

目 录

第一章 概论	1
§ 1-1 概述	1
§ 1-2 控制理论在机械制造中的应用	2
§ 1-3 自动控制系统的概念	4
例题及习题	9
第二章 控制系统的动态数学模型	12
§ 2-1 控制系统的微分方程	12
§ 2-2 微分方程的线性化	15
§ 2-3 拉氏变换及反变换	17
§ 2-4 传递函数以及典型环节的传递函数	25
§ 2-5 系统函数方块图及其简化	30
§ 2-6 系统信号流图及梅逊公式	35
§ 2-7 绘制实际物理系统的函数方块图	36
例题及习题	41
第三章 时域瞬态响应分析	48
§ 3-1 时域响应以及典型输入信号	48
§ 3-2 一阶系统的瞬态响应	50
§ 3-3 二阶系统的瞬态响应	53
§ 3-4 高阶系统的瞬态响应	64
§ 3-5 时域瞬态响应的实验方法	66
例题及习题	68
第四章 控制系统的频率特性	75
§ 4-1 频率特性的基本概念	75
§ 4-2 频率响应的极坐标图(乃氏图)	82
§ 4-3 频率响应的对数坐标图(伯德图)	88
§ 4-4 由频率特性曲线求系统传递函数	96
§ 4-5 由单位脉冲响应求系统的频率特性	99
§ 4-6 控制系统的闭环频率	100
例题及习题	102
第五章 控制系统的稳定性分析	109
§ 5-1 系统稳定性的基本概念	109
§ 5-2 系统的稳定条件	110

§ 5-3 代数稳定判据	111
§ 5-4 乃奎斯特稳定判据	117
§ 5-5 应用乃奎斯特判据分析延时系统的稳定性	125
§ 5-6 对数幅相频率特性的稳定性判据	132
§ 5-7 控制系统的相对稳定性	136
例题及习题	139
第六章 控制系统的误差分析和计算	146
§ 6-1 稳态误差的基本概念	146
§ 6-2 控制系统稳态误差的计算	147
例题及习题	157
第七章 控制系统的性能分析与校正	162
§ 7-1 系统的性能指标	162
§ 7-2 系统的校正概述	165
§ 7-3 串联校正	166
§ 7-4 反馈校正	171
§ 7-5 用频率法对控制系统进行设计与校正	173
§ 7-6 典型控制系统举例	182
例题及习题	188
第八章 根轨迹法	194
§ 8-1 根轨迹与根轨迹方程	194
§ 8-2 绘制根轨迹的基本法则	197
§ 8-3 根轨迹图绘制举例	201
§ 8-4 系统闭环零点、极点的分布与性能指标	206
例题及习题	212
第九章 控制系统的非线性问题	215
§ 9-1 概述	215
§ 9-2 描述函数法	219
§ 9-3 相轨迹法	232
例题及习题	244
第十章 离散控制系统	249
§ 10-1 Z 变换和 Z 反变换	249
§ 10-2 离散系统的传递函数	256
§ 10-3 离散系统的稳定性分析	257
§ 10-4 离散控制系统在机械工程中的应用	261
例题及习题	264
第十一章 控制系统的计算机辅助分析	266
§ 11-1 线性系统的仿真	266
§ 11-2 求系统的频率特性	273

§ 11-3 求系统的根轨迹	277
§ 11-4 非线性系统的计算机仿真	281
习题	293
附录	294
附录 I 拉普拉斯变换表	294
附录 II 高阶特征方程的近似求根方法	297
附录 III 高阶最优模型最佳频比的证明	303
习题参考答案	306
参考文献	318

第一章 概 论

§ 1-1 概 述

控制工程基础课程主要阐述的是有关自动控制技术的基础理论。当前，精密仪器和机械制造工业发展的一个明显而重要的趋势是越来越广泛而深刻地引入了控制理论。例如，数控机床、工业机器人、电气液压伺服系统、微细工程、机床动态分析、动态调试、锻压和焊接自动化设备、精密仪器等都要用到控制工程的基础知识。尽管从历史的发展来看，这还是初步的，但从发展的现状与前途看，这却是极活跃、极富生命力的。控制理论不仅是一门极为重要的学科，而且也是科学方法论之一。因此本课程是一门非常重要的技术基础课，它涉及古典控制理论的主要内容及应用。

