管理数学

前　　言

黑龙江省教育委员会组织省内十五所成人高校在哈尔滨召开管理、经济专业数学教学大纲及教材讨论会。会上确定了管理数学教学大纲。根据大纲要求，黑龙江省财贸管理干部学院、工业交通管理干部学院、林业管理干部学院、哈尔滨市工人业余大学、哈尔滨市经济管理干部学院等院校联合组成《管理数学》教材编写组，编写了本教材，经过试用和修改后，报请省教委审定交出版社出版。

本教材共分四册：第一册微积分（76学时），第二册线性代数及线性规划（46学时），第三册概率统计（50学时），第四册运筹学初步（40学时）。

本书在编写过程中力求适应成人教育特点和管理专业的需要，对基本概念、重要公式、定理的实际意义尽量详加解释，并通过大量例子加以说明。注重实际应用题目，略去了比较繁杂的数学证明。对于较难的内容和例题、习题，加有※号，以便选用。每节末尾配有习题，每章后面，有全章复习题，便于学员复习。全书附有习题和复习题答案，供自学者参考。

本教材由陈俊澳副教授主编，参加编写的有：第一册关程璠、刘敏、刘兴权（关程璠主编）；第二册吴宝泉、张俭、王家兴（吴宝泉主编）；第三册朱少教、赵恒普（朱少教主编）；第四册赵恒普、霍显英（赵恒普主编）。

本书缺点和不足之处，请读者批评指正。

编　者

目　　录

第一章　函　　数

§1.1　集　　合

一、集合的概念

在企业管理和经济管理中，对某一个问题的研究常常遇到一些具有共同属性的事物。例如：

1．某工厂的机床：车床，铣床，刨床、镗床等；

2．某商店的商品：收录机，电视机，电冰箱，双缸洗衣机等；

3．因公外出的差旅费：车、船费，宿费，市内交通费，邮电费，补助费等；

4．不大于10的正偶数：2,4,6,8,10；

5．所有到某线段两端点距离相等的点。

凡是具有某种共同属性的事物（或研究对象）的全体称为集合，简称集。构成集合的事物或对象称为集合的元素。

某工厂机床的全体是一个集合，某一台具体车床是它的一个元素；不大于10的正偶数全体是一个集合，它由2，4，6,8,10这五个元素所组成。

通常，我们用大写字母A,B,C，…表示集合，用小写字母a，b，c，x，y，…表示元素。如果a是集合A的元素，则记作$a\in A$，读作a属于A；如果a不是集合A的元素，则记作$a \overline{\in} A$（或$a\notin A$），读作a不属于A。

例如：N表示自然数集合，则$-5\overline{\in}$N，$3\in$N。

含有有限个元素的集合叫做有限集，上述例1,2,3,4中的四个集合是有限集。含有无限个元素的集合叫做无限集。

例 5 中的集合及N 是无限集。

对于一个给定的集合，其中的元素是确定的。这就是说，任何一个事物或者是这个给定集合的元素，或者不是它的元素。

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的。这就是说，集合中的任何两个元素都是不相同的事物，相同的事物属于同一个集合只能算作这个集合的一个元素。因此，集合中的元素是不重复的。

二、集合的表示法

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，或把一些有代表性的元素写在花括号 $\{\quad\}$ 内表示集合的方法，叫做**列举法**。

