116 500 000 舍入至最近的百万位就是 116 000 000. 这样做的好处就是在大量的运算中,可以使累积舍入误差达到最小(见习题 1.4).

科学记数

在书写数字时,特别是碰到那些小数点前后有许多零的数,我们用科学记数法就方便多了.

例 3 $10^1 = 10$, $10^2 = 10 \times 10 = 100$, $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$,
 $10^8 = 100\,000\,000$.

例 4 $10^0 = 1$; $10^{-1} = .1$ 或 0.1 ; $10^{-2} = .01$ 或 0.01 ; $10^{-5} = .00001$ 或 0.00001 .

例 5 $864\,000\,000 = 8.64 \times 10^8$, $0.00003416 = 3.416 \times 10^{-5}$.

例如,一个数乘以 10^8 ,相当于把小数点向右移动 8 个位置,而一个数乘以 10^{-6} 相当于把小数点向左移动 6 个位置.

我们通常写 0.1253 而不写 .1253 是为了强调小数点前的数字没有被疏忽,而在不产生混淆的情况下,如在表格里,小数点前的 0 可以省略.

通常我们用圆括号或点来表示 2 个或更多的数相乘. 例如: $(5)(3) = 5 \cdot 3 = 5 \times 3 = 15$, $(10)(10)(10) = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$. 当字母用来表示数字时,圆括号或点可以省略,比如: $ab = (a)(b) = a \cdot b = a \times b$.

科学记数法常常用在计算当中,特别是在对小数点的定位中,我们可以采用如下规则:

$$10^p \cdot 10^q = 10^{p+q}, \quad \frac{10^p}{10^q} = 10^{p-q}$$

其中 p 和 q 是任意数字.

在 10^p 中, p 称为指数,而 10 称为底数.

例 6 $10^3 \times 10^2 = 1000 \times 100 = 100\,000 = 10^5$, 即 10^{3+2} ;

$$\frac{10^6}{10^4} = \frac{1\,000\,000}{10\,000} = 100 = 10^2, \quad \text{即 } 10^{6-4}.$$

例 7 $4\,000\,000 \times 0.0000000002 = (4 \times 10^6) \times (2 \times 10^{-10}) = 4 \times 2 \times 10^6 \times 10^{-10}$
 $= 8 \times 10^{6-10} = 8 \times 10^{-4} = 0.0008$

例 8 $\frac{0.006 \times 80\,000}{0.04} = \frac{6 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^4}{4 \times 10^{-2}} = \frac{48 \times 10^1}{4 \times 10^{-2}} = \frac{48}{4} \times 10^{1-(-2)}$
 $= 12 \times 10^3 = 12\,000$

有效数字

如果一个人的身高被精确地记录为 65.4 英寸,这就意味着这个人的真实身高介于 65.35 英寸和 65.45 英寸之间. 这些精确的数字,除去那些小数点定位所需的零,被称为数的有效数字.

例 9 65.4 有 3 个有效数字.

例 10 4.5300 有 5 个有效数字.

例 11 $.0018 = 0.0018 = 1.8 \times 10^{-3}$ 有 2 个有效数字.

例 12 $.001800 = 0.001800 = 1.800 \times 10^{-3}$ 有 4 个有效数字.

枚举(或计数)而非测量得到的数是准确的,并且有无限多个有效数字. 然而在某些情况下,如果没有更多信息很难决定哪些数字是有效的. 例如,数字 186 000 000 可能有 3, 4, ..., 9 个有效数字. 如果认为它有 5 个有效数字,那么把它记为 186.00×10^6 或 1.8600×10^8 会更妥

当些.

数值计算

在进行包括乘、除以及开方运算时,最终结果的有效数字个数不可能比运算数中有效数字个数最少的数的有效数字个数多(见习题 1.9).

例 13 $73.24 \times 4.52 = 331.$

例 14 $1.648/0.023 = 72.$

例 15 $\sqrt{38.7} = 6.22.$

例 16 $8.416 \times 50 = 420.8$ (如果 50 是准确的).

在进行数的加、减运算时,最终结果的小数点以后的有效数字个数不可能比运算数字小数点以后的最少有效数字个数多(见习题 1.10).

例 17 $3.16 + 2.7 = 5.9.$

例 18 $83.42 - 72 = 11.$

例 19 $47.816 - 25 = 22.816$ (如果 25 是准确的).

以上对加法、减法的法则可以推广(见习题 1.11).

函数

若对于变量 X 的每个值,变量 Y 都有一个或更多的值与之对应,则称 Y 是一个关于 X 的函数,并记为 $Y = F(X)$ (读作“ Y 等于 $F(X)$ ”). F 也可用其他字母(G, φ 等)来代替.

变量 X 称为自变量, Y 称为因变量.

若对于 X 的每一个值, Y 有且仅有一个值与之对应,则称 Y 为 X 的单值函数;否则,称 Y 为 X 的多值函数.

例 20 美国的总人口数 P 是时间 t 的函数,记作 $P = F(t)$.

例 21 竖直悬挂的弹簧受到的拉力 S 是挂在它末端的重量 W 的函数,记作: $S = G(W)$.