所谓自动控制，就是在没有人直接参予的情况下，使生产过程或被控对象的某些物理量准确地按照预期规律变化。例如，程序控制机床能够按预先排定的工艺程序自动地进刀切削，加工出预期的几何形状；焊接机器人可按工艺要求焊接流水线上的各个机械部件；温度控制系统能保持恒温等等。所有这些系统都有一个共同点，即它们都是一个或一些被控制的物理量按照给定量的变化而变化，给定量可以是具体的物理量，例如电压、位移、角度等，也可以是数字量。如果给定量是恒定的，一般把这种控制系统叫做恒值调节系统，如稳压电源，恒温控制系统。如果被调量随着给定量（也叫输入量）的变化而变化，则是调节系统或随动系统，例如转速调节系统，位置随动系统等。一般地说，如何使被控制量按照给定量的变化规律而变化，这就是控制系统所要解决的基本任务。学习自动控制这门科学技术要解决两个问题：其一是如何分析某个给定控制系统的工作原理，元部件组成，分析这个系统的稳定性和品质；其二是如何根据生产和国防的需要来进行控制系统的设计，并用机、电、光、液压元部件或设备来实现这一系统。前者主要是分析系统，后者是设计或综合，但无论要解决哪一个问题，都必须具有丰富的控制理论知识。

控制论是自动控制、电子技术、计算机科学等多种学科相互渗透的产物。控制论是在本世纪 40 年代酝酿形成，而在 50 年代以后才得到蓬勃发展的。新兴学科控制论的奠基人 N·维纳从 1919 年就已经萌发控制论的思想，1940 年他提出了数字电子计算机设计的五点建议，后来计算机的问世证明了他的设计思想是正确的。二次大战期间，维纳参加了火炮自动控制的研究工作，他把火炮自动打飞机的动作与人狩猎的行为做了对比，并且发现了极重要的反馈概念。他认识到，稳定活动的方法之一是把活动的结果所决定的一个量，作为信息的新的调节部分，再反馈回控制仪器中，这就是负反馈。即使驾驶一辆车的人类活动，都是由负反馈调节着。人们不是按着固定的模式来操纵车上的驾驶盘，而是发现靠左了，就向右边做一个校正，反之亦然。因此他认为，目的性行为可以用反馈来代替，把目的性行为这个生物所特有的概念赋予机器。于是，维纳等在 1943 年发表了《行为，目的和

目的论》，加上火炮自动控制研制的成功，这些就是控制论萌芽的重要标志。1948年，维纳所著《控制论》的出版，标志着这门学科的正式诞生。

50年代以后是控制论的发展时期，一方面，火炮及导弹控制技术极大地发展，数控、电力、冶金自动化技术突飞猛进；另一方面，控制理论也日渐成熟。1954年，我国科学家钱学森在美国运用控制论的思想和方法，首创了工程控制论，把控制论推广到工程技术领域。接着，又相继出现了生物控制论，经济控制论和社会控制论。目前，控制论正在继续发展。

根据自动控制技术发展的不同阶段，控制理论可分为“古典控制理论”和“现代控制理论”两大部分。

“古典控制理论”的内容是以传递函数为基础，主要研究单输入，单输出这类控制系统的分析和设计问题。

“现代控制理论”是在“古典控制理论”的基础上，于60年代以后发展起来的。它的主要内容是以状态空间法为基础，研究多输入，多输出，变参数、非线性、高精度、高效能等控制系统的分析和设计问题，最优控制、最佳滤波、系统辨识、自适应控制等理论都是这一领域主要的研究课题，特别是近年来由于电子计算机技术和现代应用数学研究的迅速发展，又使现代控制理论在大系统理论和模仿人类智能活动的人工智能控制等方面有了重大发展。

由于学时限制，本课程只涉及古典控制理论，现代控制理论的一些内容将在后续课及研究生课程中讲到。

§ 1-2 控制理论在机械制造中的应用

控制理论在机械制造中的应用大致可分为三类：

一、研究机械工程技术中广义系统的动力学问题

例如图1-1所示质量弹簧阻尼系统。图中， m 、 f 、 k 分别表示质量，粘性阻尼系数和弹簧刚度。当质量受外力 $F(t)$ 作用时，其位移为 $y(t)$ ，则系统的动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y}(t) + f\dot{y}(t) + ky(t) &= F(t) \\ y(0) = y_0; \dot{y}(0) &= \dot{y}_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

$mp^2 + fp + k$ 为方程1-1的特征式($p = \frac{d}{dt}$)，它与系统本身的结构和参数有关，反映了与外界无关的系统本身特性。

$F(t)$ 称为系统的输入， $y(t)$ 称为系统的输出。广义地说，机械设备、加工过程都可看成是一个动力系统，如图1-2所示。以切削过程为例，由于刀具材料与机床结构的进一步发展，产品质量的进一步提高，对切削过程的动态特性研究更加突出了。一系列系统动力学问题摆在我们面前：切削过程

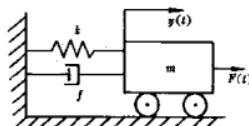


图1-1 质量弹簧阻尼系统

是否稳定？机床特性与切削过程之间有什么关系？机床热变形的规律如何？切削过程的自振如何消除？这样的动力学问题可以用控制理论来分析。就图 1-2 所示的系统及其输入、输出三者之间的动态关系而言，机械控制工程的内容大致可归结为如下五个方面：