例如：用A 表示不大于10的正偶数所组成的集合，那末A可以表示为

$$A=\{2、4、6、8、10\},$$

又如：自然数集N 可以表示为

$$N=\{1、2、3、4、\cdots\}.$$

用列举法表示集合时，在不会发生误解的情况下，元素之间的顺序是无关重要的。例如，集合

$$A=\{2、4、6、8、10\},$$

也可以表示为 $A=\{4、8、2、10、6\}$，

或表示为 $A=\{8、10、2、6、4\}$ 等。

2. 特性表示法

在花括号内写明集合的元素所应具有的特点，这个方法称为特性表示法。通常的写法是

$$A=\{x\mid x\text{所具有的特点}\}.$$

例如：A是$x^2-5x+6=0$的全体实根构成的集合，可以表示为

$$A=\{x \mid x^2-5x+6=0\}.$$

又如：B是全体偶数的集合，可以表示为

$$B=\{x \mid x=2n，n\text{为整数}\}.$$

按通常的习惯，N表示自然数集；Z表示整数集，Q表示有理数集合；R表示实数集，即

$$N=\{n \mid n\text{是自然数}\}=\{1,2,3\cdots\},$$

$$Z=\{k \mid k\text{是整数}\}=\{0,\pm1,\pm2,\pm3\cdots\},$$

$$Q=\left\{\frac{m}{n}\middle| n\neq0,\ n,\ m\in Z\right\},$$

$$R=\{x \mid x\text{是实数}\}.$$

应注意，a与$\{a\}$是不同的：a表示一个元素；$\{a\}$表示一个集合，这个集合只有一个元素a。

三、子　集

为了讨论集合之间的关系，便于直观的理解，常常用平面上一条封闭曲线围成的图形来表示集合（图1—1），这称为韦恩图。

韦恩图以图形内的点表示集合内的元素。如点a是集合A的元素$a\in A$。

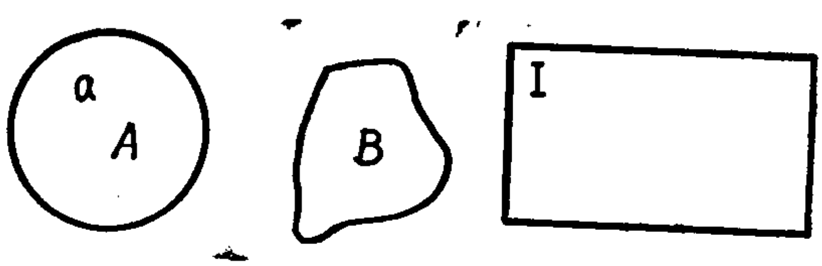


图1—1

定义1.1 对于两个集合A与B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，则集合A称为集合B的**子集**，记作

$$A \subseteq B \quad (\text{或} B \supseteq A),$$

读作"A包含于B"（或"B包含A"）。

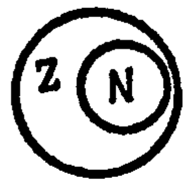


图1—2

例如：$N \subseteq Z$，即自然数集是整数集的子集(图1—2)。

又如：A表示某工厂全部产品的集合，B表示全部废品的集合，则有

$$B \subseteq A.$$

定义1.2 不包含任何元素的集合称为空集，记为ϕ。

例如：$x^2+1=0$的实根全体为空集，即

$$\{x \mid x^2+1=0, x \in R\} = \phi.$$

又如：小于零的正整数集也为空集。

关于子集有下列结论：

(1) $A \subseteq A$，即任何一个集合是它本身的子集。

(2) 对于集合A，有$\phi \subseteq A$，即空集是任何集合的子集。

(3) 对于集合A、B、C，如果$A \subseteq B$，$B \subseteq C$，那末$A \subseteq C$，即集合的包含关系有传递性。

定义1.3 对于两个集合A与B，如果$A \subseteq B$，$B \subseteq A$则称这两个集合相等，记作

$$A = B$$

读作"A等于B"。

例如：$A=\{x \mid x^2+3x+2=0\}$，$B=\{-1, -2\}$，则

$$A = B.$$

例1 写出集合$\{a, b\}$的所有子集。

解 集合$\{a,b\}$的所有子集是ϕ，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$。

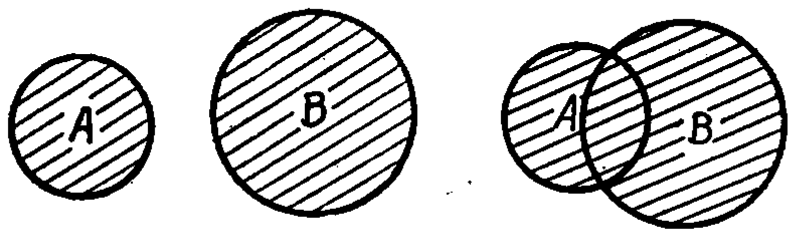
四、集合的运算

1．集合的并

定义 1.4 设有集合A和B，由A和B的所有元素组成的集合，称为**集合A和B的并集**，简称A和B的并，记作$A\cup B$，即

$$A\cup B=\{x|x\in A\text{或}x\in B\}, \tag{1.1}$$

如图1—3中（1）及（2）的阴影部分，都表示A和B的并集$A\cup B$。



（1）　　　　（2）

图1—3

集合的并集有以下性质：

（1）$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$，　　(1.2)