变量间的函数关系常常用表来描述.然而,它也可以用关于变量的方程来表示,如 $Y = 2X - 3$,在这个方程中,根据不同的 X 的值,就可以得到相应的 Y 的值.

若 $Y = F(X)$,则 $F(3)$ 表示“当 $X = 3$ 时, Y 的值”; $F(10)$ 表示“当 $X = 10$ 时, Y 的值”等等.因此如果 $Y = F(X) = X^2$,那么 $F(3) = 3^2 = 9$,就是当 $X = 3$ 时 Y 的值.

函数的概念可以推广到 2 个或更多个变量(见习题 1.17).

直角坐标

考虑两条相互垂直的带有适当刻度的直线 $X'OX$ 和 $Y'OY$,分别称为 X 轴和 Y 轴(见图

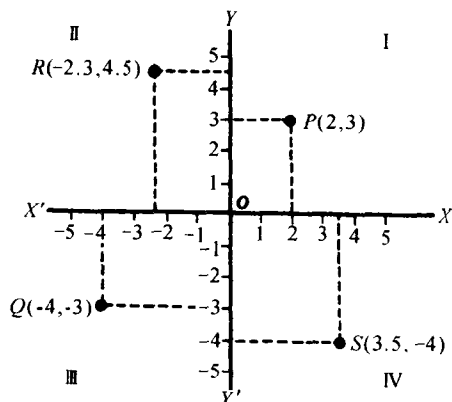


图 1-1

1-1). 整个平面被这两条直线分割成 4 个部分, 分别用 I, II, III 和 IV 来表示, 称为第一、第二、第三和第四**象限**, 整个平面称为 **XY 平面**.

O 点称为**原点**或**零点**. 过任意给定的一点 P , 向 X 轴和 Y 轴分别作垂线. 垂线与 X 轴的交点值 X 和与 Y 轴的交点值 Y 称为 P 点的**直角坐标**, 或简称为**坐标**, 记为 (X, Y) . X 称为点的**横坐标**, Y 称为点的**纵坐标**. 在图 1-1 中, P 点的横坐标是 2, 纵坐标是 3, P 点的坐标记为 $(2, 3)$.

相反地, 给定了点的坐标, 我们就可以对这个点定位或**作图**. 在图 1-1 中, Q, R 和 S 分别表示坐标为 $(-4, -3)$, $(-2.3, 4.5)$ 和 $(3.5, -4)$ 的点.

过 O 点作 Z 轴垂直于 XY 平面, 我们可以很容易地推广以上的概念到三维空间. 在这种情况下, 点 P 的坐标应为 (X, Y, Z) .

图形

变量间的关系也可用**图形**来表示. 根据数据的性质和应用图形的目的, 有许多种类的图形已在统计学中得到使用. 这其中有**条形图**、**圆形图**、**像形图**等. 这些图形也常称为**图表**, 例如条形图表, 圆形图表等(见习题 1.23, 1.24, 1.26 和 1.27).

方程

方程是形如 $A = B$ 的表达式, 其中 A 称为**方程的左端(边)**, B 称为**方程的右端(边)**. 只要我们对方程的两边进行**相同运算**, 我们就能得到**等价方程**. 因此我们对方程的两边同时加上、减去、乘以或除以同一个值, 我们就能得到一个等价方程. 要注意的是**除以 0 是不允许的**.

例 22 对于方程 $2X + 3 = 9$, 从两边同时减去 3, $2X + 3 - 3 = 9 - 3$ 得 $2X = 6$. 两边同时除以 2, $2X/2 = 6/2$, 得 $X = 3$. 这个值就是给定方程的**解**. 用 3 来代替 X , 得 $2 \times 3 + 3 = 9$, 即 $9 = 9$, 这是一个**恒等式**. 求方程解的过程称为**解方程**.

上述方法可以解含有 2 个未知数的 2 个方程, 含有 3 个未知数的 3 个方程等等. 这样的一组方程称为**联立方程**(见习题 1.30).

不等式

符号“ $<$ ”和“ $>$ ”分别表示“小于”和“大于”. 符号“ $\leq$ ”和“ $\geq$ ”则分别表示“小于等于”和“大于等于”. 众所周知, 这些都是**不等号**.

例 23 $3 < 5$ 读作“3 小于 5”.

例 24 $5 > 3$ 读作“5 大于 3”.

例 25 $X < 8$ 读作“ X 小于 8”.

例 26 $X \geq 10$ 读作“ X 大于等于 10”.

例 27 $4 < Y \leq 6$ 读作“4 小于 Y , Y 小于等于 6”或“ Y 在 4 和 6 之间, 不包括 4, 而包括 6”, 或“ Y 大于 4 且小于等于 6”.

有不等号连接的关系式称为**不等式**. 与等式的两边一样, 我们也称不等式的两边为**不等式的端**, 因此在不等式 $4 < Y \leq 6$ 中, 4, Y 和 6 是不等式的各端.

在下列情况下, 不等式依然成立:

1. 不等式各端同时加上或减去相同的数.