1. 当系统已定，输入已知时，求出系统的输出响应，并通过输出来研究系统本身的有关问题，此即系统分析问题；
2. 当系统已给出时，确定输入，使输出尽可能符合给定的最佳要求，此即最优控制问题；
3. 当输入已知时，确定系统，使得输出尽可能符合给定的最佳要求，此即最优设计问题；
4. 当输出已知时，确定系统，以识别输入或输出中的有关信息，此即滤波与预测问题；
5. 当输入与输出均为已知时，求出系统的结构和参数，即建立系统的数学模型，此即系统辨识问题。

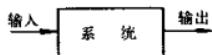


图 1-2 系统模型

二、研究反馈控制系统的性能和设计

例如 1788 年瓦特发明的蒸汽机离心调速器就是一个自动调节系统，当然也可以说是一个典型的机械动力学问题。但它与前面所说的动力学问题不同，离心机构组成的检测装置，对输出转速进行检测，并把它反馈给控制装置，对蒸汽进行流量控制。因此这一反馈作用是人们设计制作的，并不是固有的，如图 1-3 所示。

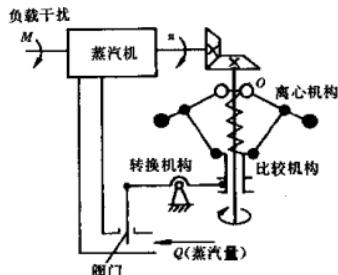


图 1-3 离心调速器

整个生产组织与管理同生产过程一起，组成了一个不可分割的制造系统，现代制造工艺的概念正是建立在研究这样一个动态系统的基础上。这也是用控制理论来研究机械制造中的极重要方面，但这已远超出本书的范围。

目前，控制理论在机械制造领域中应用最为活跃的有下述几个方面：

1. 机械制造过程正在向“自动化”与“最优化”结合的方向，以及机电一体化的方向发展。如机床的数字控制；自适应控制和柔性自动生产线；工业机器人的研究和应用；部件及产品的自动装配；产品的自动和半自动测量和检验；具有视觉功能及其他人工智能的智能控制机器的应用；计算机集成制造系统 CIMS 等。

2. 制造和加工过程的动态研究。因为高速切削、强力切削、高速空程等正在日益广泛地应用，同时，加工精度越来越高， $0.01\mu\text{m}$ 乃至 $0.001\mu\text{m}$ 精度相继出现，这就要求把加工过程如实地作为动态系统加以研究，包括计算机仿真及优化。

3. 在产品设计方面，充分考虑产品与设备的动态特性，然后建立它们的数学模型，进行优化设计。包括计算机辅助设计和试验的研究。

4. 在动态过程或参数测试方面，正在以控制理论作为基础，向着动态测试方向发展。动态精度、动态位移、振动、噪声、动态力与动态温度等的测量，从基本概念，测试手段到测试数据的处理方法无不同控制理论息息相关。

总之，控制理论、微处理器技术同机械制造技术的结合，机电一体化的结合，将促使这一领域中的试验、研究、设计、制造、管理等各个方面发生巨大的变化。

§ 1-3 自动控制系统的基本概念

在各种生产过程和生产设备中，常常需要使其中某些物理量（如温度、压力、位置、速度等）保持恒定，或者让它们按照一定的规律变化。要满足这种需要，就应该对生产机械或设备进行及时的控制和调整，以抵消外界的扰动和影响。下面介绍自动控制系统如何对这些物理量实现自动控制。

一、自动控制系统工作原理

首先研究恒温系统这个例子。实现恒温控制有两种办法：人工控制和自动控制。图 1-4 所示为人工控制的恒温控制箱。人们可以通过调压器改变电阻丝的电流，以达到控制温度的目的。箱内温度是由温度计测量的。人工调节过程可归结如下：

1. 观测由测量元件（温度计）测出的恒温箱的温度（被控制量）；

2. 与要求的温度值（给定值）进行比较，得出偏差的大小和方向；

3. 根据偏差的大小和方向再进行控制。当恒温箱温度高于所要求的给定温度值时，就移动调压器使电流减小，温度降低。若温度低于给定的值，则移动调压器，使电流增加，温度升到正常范围。

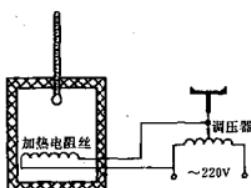


图 1-4 人工控制的恒温箱

因此，人工控制的过程就是测量、求偏差、再控制以纠正偏差的过程。简单地讲就是“检测偏差并用以纠正偏差”的过程。

对于这样简单的控制形式，如果能找到一个控制器代替人的职能，那么这样一个手动调节系统就可以变成自动控制系统了。图 1-5 就是一个自动控制系统。其中，恒温箱的温度是由给定信号电压 u_1 控制的。当外界因素引起箱内温度变化时，作为测量元件的热电偶，把温度转换成对应的电压信号 u_2 ，并反馈回去与给定信号 u_1 相比较，所得结果即为温度的偏差信号 $\Delta u = u_1 - u_2$ ，经过电压、功率放大后，用以改变电机的转速和方向，并通过传