（2）对于任何集合A，$A\cup\phi=A$，$A\cup A=A$。　(1.3)

例 2 设$A=\{3,5,6,8\}$，$B=\{4,5,7,8\}$．求$A\cup B$。

解 $A\cup B=\{3,5,6,8,\}\cup\{4,5,7,8\}$
$=\{3,4,5,6,7,8\}$。

例 3 设$A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|2\leqslant x<3\}$，求 $A\cup B$。

解 $A\cup B=\{x|-1<x<2\}\cup\{x|2\leqslant x<3\}$
$=\{x|-1<x<3\}$。

2．集合的交

定义 1.5 设有集合A和B，由A和B的所有公共元素组成的集合，称为**集合A和集合B的交集**，简称A和B的交，记

作$A\cap B$，即

$$A\cap B=\{x|x\in A且x\in B\},\tag{1.4}$$

如图1—4中的阴影部分，表示集合A和B的交集$A\cap B$。

集合的交有下列性质：

(1) $A\cap B\subseteq A$， $A\cap B\subseteq B$； (1,5)

(2) 对任何集合A，有

$A\cap\phi=\phi$， $A\cap A=A$。 (1,6)

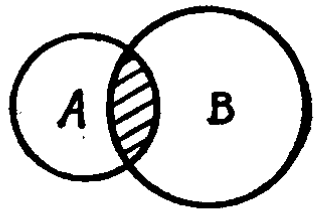


图1—4

例4 设$A=\{x|x>-2\}$， $B=\{x|x<3\}$， 求$A\cap B$。

解 $A\cap B=\{x|x>-2\}\cap\{x|x<3\}$

$=\{x|-2<x<3\}$。

例5 设$A=\{1,2,3,4\}$， $B=\{3,4,5,6\}$， 求$A\cap B$。

解 $A\cap B=\{1,2,3,4\}\cap\{3,4,5,6\}=\{3,4\}$。

例6 设$A=\{(x,y)|4x+y=6\}$，

$B=\{(x,y)|3x+2y=7\}$，

求 $A\cap B$。

解 $A\cap B=\{(x,y)|4x+y=6\}\cap\{(x,y)|3x+2y=7\}$

$$=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}\right.\right\}$$

$=\{(1,2)\}$。

例7 如果A为奇数集合，B为偶数集合，则

$A\cup B=\{x|x为奇数或偶数\}$

$A\cap B=\phi$。

3． 集合的差

定义 1.6 设有集合A和B，由属于A而不属于B的所有元素组成的集合称为**集合A和集合B的差集**，简 称 A和B 的

的差，记作 $A-B$。即

$$A-B=\{x|x\in A\text{且}x\overline{\in}B\},\qquad(1.7)$$

如图1—5的阴影部分，表示集合 A 与 B 的差集 $A-B$。

例 8 设 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{1,2,3,4\}$，则

$$A-B=\{5,7,9\}.$$

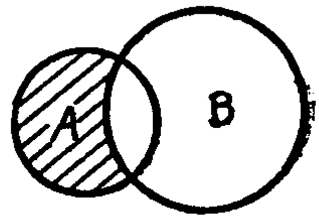


图1—5

4. 集合的补

定义1.7 在对某一问题的研究中，由所研究的所有事物组成的集合称为**全集**，记作 I。

全集是相对的，一个集合在一定条件下是全集，在另一条件下就可能不是全集。例如，我们研究某工厂里女工的一些特点，则该厂的所有女工组成的集合就是全集；若我们研究的是全体工人的一些特点，则该厂所有工人组成的集合就是全集。这时所有女工的集合就不是全集，而只是全部工人集合的一个子集。