例 28 由于 $15 > 12$, 因此 $15 + 3 > 12 + 3$ (即 $18 > 15$) 和 $15 - 3 > 12 - 3$ (即 $12 > 9$).

2. 不等号各端同时乘以或除以相同的**正数**.

例 29 由于 $15 > 12$, 因此 $15 \times 3 > 12 \times 3$ (即 $45 > 36$) 和 $15/3 > 12/3$ (即 $5 > 4$).

3. 不等式各端同时乘以或除以相同的**负数**, 不等号的方向要改变.

例 30 由于 $15 > 12$, 因此 $15 \times (-3) < 12 \times (-3)$ (即 $-45 < -36$) 和 $15/(-3) > 12/(-3)$ (即 $-5 < -4$).

对数

每个正数 N 都可以表示为 10 的幂的形式,也就是说,我们总可以找到 p ,使得 $N = 10^p$, p 称为以 10 为底的 N 的对数或 N 的常用对数,记为 $p = \log_{10} N$,或简记为 $p = \log N$.例如,由于 $1000 = 10^3$,因此 $\log 1000 = 3$.同样地,由于 $0.01 = 10^{-2}$,因此 $\log 0.01 = -2$.

当 N 是 1 到 10(即 10^0 到 10^1)之间的数时, $p = \log N$ 是 0 到 1 之间的数,并可以在附录 VII 中查找.

例 31 在附录 VII 中查找 $\log 2.36$,顺着标有 N 的左列向下看,直到我们找到第一个 2 位数 23,然后我们向右直到看到标有 6 的列,就找到了表值 3729.因此 $\log 2.36 = 0.3729$ (即 $2.36 = 10^{0.3729}$).

所有正数的对数都可以从 1 到 10 的对数中得到.

例 32 在例 31 中, $2.36 = 10^{0.3729}$,用 10 连续地去乘,得到 $23.6 = 10^{1.3729}$, $236 = 10^{2.3729}$, $2360 = 10^{3.3729}$ 等等.因此 $\log 2.36 = 0.3729$, $\log 23.6 = 1.3729$, $\log 236 = 2.3729$, $\log 2360 = 3.3729$.

例 33 由于 $2.36 = 10^{0.3729}$,我们连续地用 10 去除得到 $0.236 = 10^{0.3729-1} = 10^{-0.6271}$, $0.0236 = 10^{0.3729-2} = 10^{-1.6271}$,以此类推.

通常我们把 $0.3729 - 1$ 写为 $9.3729 - 10$ 或 $\bar{1}.3729$; $0.3729 - 2$ 写为 $8.3729 - 10$ 或 $\bar{2}.3729$,以此类推.有了这些记号,我们有

$$\log 0.236 = 9.3729 - 10 = \bar{1}.3729 = -0.6271$$

$$\log 0.0236 = 8.3729 - 10 = \bar{2}.3729 = -1.6271$$

以此类推.

小数部分 .3729 在这些算法中称为**对数的尾数**.在尾数小数点前的部分,[即 1, 2, 3, $\bar{1}$, $\bar{2}$ (或 $9 - 10$, $8 - 10$)]称为**首数**.

以下法则很容易证明:

1. 大于 1 的数,它的首数是非负的,并且首数比小数点前的数的位数小.

例 34 2360, 236, 23.6 和 2.36 的对数的首数分别为 3, 2, 1 和 0,而得到的对数分别为 3.3729, 2.3729, 1.3729 和 0.3729.

2. 小于 1 的数,它的首数是负的,并且首数的绝对值比紧跟着小数点后的零的个数大.

例 35 0.236, 0.0236 和 0.00236 的首数分别为 -1 , -2 , -3 ,而求得的对数分别为 $\bar{1}.3729$, $\bar{2}.3729$ 和 $\bar{3}.3729$ 或 $9.3729 - 10$, $8.3729 - 10$ 和 $7.3729 - 10$.

如果要算 4 个数字数的对数,比如 2.364 和 758.2,可以用**插值法**求解(见习题 1.36).

反对数

在指数形式 $2.36 = 10^{0.3729}$ 中,2.36 称为 0.3729 的反对数.2.36 的对数是 0.3729,接下来就可以得到

$$\text{antilog } 1.3729 = 23.6, \text{ antilog } 2.3729 = 236, \text{ antilog } 3.3729 = 2360$$

$$\text{antilog } 9.3729 - 10 = \text{antilog } \bar{1}.3729 = 0.236$$

$$\text{antilog } 8.3729 - 10 = \text{antilog } \bar{2}.3729 = 0.0236$$

任何数的反对数都可通过附录 VII 查找.

例 36 求 $\text{antilog } 8.6284 - 10$,在表中寻找尾数 0.6284.它所处的行标号为 42,而列标号为 5,所以所求的数为 425.由于首数为 $8 - 10$,因此所求的结果是 0.0425.同样地, $\text{antilog } 3.6284 = 4250$, $\text{antilog } 5.6284 = 425\ 000$.

如果在附录 VII 中找不到某个尾数,那么可以使用插值法(见习题 1.37).