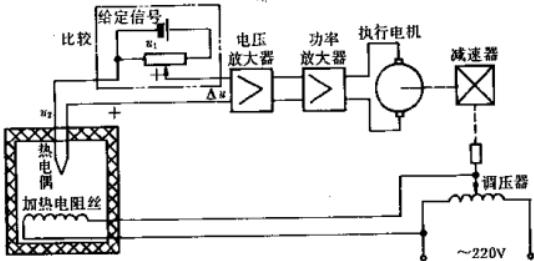


图 1-5 恒温箱的自动控制系统

动装置拖动调压器动触头。当温度偏高时，动触头向着减小电流的方向运动，反之加大电流，直到温度达到给定值为止。即只有在偏差信号 $\Delta u = 0$ 时，电机才停转。这样就完成了所要求的控制任务。而所有这些装置便组成了一个自动控制系统。

上述人工控制系统和自动控制系统是极相似的。执行机构类似于人手，测量装置相当于人的眼睛，控制器类似于人脑。另外，它们还有一个共同的特点，就是都要检测偏差，并用检测到的偏差去纠正偏差，可见没有偏差便没有调节过程。在自动控制系统中，这一偏差是通过反馈建立起来的。给定量也叫控制系统的输入量，被控制量称为系统的输出量。反馈就是指输出量通过适当的测量装置将信号全部或一部分返回输入端，使之与输入量进行比较。比较的结果叫偏差。因此基于反馈基础上的“检测偏差用以纠正偏差”的原理又称为反馈控制原理。利用反馈控制原理组成的系统称为反馈控制系统。

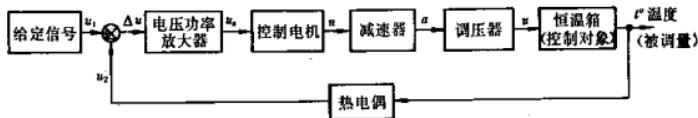


图 1-6 恒温箱温度自动控制系统的功能方块图

图 1-6 所示为恒温箱温度自动控制系统的功能方块图。 \otimes 代表比较元件，箭头代表作用的方向。从图中可以看到反馈控制的基本原理。也可以看到，各功能环节的作用是单向的，每个环节的输出是受输入控制的。总之，实现自动控制的装置可各不相同，但反馈控制的原理却是相同的，可以说，反馈控制是实现自动控制最基本的方法。

二、开环控制与闭环控制

工业上用的控制系统，根据有无反馈作用又可分为两类：开环控制与闭环控制。

1. 开环控制系统 如果系统的输出端和输入端之间不存在反馈回路，输出量对系统的控制作用没有影响，这样的系统称为开环控制系统。图 1-7 所示的电机转速控制系统就

是开环控制的。当给定电压改变时，电机转速也跟着改变，但这个控制系统经受不住负载力矩变化时对转速的影响。

2. 闭环控制系统 图 1-8 是一个反馈控制系统，也叫做闭环控制。这种系统的特点是系统的输出端和输入端之间存在反馈回路，即输出量对控制作用能有直接影响。闭环的作用就是应用反馈来减少偏差。

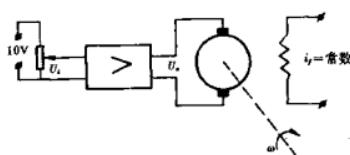


图 1-7 电机转速控制系统

闭环控制突出的优点是精度高，不管什么干扰只要被控制量的实际值偏离给定值时，闭环控制就会产生控制作用来减小这一偏差。图 1-8 所示的闭环调速系统就能大大降低负载力矩对转速的影响，例如负载加大，转速当时就会降低，但有了反馈，偏差就会增大，电机电压就会升高，转速又会上升。

闭环系统也有它的缺点，这类系统是检测偏差用以纠正偏差，或者说是靠偏差进行控制。在工作过程中系统总会存在着偏差，由于元件的惯性（如负载的惯性），很容易引起振荡，使系统不稳定。因此精度和稳定性之间的矛盾始终是闭环系统存在的主要矛盾。

从稳定性的角度看，开环系统比较容易建造，结构也比较简单，因为开环系统不存在稳定性问题。

当对整个系统性能要求比较高时，为了解决闭环控制精度和稳定性之间存在的矛盾，往往将闭环和开环结合在一起应用，即采用复合控制，这是比较合理的。

这里还要说明，机械动力学系统，也可以画成具有反馈的方块图，但这个反馈不是人为加上去的，而是机械系统固有的，一般来说就不叫反馈控制系统，但它可用反馈控制理论来分析，象图 1-1 所说的质量弹簧阻尼系统就一例，可认为它是一个反馈系统。