我们规定，在下面讨论问题时，I 总是表示全集，而其它的集合 A、B、C…等都是 I 的子集，对于 I 的任何子集 A，显然有

$$A\cup I=I\qquad A\cap I=A\qquad(1.8)$$

定义1.8 全集 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，称为**集合 A 的补集**，记作 $\bar{A}$，即

$$\bar{A}=\{x|x\in I\text{且}x\overline{\in}A\},\qquad(1.9)$$

如图1—6的阴影部分表示集合 A 的补集 $\bar{A}$。

补集 $\bar{A}$ 有下列性质：

（1）$A\cup\bar{A}=I$　　(1.10)

（2）$A\cap\bar{A}=\phi$　　(1.11)

（3）$\bar{\bar{A}}=A$　　(1.12)

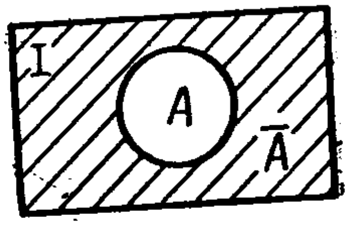


图1—6

例 9 如果 $I=\{1,2,3,4,5,6\}$，

$A=\{1,3,5\}$，那末 $\bar{A}=\{2,4,6\}$。

例10 设 $I=\{$实数$\}$ $A=\{x|x<3\}$，$B=\{x|-1<x<2\}$，则 $\bar{A}=\{x|x\geqslant 3\}$，$\bar{B}=\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 2\}=\{x|x\leqslant -1\}\cup\{x|x\geqslant 2\}$。

例11 某百貿公司有甲、乙两门市部，它们除了经销一般共同的商品450种外，还各有自己的特色商品。现知甲门市部共经销800种商品，乙门市部经销700种商品，公司仓库共有1200种商品，若令

$A=\{$甲门市部经销商品的品种$\}$，

$B=\{$乙门市部经销商品的品种$\}$，

试用集合运算关系表示下列各集合，并求出这些集合含有元素的数目：

（1）甲、乙两门市部都经销的共同商品品种；

（2）甲独自经销的特色商品品种；

（3）乙独自经销的特色商品品种；

（4）公司仓库内尚未拿到门市部经销的商品品种。

解 按题意及集合运算的定义，可得

（1）$A\cap B=\{$甲、乙都经销的共同商品品种$\}$，含有商品品种450种。

（2）$A-B=\{$甲经销而乙不经销的商品品种$\}=\{$甲独自经销的特色商品品种$\}$，含有商品品种$800-450=350$种。

（3）$B-A=\{$乙独自经销的特色商品品种$\}$，含有商品品种$700-450=250$种。

（4）$A\cup B=\{$甲、乙两门市部经销的商品品种$\}$，含$450+350+250=1050$种商品，（或$800+700-450=1050$）。

$I-(A\cup B)=\overline{A\cup B}=\{$仓库内未上柜台的商品品种$\}$，有$1200-1050=150$种商品（图1—7）。

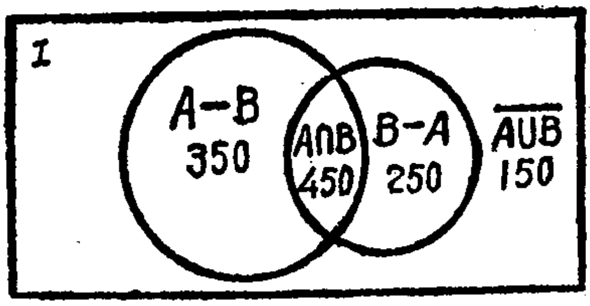


图1—7

5. 集合运算律

（1）交换律： i) $A\cup B=B\cup A$ (1.13)

ii) $A\cap B=B\cap A$ (1.14)

（2）结合律： i) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$ (1.15)

ii) $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$ (1.16)

（3）分配律： i) $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$ (1.17)

ii) $(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$ (1.18)

（4）吸收律： i) $(A\cup B)\cap A=A$ (1.19)

ii) $(A\cap B)\cup A=A$ (1.20)

（5）摩根律： i) $\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$ (1.21)

ii) $\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$ (1.22)