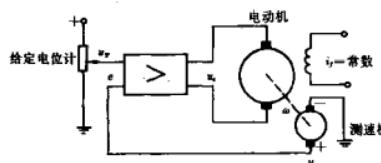


图 1-8 闭环调速系统原理图

三、反馈控制系统的基本组成

图 1-9 就是一个典型的反馈控制系统，该图表示了这些元件在系统中的位置和其相互间的关系。由图可以看出，作为一个典型的反馈控制系统应该包括反馈元件、给定元件、比较元件（或比较环节）、放大元件、执行元件及校正元件等。

给定元件：主要用于产生给定信号或输入信号，例如，调速系统的给定电位计。

反馈元件：它量测被测量或输出量，产生主反馈信号，该信号与输出量存在确定的函数关系（通常为比例关系）。例如，调速系统的测速发电机。

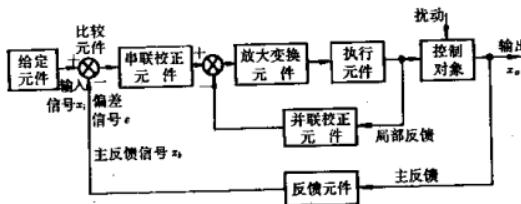


图 1-9 典型的反馈控制系统方块图

比较元件：用来比较输入信号和反馈信号之间的偏差。可以是一个差接的电路，它往往不是一个专门的物理元件，有时也叫比较环节。而自整角机、旋转变压器、机械式差动装置却是物理的比较元件。

放大元件：对偏差信号进行信号放大和功率放大的元件。例如伺服功率放大器、电液伺服阀等。

执行元件：直接对控制对象进行操作的元件。例如执行电机，液压马达等。

控制对象：控制系统所要操纵的对象。它的输出量即为系统的被调量（或被控制量），例如机床、工作台等。

校正元件：或称校正装置，用以稳定控制系统，提高性能。有反馈校正和串联校正两种形式。

四、自动控制系统的基本类型

自动控制系统的类型很多，它们的结构类型和所完成的任务也各不相同。主要可分为下列几种：

1. 按给定量的运动规律可分为：

(1) 恒值调节系统，例如稳压电源，恒温系统等。对于这类系统，分析重点在于克服扰动对被调量的影响。

(2) 程序控制系统，当输入量为已知给定的时间函数时，称为程序控制系统，近年来，由于微处理机的发展，更多地数字程序控制系统投入了运行，如图 1-10 所示。

(3) 随动系统 这种系统的给定量是时间的未知函数，即给定量的变化规律事先无法确定时，要求输出量能够准确、快速的复现给定量，这样的系统称为随动系统，如火炮自动瞄准敌机的系统，液压仿形刀架随动系统等。

2. 按系统反应特性可分为

(1) 连续控制系统 即系统中各个参量的变化都是连续进行的，并可分为线性系统和非线性系统。用线性微分方程描述的系统称为线性控制系统，不能用线性微分方程描述的系统，存在着非线性部件的系统就叫做非线性系统。

(2) 数字控制系统 控制系统的给定量、反馈量、偏差量都是数字量，数值上不连续，时间上也是离散的，一般来说，数字测量、放大、比较、给定等部件均由微处理机实现，计算

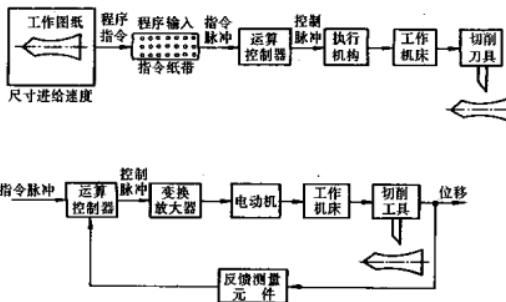


图 1-10 程序控制系统

机的输出经 D/A 转换加给伺服放大器。现在这种系统已随着微处理机的发展而日益增多。

按系统组成元件的物理性质又可分为电气控制系统、液压控制系统等等。

五、对控制系统的根本要求

自动控制系统用于不同的目的，要求也往往不一样。但自动控制技术是研究各类控制系统共同规律的一门技术，对控制系统有一个共同的要求，一般可归结为稳定、准确、快速。

1. 稳定性：由于系统存在着惯性，当系统的各个参数分配不当时，将会引起系统的振荡而失去工作能力。稳定性就是指动态过程的振荡倾向和系统能够恢复平衡状态的能力。输出量偏离平衡状态后应该随着时间收敛并且最后回到初始的平衡状态。稳定性的要求是系统工作的首要条件。

2. 快速性：这是在系统稳定的前提下提出的。快速性是指当系统输出量与给定的输入量之间产生偏差时，消除这种偏差过程的快速程度。

3. 准确性：是指在调整过程结束后输出量与给定的输入量之间的偏差，或称为静态精度，这也是衡量系统工作性能的重要指标。例如数控机床精度愈高，则加工精度也越高。而一般恒温和恒速系统的精度都可在给定值的 1% 以内。

由于受控对象的具体情况不同，各种系统对稳、准、快的要求各有侧重，例如，随动系统对快速性要求较高，而调速系统对稳定性提出较严格的要求。

同一系统稳、准、快是相互制约的。快速性好，可能不会有强烈振荡；改善稳定性，控制过程又可能过于迟缓，精度也可能变坏。分析和解决这些矛盾，也是本学科讨论的重要内容。对于机械动力学系统的要求，首要的也是稳定性，因为过大的振荡将会使部件过载而损坏，此外要防止自振，降低噪声、增加刚度等等。这些都是控制理论研究的中心问题。

例题及习题

本章要求学生了解控制系统的概念，开环控制与闭环控制的区别；闭环控制系统的基本原理和组成环节。学会将简单系统原理图抽象成职能方块图。

例 1 图 1-11 为晶体管直流稳压电源。试画出其系统方块图。

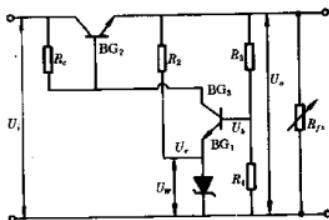


图 1-11 晶体管稳压电源

解：在抽象闭环系统方块图时，首先要抓住比较点，搞清比较的是什么量，对于恒值系统，要明确基准是什么量，还应当清楚输入和输出量是什么。对于本题，可画出方块图如图 1-12。

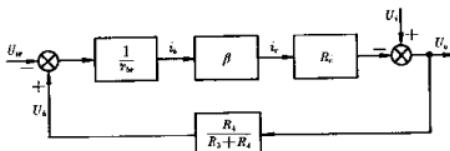


图 1-12 晶体管稳压电源方块图

本题直流稳压电源的基准是稳压管的电压，输出电压通过 R_3 和 R_4 分压后与稳压管的电压 U_w 比较。如果输出电压偏高，则经 R_3 和 R_4 分压后电压也偏高，使与之相连的晶体管基极电流增大，集电极电流随之增大，降在 R_4 两端的电压也相应增加，于是输出电压相应减小。反之，如果输出电压偏低，则通过类似的过程使输出电压增大，以达到稳压的作用。

例 2 图 1-13 为一种简单液压系统工作原理图。其中， X 为输入位移， Y 为输出位移，试画出该系统的职能方块图。

解：该系统是一种阀控液压油缸。当阀向左移动时，高压油从左端进入动力油缸，推动动力活塞向右移动；当阀向右移动时，高压油则从右端进入动力油缸，推动动力活塞向左移动；当阀的位置居中时，动力活塞也就停止移动。因此，阀的位移，即 B 点的位移是该系统的比较点。当 X 向左时， B 点亦向左，而高压油使 Y 向右，将 B 点拉回到原来的中点，堵住了高压油， Y 的运动也随之停下。由此

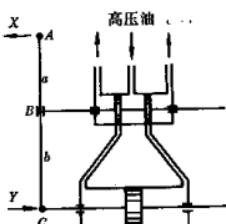


图 1-13 简单液压系统

可画出图 1-14 职能方块图。

1. 在给出的几种答案里, 选择出正确的答案。

(1) 以同等精度元件组成的开环系统和闭环系统, 其精度比较为_____。

(A) 开环高; (B) 闭环高; (C) 相差不多; (D) 一样高。

(2) 系统的输出信号对控制作用的影响_____。

(A) 开环有; (B) 闭环有;

(C) 都没有;

(D) 都有;

(3) 对于系统抗干扰能力_____。

(A) 开环强; (B) 闭环强;

(C) 都强; (D) 都不强。

(4) 作为系统_____。

(A) 开环不振荡; (B) 闭环不振荡;

(C) 开环一定振荡; (D) 闭环一定振荡。

2. 试比较开环控制系统和闭环控制系统的优缺点。

3. 举出五个身边控制系统的例子, 试用职能方块图说明其基本原理, 并指出是开环还是闭环。

4. 函数记录仪是一种自动记录电压信号的设备, 其原理如图 1-15 所示。其中记录笔与电位器 R_a 的电刷机构联结。因此, 由电位器 R_b 和 R_a 组成桥式线路的输出电压 u_s 与记录笔位移 L 是成正比的。当有输入信号 u_i 时, 在放大器输入端得到偏差电压 $\Delta u = u_i - u_s$, 经放大后驱动伺服电动机, 并通过齿轮系及绳轮带动记录笔移动, 同时使偏差电压减小, 直至 $u_s = u_i$ 时, 电机停止转动。这时记录笔的位移 L 就代表了输入信号的大小。若输入信号随时间连续变化, 则记录笔便跟随并描绘出信号随时间变化的曲线。试说明系统的输入量、输出量和被控对象, 并画出该系统的方块图。