以上运算律的证明省略。下面用韦恩图说明摩根律(i)成立，如图1—8。

双重阴影部分为$\bar{A}\cap\bar{B}$。

其它运算律，请读者自行用韦恩图来验证。

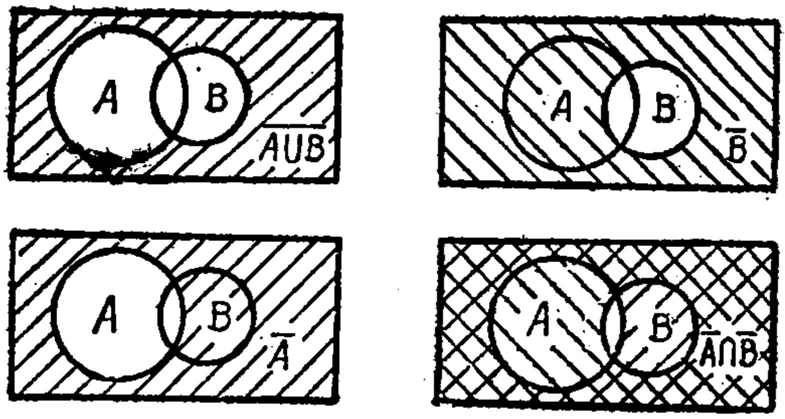


图 1—8

习　　题 1.1

一、（口答）下面集合里的元素是什么：

（1）{大于 3 小于11的偶数}；

（2）{平方后等于 4 的数}；

（3）{方程$x^2+5x+6=0$ 的解}；

（4）{中国古代四大发明}。

二、用列举法表示下面的集合：

（1）小于11的正偶数集合；

（2）太阳系的九大行星；

（3）方程 $x^2-x-2=0$ 的解；

（4）25的平方根；

（5）平方后仍等于原数的数。

三、用特性表示法表示下列的集合：

（1）1,3,5,7,9；

（2）大于 5 的所有实数；

（3）不等式 $x^2+5x+6>0$ 的解；

（4）大于 0 的偶数。

四、用符号$\in$或$\notin$填空：

$2\_\_N$； $0\_\_N$； $0.5\_\_N$； $-3.5\_\_N$； $-3\_\_Z$；

$\sqrt{2}\_\_Z$； $4\_\_Z$； $\frac{3}{2}\_\_Z$； $-4.1\_\_R$； $\sqrt{3}\_\_R$；

$\pi\_\_R$。

五、写出 $A=\{a、b、c\}$ 的一切子集。

六、如果 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{1,2\}$，下列各种写法，哪些是对的？哪些是不对的？

$1\in A$；$0\overline{\in}B$，$\{1\}\in A$；$1\subseteq A$；$0\subseteq A$；$\{0\}\subseteq A$；

$\{0\}\subseteq B$；$A=B$；$A\supseteq B$；$\phi\subseteq A$；$A\subseteq A$。

七、用适当的符号（$\in,\overline{\in},\neq,\supseteq,\subseteq$）

填空：

（1）$a\_\_\{a\}$；　（2）$a\_\_\{a,b,c\}$；

（3）$d\_\_\{a,b,c\}$；　（4）$\{a\}\_\_\{a,b,c\}$；

（5）$\{a,b\}\_\_\{b,a\}$；　（6）$\{1.3,5\}\_\_\{3,5\}$；

（7）$\{0\}\_\_\phi$；　（8）$0\_\_\phi$。

八、设 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,3,5\}$，$C=\{2,4,6\}$，求

（1）$A\cup B$；　（2）$A\cap B$；

（3）$A\cup B\cup C$；　（4）$A\cap B\cap C$；

（5）$A-B$；　（6）$C-A$。

九、设 $A=\{x|1<x<5\}$，$B=\{x|x>3\}$，

求（1）$A\cup B$；（2）$A\cap B$；（3）$A-B$

十、设 $A=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x\geqslant 3\}$，

求（1）$A\cap B$；（2）$A\cup B$。

十一、设 $I=\{$小于9的正整数$\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{4,5,6,7\}$，

求$\overline{A}$，$\overline{B}$，$A\cap B$，$\overline{A\cap B}$

十二、如果A表示某单位会英语的人的集合，B表示会日语的人的集合，那末，$\overline{A}$，$\overline{B}$，$A-B$，$\overline{A\cup B}$，$\overline{A\cap B}$表示