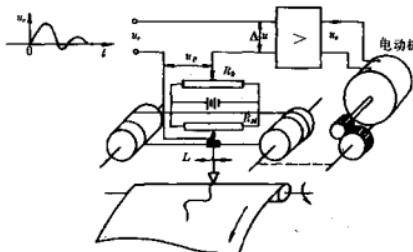


图 1-15 函数记录仪原理图

5. 试画出实验室用电热干燥箱恒温系统职能方块图。

6. 图 1-16(a)和(b)是两种类型的水位自动控制系统, 试画出它们的职能方块图, 说明自动控制水位的过程, 指出两者的区别, 并比较两者的精度。

7. 图 1-17 表示角速度控制系统原理图, 调速器的轴通过减速齿轮以角速度 ω 旋转, 旋转的飞锤所产生的离心力被弹簧力抵消, 所要求的速度由弹簧预应力调准, 试画出其职能方块图。

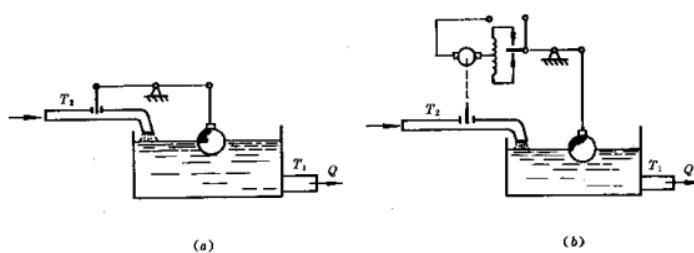


图 1-16 水位自动控制系统

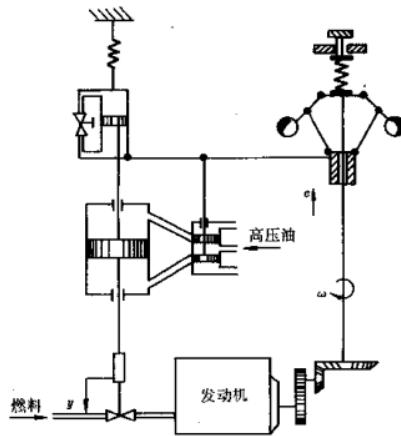


图 1-17 角速度控制系统

第二章 控制系统的动态数学模型

对于一个控制系统，在一定的输入作用下有些什么运动规律，我们不仅希望了解其稳态情况，更重要的是要了解其动态过程。如果将物理系统在信号传递过程中的这一动态特性用数学表达式描述出来，就得到了组成物理系统的数学模型。

建立控制系统的数学模型，并在此基础上对控制系统进行分析、综合，是控制工程的基本方法。工程上常用的数学模型包括传递函数、状态空间方程等，而微分方程又是最基本的数学模型，是列写传递函数的基础。

§ 2-1 控制系统的微分方程

例 1 质量-弹簧阻尼系统

图 2-1(a)所示为组合机床动力滑台铣平面时的情况。当切削力 $F_c(t)$ 变化时，滑台可能产生振动，从而降低被加工工作的表面质量。为了分析这个系统，首先将动力滑台连同铣刀抽象成如图 2-1(b)所示的质量

-弹簧阻尼系统的力学模型，其中

M ——质量；

k ——弹性系数；

f ——粘性阻尼系数；

$F_c(t)$ ——输入切削力；

$y_0(t)$ ——输出位移。

根据牛顿第二定律 $\sum F = ma$ ，

有

$$\begin{aligned} & F_c(t) - f \frac{dy_0(t)}{dt} - ky_0(t) \\ &= M \frac{d^2y_0(t)}{dt^2} \\ & M \frac{d^2y_0(t)}{dt^2} + f \frac{dy_0(t)}{dt} + ky_0(t) \\ &= F_c(t) \end{aligned}$$

例 2 无源电路网络

如图 2-2 所示的系统中

$u_i(t)$ ——输入电压；

$u_o(t)$ ——输出电压。

根据基尔霍夫定律和欧姆定律，有

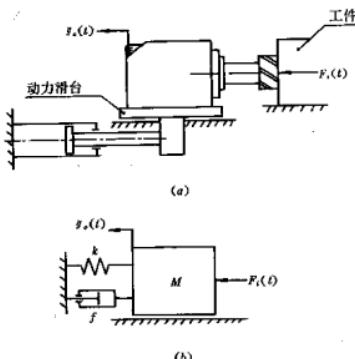


图 2-1 组合机床动力滑台及其力学模型

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1(t) + i_2(t) = i(t) \\ u_i(t) = u_o(t) + R_1 i_2(t) \end{array} \right. \quad (2.1)$$

$$u_i(t) = R_1 i_2(t) \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{C} \int i_1(t) dt = R_1 i_2(t) \quad (2.3)$$

$$u_o(t) = R_2 i(t) \quad (2.4)$$

由式(2.2), 得 $i_2(t) = \frac{u_i(t) - u_o(t)}{R_1}$ (2.5)

由式(2.3), 得 $i_1(t) = R_1 C \frac{du_1(t)}{dt}$

将式(2.5)代入, 得

$$i_1(t) = C \left[\frac{du_i(t)}{dt} - \frac{du_o(t)}{dt} \right] \quad (2.6)$$

由式(2.4), 得

$$i(t) = \frac{u_o(t)}{R_2} \quad (2.7)$$

将式(2.5)、(2.6)、(2.7)代入式(2.1), 得

$$C \left[\frac{du_i(t)}{dt} - \frac{du_o(t)}{dt} \right] + \frac{u_i(t) - u_o(t)}{R_1} = \frac{u_o(t)}{R_2}$$

即

$$R_1 C \frac{du_o(t)}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_2} u_o(t) = R_1 C \frac{du_i(t)}{dt} + u_i(t)$$

例 3 有源电路网络

如图 2-3 所示系统中

$u_i(t)$ —输入电压;

$u_o(t)$ —输出电压;

K_0 —运算放大器开环放大倍数。

设运算放大器的反相输入端为 A 点。

因为一般 K_0 值很大, 又 $u_o(t) = -K_0 u_A(t)$

所在, A 点电位

$$u_A(t) = -\frac{u_o(t)}{K_0} \approx 0$$

因为一般输入阻抗很高, 所以

$$i_1(t) \approx i_2(t)$$

据此, 可列出

$$\frac{u_i(t)}{R} = -C \frac{du_o(t)}{dt}$$

即 $R C \frac{du_o(t)}{dt} = -u_i(t)$

例 4 电枢控制式直流电动机

如图 2-4 所示的系统, 其中

$e_i(t)$ —电机电枢输入电压;

$\theta_o(t)$ —电机输出转角;

R_s —电枢绕组的电阻;

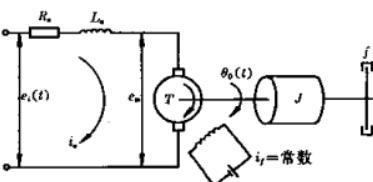


图 2-4 电枢控制式直流电动机

- L_a ——电枢绕组的电感；
 $i_a(t)$ ——流过电枢绕组的电流；
 $e_a(t)$ ——电机感应电势；
 $T(t)$ ——电机转矩；
 J ——电机及负载折合到电机轴上的转动惯量；
 f ——电机及负载折合到电机轴上的粘性摩擦系数。

根据基尔霍夫定律，有

$$e_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_m(t) \quad (2.8)$$

根据磁场对载流线圈的作用定律，有

$$T(t) = K_T i_a(t) \quad (2.9)$$

其中， K_T ——电机力矩常数

根据电磁感应定律，有

$$e_m(t) = K_m \frac{d\theta_a(t)}{dt} \quad (2.10)$$

其中， K_m ——反电势常数

根据牛顿第二定律，有

$$T(t) - f \frac{d\theta_a(t)}{dt} = J \frac{d^2\theta_a(t)}{dt^2} \quad (2.11)$$

将式(2.9)代入式(2.11)，得

$$i_a(t) = \frac{J}{K_T} \frac{d^2\theta_a(t)}{dt^2} + \frac{f}{K_T} \frac{d\theta_a(t)}{dt} \quad (2.12)$$

将式(2.10)、(2.12)代入式(2.8)，得

$$L_a J \frac{d^2\theta_a(t)}{dt^2} + (L_a f + R_a J) \frac{d\theta_a(t)}{dt} + (R_a f + K_T K_m) \frac{d\theta_a(t)}{dt} = K_T e_i(t)$$

电枢电感 L_a 通常较小，若忽略不计，系统微分方程可简化为

$$R_a J \frac{d^2\theta_a(t)}{dt^2} + (R_a f + K_T K_m) \frac{d\theta_a(t)}{dt} = K_T e_i(t)$$

当电枢电感 L_a ，电阻 R_a 均较小，都忽略时，系统微分方程可进一步简化为

$$K_m \frac{d\theta_a(t)}{dt} = e_i(t)$$

由以上的例子，可总结出列写系统微分方程的一般步骤：

(1) 将系统划分环节，确定各环节的输入及输出信号，每个环节可考虑列写一个方程；

(2) 根据物理定律或通过实验等方法得出的物理规律列写各环节的原始方程式，并考虑适当简化，线性化；

(3) 将各环节方程式联立，消去中间变量，最后得出只含输入变量、输出变量以及参数的系统方程式；

(4) 单输入、单输出系统的微分方程有如下的一般形式：

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1 y'(t) + a_0 y(t)$$